

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНОЙ



№ 7

И Ю Л Ь
2025

МОЛОЧНЫЙ ПАРАДОКС

КАРЛ
ЛАНДШТЕЙНЕР.
ЧУЖАЯ КРОВЬ

СТУПЕНЧАТЫЙ
КРЕСТ

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вышла в свет четвёртая книга из серии «Библиотечка журнала «Квантик»»

УПРЯМОУГОЛЬНИК. ГОЛОВОЛОМКИ ДЛЯ ВСЕЙ СЕМЬИ.

Автор – Владимир Иванович Красноухов,
знаменитый изобретатель логических игр и головоломок.

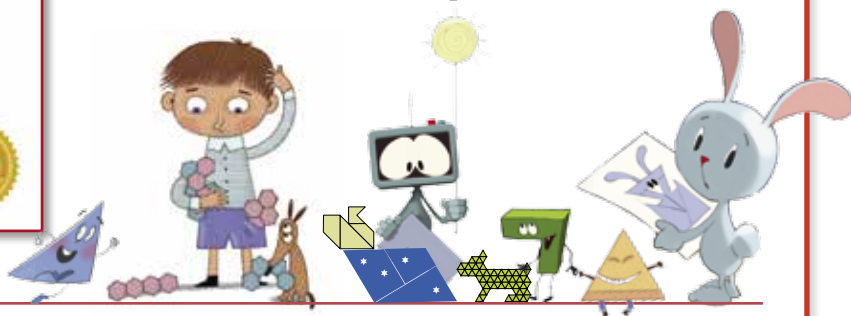


ISBN 978-5-4439-1925-6
издательство МЦНМО, 2025 год

В сборник вошли его статьи из рубрики «Игры и головоломки» журнала «Квантик», опубликованные с 2013 по 2024 годы.

Познавательные и занимательные головоломки понравятся детям и взрослым, позволят весело провести досуг в семье и дополняют внеклассные занятия в школе.

Эта книга для всех, кто ценит необычные задачи и юмор, стремится развивать пространственное мышление и творческие способности.



Купить новую книгу, а также другие издания «Квантика» можно в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, сайт: biblio.mccme.ru, а также в интернет-магазинах ozon.ru, market.yandex.ru, wildberries.ru, my-shop.ru и других.

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА



2017

Минобрнауки России
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»
за лучший детский проект о науке



2021

БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ
за плодотворную работу
и просветительскую
деятельность



2022

Российская академия наук
**ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ
ЖУРНАЛА**
за лучшие работы в области
популяризации науки



2024

Победитель конкурса в номинации
**ЛУЧШИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ СРЕДНЕГО
ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА**
ЛУЧШЕЕ ДИЗАЙНЕРСКОЕ РЕШЕНИЕ

Журнал «Квантик» № 7, июль 2025 г.

Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С. А. Дориченко

Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина,
Е. А. Котко, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон,
М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор
и главный художник Yustas

Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя:

119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,

e-mail: kvantik@mccme.ru сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал

в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)

Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84x108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 30.05.2025

Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»

г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986



www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

vk.com/kvantik12

t.me/kvantik12



■	ОПЫТЫ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ	
	Молочный парадокс, или Холодное теплее горячего. <i>И. Русских</i>	2
	Странные тени. <i>А. Фишман, А. Скворцов</i>	16
■	УЛЫБНИСЬ	
	Школьные проблемы. <i>И. Акулич</i>	7
■	КАК ЭТО УСТРОЕНО	
	Магниты на холодильник. <i>Н. Андреев</i>	8
■	ВЕЛИКИЕ УМЫ	
	Карл Ландштейнер. Чужая кровь. <i>М. Молчанова</i>	10
■	ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ	
	Ступенчатый крест. <i>Н. Авилов</i>	18
■	СМОТРИ!	
	Перекраивание многоугольников: мозаики	20
■	СВОИМИ РУКАМИ	
	Сложи из прямоугольника, разрежь на кубики.	
	<i>Материал подготовил Максим Прасолов по статье М. Демейна, Р. Хёрна, Дж. Ку и Р. Уэхары</i>	23
■	ОЛИМПИАДЫ	
	XCI Санкт-Петербургская олимпиада по математике. Избранные задачи II тура	24
	Конкурс по русскому языку, IV тур	26
	Наш конкурс, XI тур	32
■	ОТВЕТЫ	
	Ответы, указания, решения	28
■	ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
	Ведро и тень. <i>М. Дидин</i>	IV с. обложки



МОЛОЧНЫЙ ПАРАДОКС, или ХОЛОДНОЕ ТЕПЛЕЕ ГОРЯЧЕГО

Летом Миша поехал на дачу к бабушке. В том году лето выдалось не очень жарким, так что Миша старался побольше греться на солнышке. Вот и сейчас Миша загорал и читал книжку.

— Миша, булочки готовы! Приходи! — раздался голос бабушки.

Миша тут же вскочил и со всех ног помчался в дом. Спешка Миши была вполне резонна — бабушкины булочки с корицей были бесподобны, особенно с горячим молоком, которое Миша считал лучшим напитком на свете.

Вообще-то бабушка Миши была профессором математики и преподавала студентам в университете. Папа рассказывал, что студенты бабушку побаивались: всех, кто не хотел учиться, бабушка нещадно отправляла на пересдачу. Папа иногда ворчал, что бабушка слишком уж строга, — хотя сама она говорила, что просто не любит лентяев. Но на летних каникулах бабушка уезжала из города, и её занимали обычные бабушковые занятия: дача, огород — и любимый внук, которого непременно надо было вкусно накормить.

— Только сначала вымыть руки! — строго напомнила бабушка внуку, который уже было протянул руку к булочкам.

— Угу, — буркнул Миша, поплёлся к раковине и открыл кран — но вода из него не потекла.

— А что у нас с водой? — спросил Миша.

— Опять, что ли, электричество отключили? — всплеснула руками бабушка.

Насос для подачи воды на даче работал от электричества. Миша щёлкнул выключателем для проверки — лампочка не загорелась.

— Видимо, и правда отключили. Ой, а как же моё горячее молоко? — забеспокоился Миша. — Плита-то у нас электрическая...

— Не переживай, я как раз недавно кипяток в термос залила — сейчас я тебе молоко разбавлю, — сказала бабушка, открывая бутылку холодного молока, которую только что достала из погреба.



– Ну уж нет, разбавленное молоко ещё хуже холодного, – запротестовал Миша. В вопросах молока он был не менее принципиален, чем бабушка в вопросах математики.

– Ну и что же нам делать? – спросила бабушка.

– О, я знаю! Мы нальём молоко в стакан, а сам стакан погрузим в кипяток из термоса! Тогда молоко нагреется до температуры кипятка.

– Но ты же небось молока побольше хочешь? А кипятка у нас не так уж много. Молоко, конечно, нагреется, но и вода охладится – так что в конце температура молока будет не такая же, какая была вначале у кипятка.

Миша прикинул свои аппетиты. Молока, действительно, хотелось побольше, да и бабушку обделять этим прекрасным напитком Мише совесть не позволяла.

– И до какой же температуры можно так нагреть молоко? – задумался Миша.

– Это, конечно, зависит от того, сколько будет молока и сколько воды. Давай предположим, что у нас есть литр кипятка и литр молока, который мы хотим нагреть.

– Наверное, надо ещё знать, какие температуры вначале были у жидкостей?

– Давай считать, что вначале у молока температура 0°C , а у кипятка 100°C . И предположим для простоты, что у молока и воды одинаковые теплоёмкости – чтобы нагреть их на 1°C , надо затратить одинаковое количество энергии.

– Ну тогда это просто! Если погрузить сосуд с молоком в кипяток, то они будут обмениваться теплом, пока у них температуры не сравняются. Если предположить, что вода отдавала тепло только молоку, а не окружающей среде, то в конце температура обеих жидкостей будет 50°C .

– Всё так! А можно ли нагреть литр молока до температуры большей, чем 50°C ?

Миша призадумался.

– Наверное, тепло не может переходить от более холодного тела к более горячему? Что-то такое папа мне рассказывал, это даже как-то по-умному называется...





А, точно: второе начало термодинамики! Так что нагреть молоко больше, чем до 50°C , не получится.

– Молодец. Однако, – хитро прищурилась бабушка, – нагреть молоко при таких условиях можно и до температуры большей, чем 50°C !

– Это что же, можно законы физики нарушить? – недоверчиво уточнил Миша. – Это как?

– А вот смотри. Давай разделим молоко на две порции по пол-литра и сначала нагреем от кипятка первую, потом вторую, а затем смешаем их.

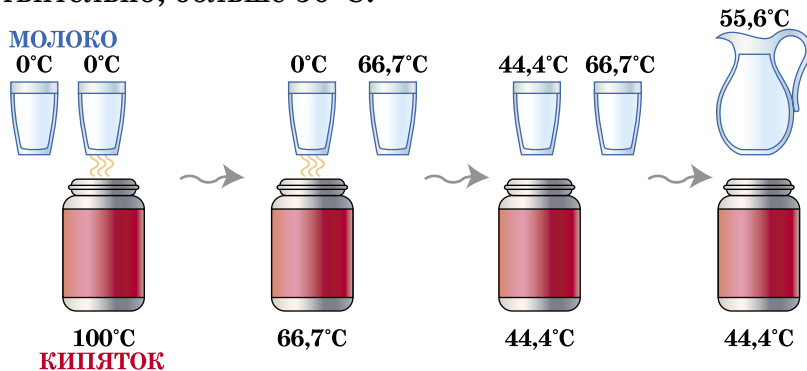
– Разве от этого что-то изменится? Надо подумать... В конце у воды будет такая же температура, как у второй порции молока. Но у первой порции молока температура будет больше, потому что её нагревали первой! Значит, итоговая температура молока будет больше, чем итоговая температура воды! Удивительно...

– Можно даже посчитать, какие температуры будут в конце.

– Можно, только надо ручку с бумажкой найти. Значит, вначале мы нагреваем пол-литра молока от литра воды...

Пряный запах булочек с корицей мешал сосредоточиться, но Миша собрал всю волю в кулак и продолжил рассуждать.

– Поскольку кипятка в два раза больше, итоговая температура будет в два раза ближе к 100°C , чем к 0°C . Значит, температура после нагрева первой порции будет $\frac{2}{3} \cdot 100^{\circ}\text{C} \approx 66,7^{\circ}\text{C}$. После нагрева второй порции молока температура воды будет равна $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 100^{\circ}\text{C} \approx 44,4^{\circ}\text{C}$. А после смешивания двух порций молока температура будет равна $\frac{66,7^{\circ}\text{C} + 44,4^{\circ}\text{C}}{2} \approx 55,6^{\circ}\text{C}$. Действительно, больше 50°C !

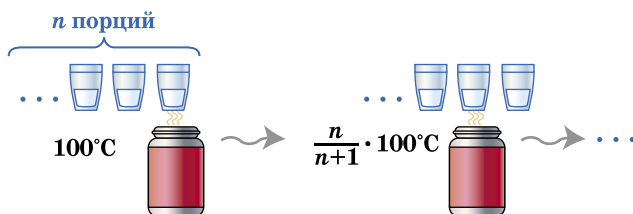


– Всё правильно. Кстати, посчитать финальную температуру воды можно было и по-другому: поскольку мы считаем, что тепло у нас не уходит во внешнюю среду, сумма температур воды и молока в конце должна остаться равной 100°C . Поэтому температура молока $100^{\circ}\text{C} - 44,4^{\circ}\text{C} = 55,6^{\circ}\text{C}$.

– Действительно, сошлось! А, наверное, если поделить молоко на большее число порций, можно же до ещё более высокой температуры её нагреть? Почти до 100°C !

– Хорошая гипотеза! Давай посчитаем, какая температура будет у молока в конце, если поделить его на n порций.

– Ну, сначала посчитаем конечную температуру воды. Поскольку теперь каждая порция молока в n раз меньше порции кипятка, каждый раз температура воды будет умножаться на $\frac{n}{n+1}$. После n таких операций температура воды будет $\left(\frac{n}{n+1}\right)^n \cdot 100^{\circ}\text{C}$. Ну а у молока тогда $100^{\circ}\text{C} - \left(\frac{n}{n+1}\right)^n \cdot 100^{\circ}\text{C} = \left(1 - \left(\frac{n}{n+1}\right)^n\right) \cdot 100^{\circ}\text{C}$. Да, какая-то не очень простая формула...

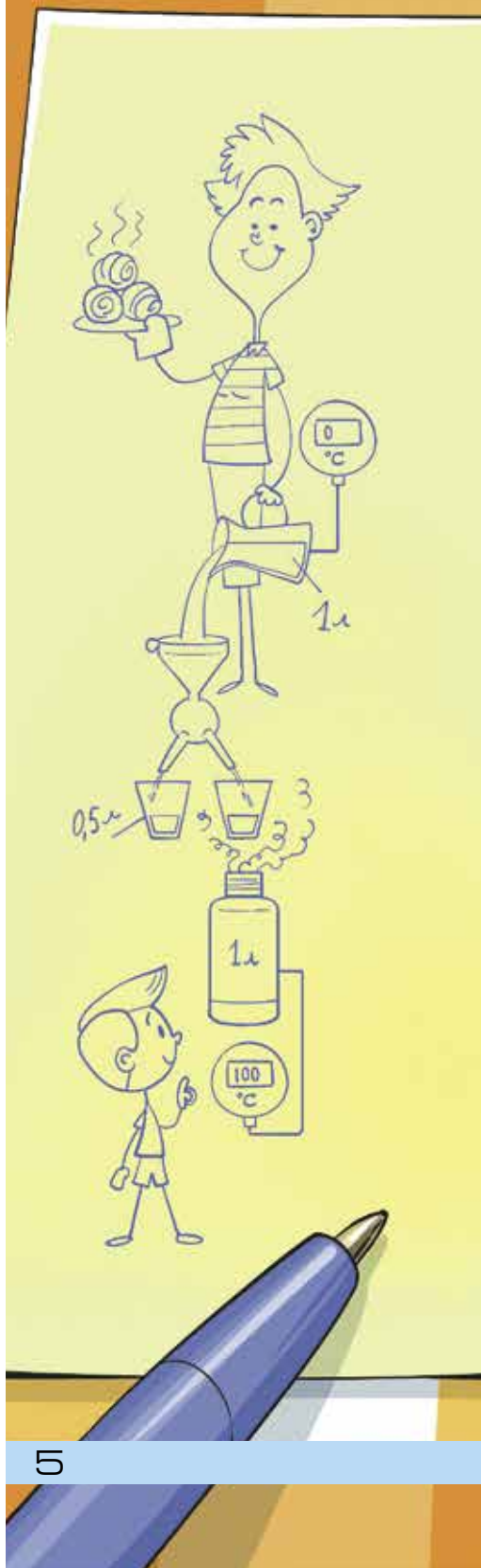


– Давай попробуем посчитать, чему это равно, например если делить молоко на 10 порций.

– Сейчас... – Миша потянулся за калькулятором. – Получается... примерно $61,4^{\circ}\text{C}$. Да, до сотни пока далековато... А если на 100 порций молоко поделить? – Миша быстро застучал по кнопкам калькулятора. – Хм, всего 63 градуса... Не сильно-то она выросла.

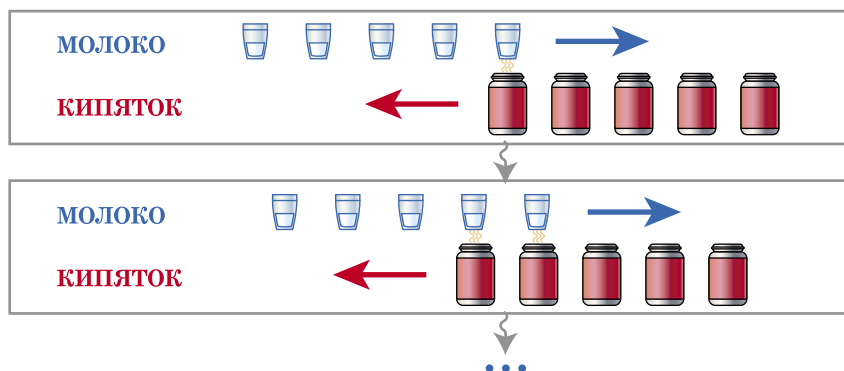
– На самом деле, сильно больше эта формула дать и не сможет, – вмешалась бабушка. – Математики умеют доказывать, что при больших n наше выражение для температуры молока стремится примерно к $63,2^{\circ}\text{C}$. А больше не получается!

– Да уж, обидно... Но, может, если делить не только молоко на порции, но и кипяток, можно достичь ещё больших температур?





– Хорошая идея! Предлагаю это нарисовать.



– Вот у нас будет цепочка из порций молока и такая же – из порций кипятка, – продолжила бабушка. – Мы будем сдвигать молочную цепочку вправо, и когда порция молока и порция воды оказываются рядом, будем считать, что они в этот момент обмениваются теплом, пока их температуры не сравняются. Когда вся молочная цепочка пройдёт мимо кипяточной, смешаем всё молоко и получим финальную температуру. Если порций станет очень много, можно думать, что у нас есть труба с молоком и труба с водой, лежащие рядом, а по ним текут жидкости в противоположные стороны и обмениваются теплом. Такой, можно, сказать, молокопровод...

Миша улыбнулся. Молокопровод, доставляющий горячее молоко прямо к столу... Мечта! Миша уже представлял себе сверкающие трубы, по которым бурлят молочные реки... но мечты прервал внезапно загудевший насос. Где-то в соседней комнате зазвучал радиоприёмник.

– Ура, электричество дали! – закричал Миша и унёсся греть свой любимый напиток.

– Эх, молодёжь... – добродушно покачала головой бабушка, убирая со стола бумажки и ставя в центр поднос с пышными булочками.

Вопрос. А всё-таки, удастся ли нагреть молоко выше $63,2^{\circ}\text{C}$, если разделить на порции и молоко, и кипяток?

Попробуйте для начала посчитать, что получится при делении на 2 и на 3 части. Проверить ответ и узнать о разных применениях этой идеи можно, прочитав статью А. Бердникова «Из пустого в порожнее» в «Квантике» № 6 за 2013 год.

Художник Мария Усеинова



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач XI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 августа в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция находится по адресу kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

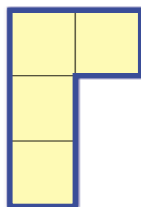
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

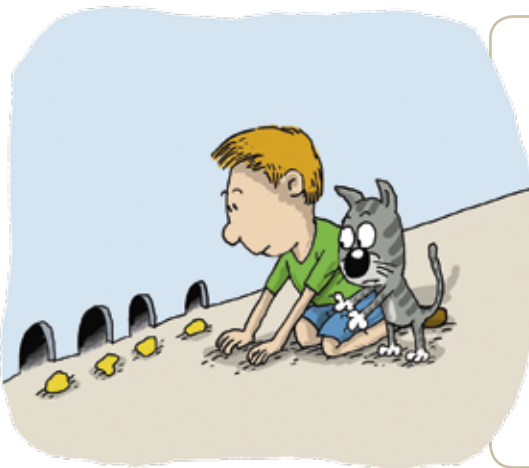
XI ТУР

51. Когда Глебу исполнилось 9 лет, папа задал ему хитрую математическую задачу: разрезать фигуру в виде первой буквы его имени (см. рисунок) на 9 равных частей. Помогите Глебу справиться с этой задачей.



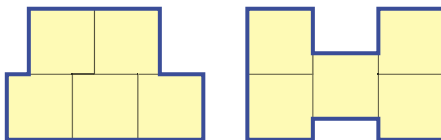
52. Белая, Серая, Чёрная и Рыжая мышки живут в четырёх норках, расположенных в ряд, причём соседи Белой – Серая и Чёрная. Каждая мышка предпочитает свой вид сыра: Белая – сыр «Б», Серая – сыр «С», Чёрная – сыр «Ч», Рыжая – сыр «Р». Если вечером перед норкой мышки положить кусочек сыра, она съест его к утру, только если это её любимый сыр.

У Феде есть по одному кусочку сыра каждого вида. Помогите Феде разложить вечером перед норками его 4 кусочка так, чтобы наутро однозначно определить, кто где живёт. (Сыр у чужих норок мыши не едят.)



Авторы задач: Сергей Костин (51), Татьяна Казизына (52), Георгий Караваев (53), Михаил Мурашкин (54), Константин Кноп и Александр Грибалко (55)

53. Маша сложила из пяти одинаковых квадратов фигуру, нарисованную слева.



Измерив её периметр (в сантиметрах) и площадь (в сантиметрах квадратных), она с удивлением обнаружила, что число получилось одно и то же. Петя сложил из этих же квадратов фигуру, нарисованную справа. Найдите её периметр.



54. Можно ли расставить а) числа от 1 до 16 в таблице 4×4 ; б) числа от 1 до 100 в таблице 10×10 так, чтобы в каждом квадрате 3×3 суммы чисел в столбцах совпадали? (В разных квадратах 3×3 эти суммы могут различаться.)

55. Из шести внешне одинаковых монет три весят по 9 г, а три – по 10 г. Они лежат в вершинах правильного шестиугольника. За какое наименьшее число взвешиваний на двухчашечных весах без гирь можно гарантированно выяснить, лежат ли 10-граммовые монеты в вершинах равностороннего треугольника?



Художник Николай Крутиков

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

Победители: Алтайская Антонина, Голятин Артём, Гончаров Арнольд, Дайловская Дарья, Даранчук Максим, Лопатин Семён, Мошкович Мария, Мулин Константин, Николаев Михаил, Селютин Степан, Слясская Диана, Токарева Дарина, Ханмагомедова Мелек, Ханмагомедова Зумруд, Ярыгин Нестор, а также кружки «Занимательная математика», «Маг5-6», кружок МурНВМУ.

Призёры: Башкиров Александр, Белозерцев Илья, Бычков Валерий, Варакин Никита, Горячев Виктор, Емельянов Олег, Ильин Андрей, Лизогубов Яромир, Лиясова Ксения, Мирошников Валерий, Николаевский Иван, Печёнов Андрей, Порошин Арсений, Салдаева Алиса, Соломина Марина, Тимошкова Дарья, Федяков Михаил, Фиалковский Максим, а также команда «Горизонт», команда КФМЛ, кружки «Минерва» (Белград), «Озарчата», «По стопам Лобачевского», «Школа Юных Математиков».

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ В НОВОМ КОНКУРСЕ!



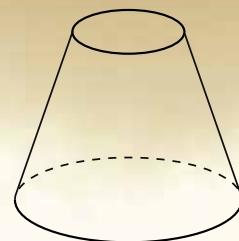


ВЕДРО И ТЕНЬ

На плоском полу стояло обычное ведро с круглыми основаниями (верхнее больше нижнего). Ведро перевернули. Уменьшилась или увеличилась площадь его видимой тени?

Видимая тень – это вся тень, кроме тени под ведром. Солнечные лучи считайте параллельными друг другу.

*Задача предлагалась на
XLVI Международном математическом Турнире городов*

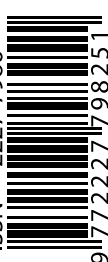


Автор Максим Дидин

Художник Алексей Вайнер

25007

ISSN 2227-7986



9772227798251