

# Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 4  
апрель  
2025

КАК РАБОТАЕТ  
ФОТОФИНИШ

ДОМ БЕЗ ОКОН,  
БЕЗ ДВЕРЕЙ

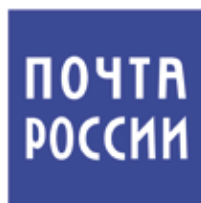
ЯРМАРКА  
СЛОВ

Enter

# ОТКРЫЛАСЬ ПОДПИСКА на второе полугодие 2025 года

в почтовых отделениях  
по электронной и бумажной версии

**Каталога Почты России:**



индекс **ПМ068** –  
по месяцам полугодия

онлайн  
на сайте Почты России

**[podpiska.pochta.ru/press/ПМ068](http://podpiska.pochta.ru/press/ПМ068)**



*По этой ссылке вы можете  
оформить подписку  
и для своих друзей, знакомых, родственников*

Подробнее обо всех вариантах подписки см. **[kvantik.com/podpiska](http://kvantik.com/podpiska)**

## ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ

## на ЖУРНАЛ «КВАНТИК»

### НАГРАДЫ ЖУРНАЛА



2017

Минобрнауки России  
**ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»**  
за лучший детский проект о науке



2021

**БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ**  
за плодотворную работу  
и просветительскую  
деятельность



2022

Российская академия наук  
**ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ  
ЖУРНАЛА**  
за лучшие работы в области  
популяризации науки



2024

Победитель конкурса в номинациях  
**ЛУЧШИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ СРЕДНЕГО  
ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА**  
**ЛУЧШЕЕ ДИЗАЙНЕРСКОЕ РЕШЕНИЕ**

**Журнал «Квантик» № 4, апрель 2025 г.**

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

**Свидетельство о регистрации СМИ:**

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору  
в сфере связи, информационных технологий  
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

**Главный редактор** С. А. Дориченко

Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина,  
Е. А. Котко, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон,  
М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников

Художественный редактор  
и главный художник Yustas

Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Мария Усеинова

**Учредитель и издатель:**

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

**Адрес редакции и издателя:**

119002, г. Москва,  
Большой Власьевский пер., д. 11.

Тел.: (499) 795-11-05,

e-mail: [kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru) сайт: [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)

Подписка на журнал

в отделениях почтовой связи Почты России:

**Каталог Почты России** (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)

Онлайн-подписка на сайте Почты России:

**[podpiska.pochta.ru/press/ПМ068](http://podpiska.pochta.ru/press/ПМ068)**

По вопросам оптовых и розничных продаж  
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**  
и e-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru)

Формат 84x108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 28.02.2025

Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»

г. Нижний Новгород,  
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.  
Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986

**6+**

**[www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)**

[kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru)

[vk.com/kvantik12](https://vk.com/kvantik12)

[t.me/kvantik12](https://t.me/kvantik12)



|   |                                                                     |                      |
|---|---------------------------------------------------------------------|----------------------|
| ■ | ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ                                                     |                      |
|   | <b>О мышах и людях.</b> <i>М. Молчанова</i>                         | <b>2</b>             |
| ■ | КАК ЭТО УСТРОЕНО                                                    |                      |
|   | <b>Как работает фотофиниш.</b> <i>Т. Корчемкина</i>                 | <b>8</b>             |
|   | <b>Сферические зеркала.</b> <i>Н. Андреев</i>                       | <b>16</b>            |
| ■ | ОПЫТЫ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ                                                |                      |
|   | <b>Сколько ударов?</b> <i>А. Бердников</i>                          | <b>11</b>            |
| ■ | МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК                                               |                      |
|   | <b>Как Митин папа теоремы доказывал.</b><br><i>Д. Златопольский</i> | <b>12</b>            |
| ■ | УЛЫБНИСЬ                                                            |                      |
|   | <b>Только логика.</b> <i>И. Акулич</i>                              | <b>15</b>            |
| ■ | МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ                                               |                      |
|   | <b>Дом без окон, без дверей.</b> <i>Г. Панина</i>                   | <b>18</b>            |
| ■ | СВОИМИ РУКАМИ                                                       |                      |
|   | <b>Рождественская звезда.</b> <i>А. Панов</i>                       | <b>23</b>            |
| ■ | ЧТО ПОЧИТАТЬ?                                                       |                      |
|   | <b>Ярмарка слов</b>                                                 | <b>24</b>            |
| ■ | ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ                                                  |                      |
|   | <b>Очки для близоруких.</b> <i>А. Бердников</i>                     | <b>27</b>            |
|   | <b>Шесть банок в термосе.</b><br><i>Dan, math.stackexchange.com</i> | <b>IV с. обложки</b> |
| ■ | ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ                                                  |                      |
|   | <b>Тетрамино – новые головоломки.</b> <i>В. Красноухов</i>          | <b>28</b>            |
| ■ | ОТВЕТЫ                                                              |                      |
|   | <b>Ответы, указания, решения</b>                                    | <b>29</b>            |
| ■ | ОЛИМПИАДЫ                                                           |                      |
|   | <b>Наш конкурс, VIII тур</b>                                        | <b>32</b>            |



## О МЫШАХ И ЛЮДЯХ

Южная ночь. В небе мелькают летучие мыши. Они быстро летают в темноте, охотятся на насекомых, не сталкиваясь друг с другом и не натываясь на препятствия.

Человек идёт к врачу с жалобами на боли в животе. Его направляют на исследование, и вот он уже лежит на койке, а врач водит по коже его живота датчиком и одновременно смотрит на экран компьютера. Так, вот здесь изменения... и здесь... ничего страшного, но вам надо посидеть на диете и понаблюдаться.

Что общего между этими двумя картинками? Ультразвук.

\*\*\*

Во время разговора мы общаемся при помощи звуков. А звук, с точки зрения физики, – это колебания давления, которые распространяются по воздуху или какому-то другому материалу как волны. Источники звука буквально толкают воздух, сжимая и разжимая его десятки, или сотни, или тысячи раз в секунду. Каждый сжатый (то есть с повышенным давлением) участок воздуха толкает соседний участок, и вот так по цепочке распространяется волна.

У человека в организме звук формируется в результате сложной работы голосового аппарата. В частности, в результате колебаний голосовых связок – особых складок, расположенных в гортани. Наш собеседник, обращаясь к нам, порождает звуковую волну – пульсации давления. Когда они доходят до наших ушей, то воздействуют на барабанную перепонку, передаются слуховым косточкам, а затем и во внутреннее ухо. Этот орган улавливает прошедшие колебания и отправляет по нервам соответствующий сигнал в мозг. В итоге мы слышим звук.

Высота звука определяется его частотой – количеством колебаний в секунду (герц). Самые низкие звуки, которые человек способен услышать, имеют частоту примерно 16-20 герц. Самые высокие звуки, тончайший писк, – около 20 тысяч герц. А вот волны с частотой выше 20 тысяч герц мы уже не воспринимаем. Они и называются *ультразвуком*. Мы их не



слышим, но это не значит, что их не слышат другие животные.

\*\*\*

Ещё в XVIII веке знаменитый итальянский учёный Ладзаро Спалланцани показал, что летучие мыши используют в полёте не зрение, а какое-то другое чувство. Он поймал трёх зверьков и выпускал их полетать в полной темноте, в которой сова уже наткнулась на стенки. У летучих мышей же всё было отлично. Он им сделал абсолютно тёмные очки, но мыши по-прежнему летали быстро и уверенно.

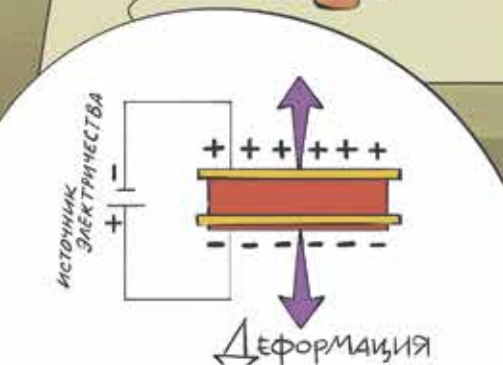
Младший современник Спалланцани, швейцарец Луи Жюрин, решил пойти дальше. Может быть, если дело не в зрении, то оно в слухе? И он попробовал сделать для животных ушные затычки. Бинго! Мыши теряли ориентацию. Спалланцани сперва не поверил. Но после серии опытов (сказать по правде, многие из них нас бы сегодня шокировали) пришлось признать: да, летучие мыши действительно «видят ушами». А вот как именно они видят ушами, учёные узнали куда позже, примерно через 150 лет.

Сейчас мы знаем, что летучие мыши – и некоторые другие животные, от землероек до китов – используют ультразвук для ориентации в пространстве.<sup>1</sup> Животное испускает ультразвуковые волны, они отражаются от препятствий и возвращаются обратно в виде эха. Отражённые волны улавливаются ушами, которые играют роль локаторов (недаром уши у летучих мышей такие большие!). Чем больше расстояние до предмета, тем больше времени проходит от сигнала до эха. И можно получить информацию: вот в этом направлении на таком-то расстоянии есть препятствие, его надо обогнуть. А вот в этом направлении на таком-то расстоянии летит насекомое – его надо поймать и съесть. Издавая сотни сигналов в секунду, летучая мышь непрерывно составляет «карту» окружающих объектов, узнаёт их размеры, форму, скорость и направление движения.

<sup>1</sup> См., например: А. Бердников. Почему птицы не глохнут. «Квантик» № 4, 2014; Г. Мердалов. Ночные кровопийцы, кудряшки и подводные лодки. «Квантик» № 5, 2014; Г. Идельсон. Речь и *FoxP2*. «Квантик» № 12, 2023.



# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



После открытия Спалланцани ультразвук стал потихоньку проникать и в повседневную жизнь человека. Скажем, в XIX веке английский учёный Фрэнсис Гальтон изобрёл ультразвуковой свисток для дрессировки животных: можно подать собаке сигнал на такой частоте, которую собака ещё слышит, а человек уже нет.

Но для настоящего изучения и практического применения ультразвука этого было мало. Ведь сперва нужно было создать устройства, которые будут действительно удобны для его получения искусственным путём – ни летучих мышей, ни свистков на все случаи жизни не напасёшься. И здесь помогло открытие из совсем другой области физики.

\*\*\*

В 1880 году Пьер Кюри, будущий исследователь радиоактивности и нобелевский лауреат, а тогда просто юный ассистент, работал в одной из лабораторий в Сорбонне вместе со старшим братом Жаком. И в это время братья совершили крупное открытие: они обнаружили пьезоэлектрический эффект.

Этот эффект наблюдается в некоторых материалах (далеко не во всех, но в кристаллах кварца или топаза он есть) и заключается в том, что при механическом воздействии на них – например, при нажатии<sup>2</sup> – на поверхности предмета возникают электрические заряды. *Как если бы* на него воздействовали с помощью электрического поля. Наверняка кто-то из вас видел пьезозажигалку: нажимаем на кнопку, сжимается пьезоэлектрическая пластинка, раздаётся треск, проскакивает искра – из-за того самого электричества.

Более того, буквально через год выяснилось, что есть и обратный эффект. Если к предметам из тех же самых материалов приложить электрическое поле, то эти предметы будут деформироваться – *как если бы* на них воздействовали механически.

Но какое отношение это имеет к получению ультразвука? Оказывается, самое прямое. Ведь в это время бурно развивалась электротехника, и уже к началу XX века появилась возможность получать электрический ток достаточно высокой частоты. Это было очень

<sup>2</sup> Греческое «пьеzo» как раз и означает «давить, сжимаю».

важно для истории радио, но также, как выяснилось, и для истории ультразвука. Ведь это означало, что можно воздействовать на кристалл электрическим полем, которое изменяется с высокой частотой! А тогда, благодаря обратному пьезоэлектрическому эффекту, сам кристалл будет деформироваться с высокой частотой – то сжиматься, то растягиваться. И такой колеблющийся кристалл будет «толкать» воздух, производя ультразвук.

Как это часто (увы!) бывало в истории человечества, в развитии новой технологии сыграла роль война. Во время Первой мировой войны велись активные боевые действия на море, и возникла идея создания ультразвукового устройства для обнаружения вражеских мин и подводных лодок. Обычный звук годится для обнаружения только крупных объектов: слишком велика длина волны. В эту работу внесли наибольший вклад знаменитый французский физик Поль Ланжевен и русский эмигрант, инженер Константин Шиловский. Как писал Шиловский, «есть возможность... излучать по всем направлениям потоки ультразвуковой энергии, настоящие лучи „механического света“, освещающая мрак под водой, рассеивая его и ища там то, что надо найти: мины, подводные лодки и прочее».

Устройство действительно было создано. Правда, на его распространение в ту пору не хватило денег, но в последующие десятилетия ультразвуковые исследования подводных объектов – гидролокация – постепенно стали играть важную роль. Оказалось, что можно изучать океанское дно, можно отыскивать большие косяки рыб, можно обнаруживать дефекты в корпусах кораблей...

Эта область применения ультразвука важна до сих пор. Есть и другие. Но для нас с вами интереснее всего роль ультразвука в медицине. Ведь ультразвуковые исследования человеческого организма – сокращённо «УЗИ» – сейчас очень распространены. И рано или поздно, скорее всего, каждого из нас врач направит на такое исследование, хотя бы просто для проверки.

\*\*\*

Мы не можем просто так заглянуть внутрь человеческого организма: наша кожа, жир, мышцы непро-





зрачны для световых лучей. Но ведь они вполне могут быть «прозрачными» для ультразвуковых волн. При этом, как только волна достигает границы между двумя разными тканями, часть её отражается (чем больше разница в плотности и упругости, тем сильнее отражение). А значит, если у нас будет источник ультразвука и приёмник отражённых волн, мы сможем понять, на каком расстоянии находится эта граница. Остальное уже технические детали.

Как и в истории открытия пьезоэлектричества, здесь сыграли важную роль два брата. Это были австрийцы: врач-психиатр Карл Тео Дуссик и физик Фридрих Дуссик. Они уже знали про работы по обнаружению дефектов в металле с помощью ультразвука (в частности, работы нашего соотечественника Сергея Соколова). А нельзя ли – подумал Карл – таким же образом обнаруживать «дефекты» внутри человеческого тела? Особенно внутри мозга, который особенно интересовал его как психиатра.

Работа в этом направлении была начата ещё до Второй мировой войны. И в 1942 году появилась первая статья Дуссика о возможности использования ультразвука для диагностики. Но во время войны долгое время было не до экспериментов. А вот начиная с 1946 года исследования были продолжены. Несмотря на нехватку денег (Карл Дуссик сам оплачивал все материалы и сам платил зарплату брату и техническим сотрудникам), была построена установка – громоздкая, но работающая. Были опубликованы ультразвуковые изображения структур человеческого мозга – первой «моделью» был сам Карл Дуссик. Были обследованы первые пациенты. И через некоторое время даже с использованием этого примитивного аппарата удалось достичь диагностических успехов: например, у 34-летней женщины благодаря «гиперсонографии» (так Дуссик называл ультразвуковое исследование) обнаружили доброкачественную опухоль. Опухоль удалили, и у женщины прекратились эпилептические припадки, мучившие её многие годы.

В последующие годы метод бурно развивался, и в его развитие вносили вклад учёные из разных стран: Иэн Дональд в Шотландии, Джон Уайльд

в США и многие другие. Совершенствовались и его физические основы. Стало понятно, что для исследований лучше использовать не прошедшие, а отражённые сигналы – как и сказано в начале этой части статьи. Появились современные датчики на основе остроумного принципа: одни и те же кристаллы (например, кварца) могут служить как излучателями, так и приёмниками сигнала. Ведь, как мы уже знаем, где есть прямой пьезоэлектрический эффект, там есть и обратный!

Правда, хотя всё началось с головного мозга, сейчас ультразвук не так часто применяется именно для этих исследований: мешают кости черепа. Поэтому удобно использовать этот метод для изучения мозга только у совсем маленьких детей, у которых эти кости ещё не срослись.

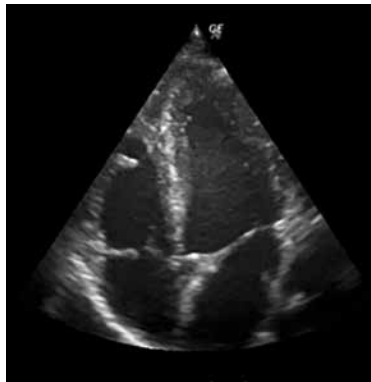
А вот для многих других ситуаций это просто замечательный метод: быстрый, недорогой, доступный. Можно посмотреть на щитовидную железу или на почки. Можно увидеть состояние органов брюшной полости. Можно наблюдать за строением и работой сердца – это называется *эхокардиографией*. Можно узнавать о том, с какой скоростью кровь движется по сосудам. Можно понаблюдать за развитием ещё не родившегося ребёнка – насколько нам сейчас известно, для него ультразвук (в отличие от многих других видов исследований) совершенно безвреден.

Недаром ультразвуковые аппараты стоят сейчас в каждой больнице и каждой поликлинике. И, может быть, после этой статьи вы на них будете смотреть с большим интересом.

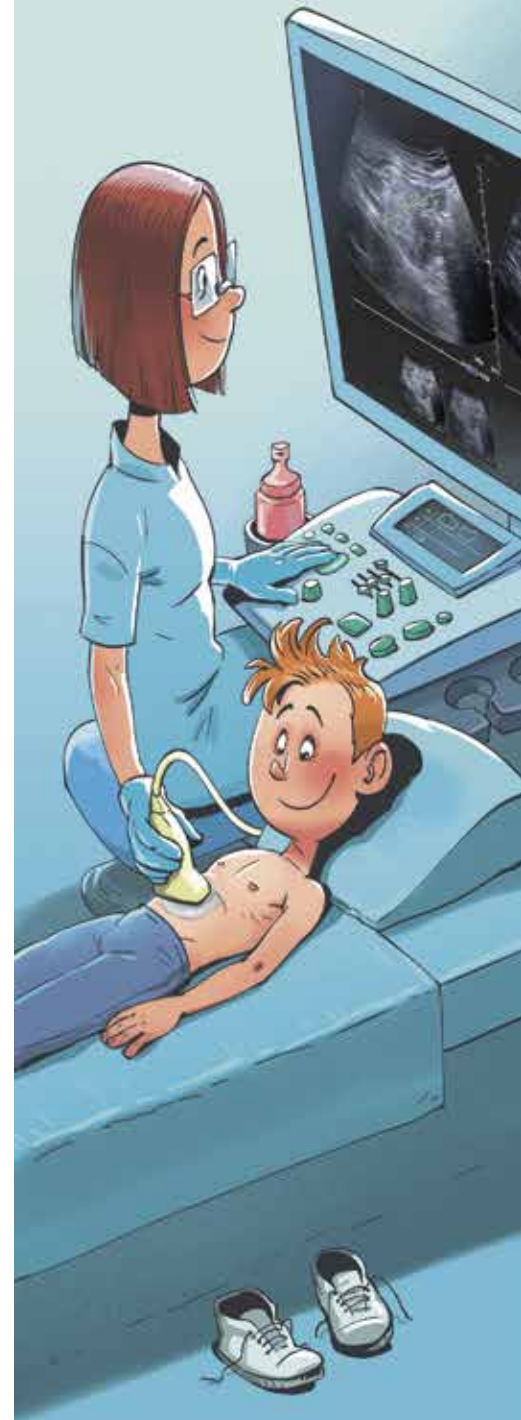
\*\*\*

Кстати, попробуйте ответить на интересный вопрос – кто внимательно читал, тот может догадаться. Те из вас, кому уже делали УЗИ, могут помнить, что датчик, который доктор водит по коже, смазан полужидкой субстанцией – гелем. Зачем?

Художник Мария Усеинова



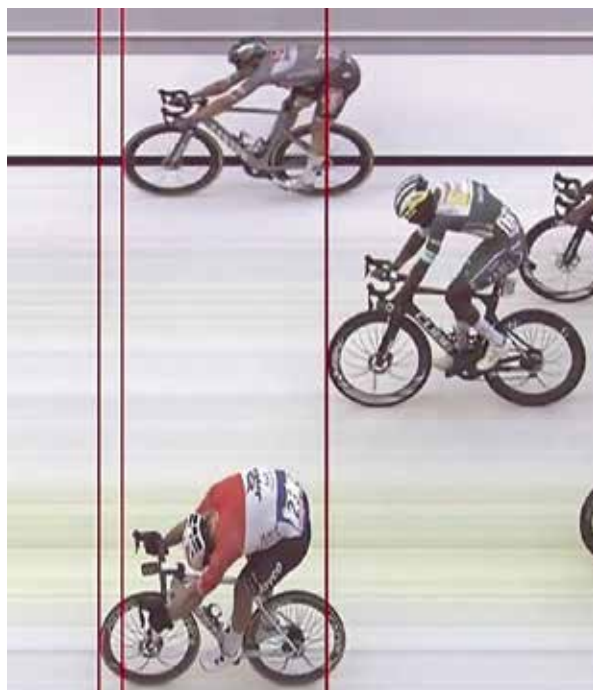
Сердце на УЗИ. Видны 4 камеры, перегородки и клапаны





## Как работает ФОТОФИНИШ

В предыдущем номере мы посмотрели на изображение фотофиниша с велогонки и задались вопросом, как оно получено и почему фон на нём состоит из тонких горизонтальных светлых линий, изображения разных велосипедистов чуть сжаты или растянуты, а спицы колёс образуют странные узоры.



Дело в том, что система фотофиниша не фотографирует ничего, кроме самой финишной черты! Зато делает это очень часто (раньше, когда одна камера не могла обеспечить нужную частоту кадров, финишную черту фотографировали несколько близко расположенных камер по очереди, через равные доли секунды). В наше время камера запечатлевает полосу шириной всего в один пиксель; из множества таких вертикальных кадров-полосок и склеивается итоговое изображение. То есть перед нами не одна доля секунды, а как бы распечатанный видеоряд, показывающий, как выглядела финишная черта в разные моменты времени.

Любой неподвижный объект при такой съёмке превратится в горизонтальные линии: в вертикальную полосу-кадр, который ловит камера, будет всё время попадать одно и то же. Поэтому фон состоит из тонких горизонтальных линий, и поэтому он такой светлый: это цвет не дороги, а финишной черты, проведённой светлой краской.



Что же происходит с движущимися объектами? Всё зависит от того, что больше: скорость съёмки или скорость самого объекта. Иными словами, от того, сдвинется ли объект за время между соседними кадрами ровно на ширину полосы, попадающей в кадр, на большее или на меньшее расстояние. Если ровно на ширину полосы, то на изображении фотофиниша форма объекта останется неискажённой, как на обычной фотографии. Если на большее расстояние, то какие-то части объекта не попадут ни на один кадр, и его итоговое изображение будет уже. Если, наоборот, объект за время между кадрами проехал меньше ширины полосы, попадающей в поле зрения камеры, то начало следующего кадра будет повторять конец предыдущего, и итоговое изображение будет шире.

Например, нарисуем велосипед на полосатом фоне (рис. 1) так, чтобы в кадр попадала ровно одна полоска, и будем двигать эту картинку мимо камеры с постоянной скоростью.

Если велосипед будет двигаться в два раза быстрее скорости съёмки, то его изображение станет в два раза короче: каждая вторая полоска просто ни разу не попадёт в кадр (рис. 2)! Если, наоборот, велосипед будет двигаться в два раза медленнее, чем снимает камера, то каждая полоска будет сфотографирована два или три раза и на изображении суммарно займёт ширину двух кадров (рис. 3).

В реальности в кадр попадает настолько узкое пространство, что неровность линий на итоговом изображении практически незаметна. Кроме того,



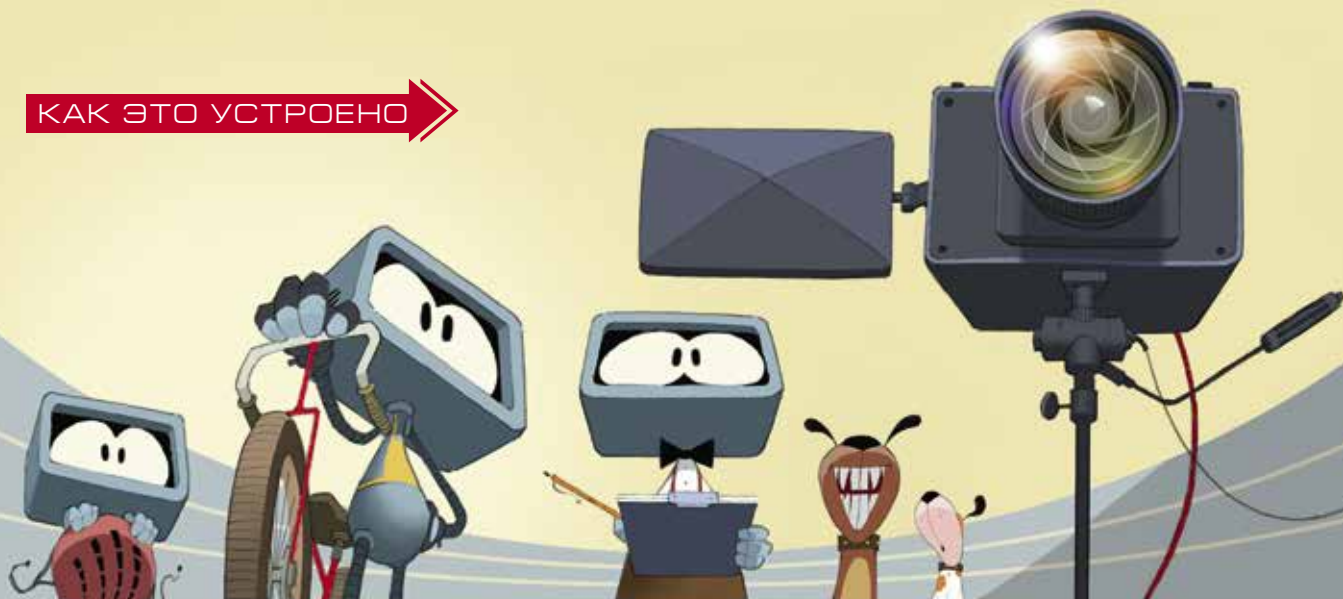
Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3



скорость съёмки подбирают в соответствии со средней скоростью спортсменов – у бегунов и у велосипедистов камеры фотофиниша будут работать с разной частотой кадров. Тем не менее, у более быстрого велосипеда колёса, как и сам велосипед, будут казаться сжатыми (по горизонтали), а у более медленного – вытянутыми. Можно даже определить соотношение скоростей объектов, поделив отношение их длин в реальности на отношение их длин на изображении фотофиниша.

С колёсами всё чуть-чуть сложнее: они не только двигаются мимо камеры, но ещё и вращаются вокруг своей оси. Чтобы понять, что происходит с колёсом, посмотрим на пример попроще. Разделим круг «спицами» на секторы

(рис. 4, слева), и пусть это разноцветное колесо едет мимо камеры справа налево с такой скоростью, чтобы форма колеса на изображении фотофиниша (рис. 4, справа) оставалась прежней. Рисунок на колесе получился совершенно другой!

Каждая спица как граница между секторами оставит на изображении фотофиниша похожий изогнутый след.

На более быстром или более медленном колесе мы увидим тот же рисунок, только более сжатый или растянутый в соответствии со скоростью движения колеса мимо камеры (рис. 5).

На соревнованиях, впрочем, скорости спортсменов на финише различаются не сильно, поэтому и колёса велосипедов на изображении фотофиниша выглядят примерно одинаково.

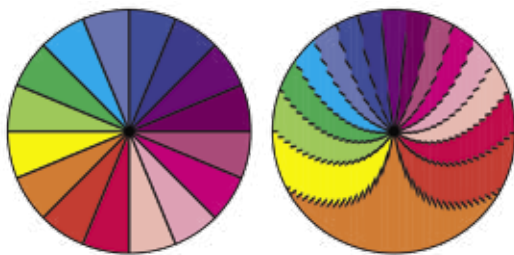


Рис. 4

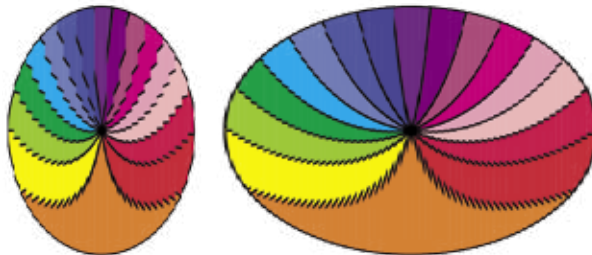


Рис. 5



## Сколько ударов?

Я кладу на звонкий стол звонкие предметы, крепко держа в руках, так что они не отскакивают. Сколько ударов я услышу в каждом из случаев:

- 1) кладу бильярдный шар;
- 2) кладу кружку стоя;
- 3) ставлю на пол стул;
- 4) кладу кружку на бок (этот случай – с подвохом, ответ неоднозначный)?

Предметы кладу я медленно, но не идеально ровно. Например, когда я ставлю стул на пол, он сначала касается пола только одной ножкой.

Попробуйте сначала решить эти задачи в уме, а потом проверьте на практике. Если получится не то, что вы ожидали, попробуйте объяснить, почему так вышло.

Художник Екатерина Ладатко

# КАК МИТИН ПАПА ТЕОРЕМЫ ДОКАЗЫВАЛ

Восьмиклассник Митя рассказал своей сестре-четверокласснице Тане, что такое «угол» в геометрии, что углы измеряются в градусах (обратив внимание на то, что это не те градусы, в которых измеряется температура тела и окружающего воздуха) и что сумма углов треугольника равна 180 градусам.

– А сколько это «180 градусов» и как это доказать? – спросила Таня.

Митя нарисовал развёрнутый угол и объяснил, что такое 180 градусов. Вспомнив, как соответствующую теорему доказывал учитель геометрии, Митя начал доказательство: нарисовал треугольник, провёл прямую, параллельную одной из сторон, и стал говорить о накрест лежащих углах при пересечении параллельных прямых.

– Извини, – прервала его Таня, – но я ничего не понимаю!

Дальнейшее доказательство пришлось прекратить.

Разговор детей слышал их папа. Так как он в школе учился давно и «учительское» доказательство не помнил, он стал думать, как ещё можно доказать, что сумма углов треугольника равна 180 градусам. Думал-думал и через неделю придумал.

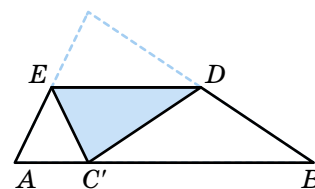
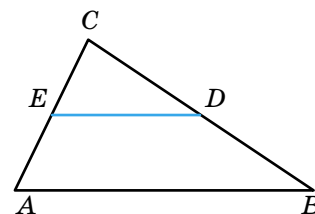
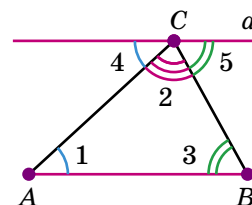
Папа вырезал из бумаги произвольный треугольник  $ABC$  и с помощью линейки определил точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $BC$  и  $AC$  соответственно.

Затем папа согнул бумагу:

- сначала по средней линии  $ED$ ;
- потом так, чтобы вершина  $B$  совместилась с  $C'$ , и ещё так, чтобы с точкой  $C'$  совместилась вершина  $A$ .



Развёрнутый угол



Углы в точке  $C'$  папа обозначил цифрами 1, 2 и 3.

– Давайте теперь сравним углы, – сказал папа. – Угол  $C$  треугольника равен углу 2?

– Да, – ответил Митя, – так как они совпали при наложении.

– А углы  $A$  и 1 и углы  $B$  и 3?

– Да, они тоже равны по аналогичной причине.

– Чему равна сумма углов 1, 2 и 3?

– 180 градусов, потому что они вместе образуют развёрнутый угол, – ответил Митя.

– А сумма углов  $A$ ,  $C$  и  $B$  треугольника чему равна?

Митя задумался на секунду и воскликнул:

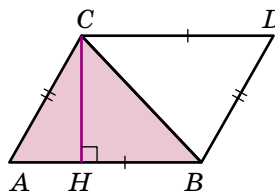
– Тоже 180 градусов, ведь это углы, равные углам 1, 2 и 3! Это то, что требовалось доказать! Действительно, получается, что сумма углов треугольника равна 180 градусам! Оригинально!

– И понятно, даже я поняла, – сказала Таня.

– Ну и отлично, – ответил папа, забирая сложенный «конвертик».

\*\*\*

Прошло ещё несколько дней. В один из вечеров папа спросил Митю, как они в школе доказывали теорему о площади треугольника. Митя рассказал, что они достраивали треугольник до параллелограмма и доказывали, что площадь треугольника равна половине площади параллелограмма, то есть половине произведения основания треугольника на высоту.



– Конечно, можно и так, – сказал папа. – А вот моё доказательство. – И показал тот самый «конвертик».

– Какую фигуру я получил после складывания треугольника?

– Это прямоугольник, – ответил Митя.

– Давай обсудим, чему равна его площадь. Для этого сравним размеры прямоугольника и размеры треугольника. Чему равна ширина прямоугольника?

Митя взял «конвертик» и развернул его.

– Средней линии изначального треугольника.





– А по сравнению с его основанием?

– Половине основания, так как средняя линия равна половине основания треугольника.

– Правильно! Идём дальше. А как связаны высота прямоугольника и высота треугольника?

– Так как ты сначала согнул бумагу пополам, то высота прямоугольника равна половине высоты треугольника.

– Отлично! – сказал папа и записал на листке:

**Площадь прямоугольника**

$$\frac{\text{Основание треугольника}}{2} \times \frac{\text{Высота треугольника}}{2} =$$

$$= \frac{\text{Основание треугольника} \times \text{Высота треугольника}}{4}$$

Митя согласился.

– А сколько слоёв бумаги в прямоугольнике?

Митя развернул и свернул «конвертик» и ответил:

– Два.

– Это значит, что его площадь равна половине площади исходного треугольника. Согласен?

– Конечно.

– Получается, что площадь у исходного треугольника в два раза больше, чем у прямоугольника?

– Да.

– Если площадь прямоугольника мы знаем (папа указал на запись на листке), то чему равна площадь треугольника?

– Если одну четвёртую умножить на два, то получится... Половине произведения основания этого треугольника на высоту! Да, именно так в учебнике! Выходит, ты доказал это без построения параллелограмма, а лишь согнув трижды листок! Спасибо, папа!

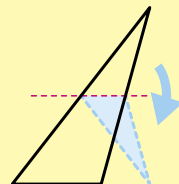
**Упражнения**

1. Почему, когда папа складывал конвертик, углы А и 1 совместились при наложении, и углы В и 3 тоже, а конвертик получился прямоугольным?

2. Как быть в случае тупоугольного треугольника, когда вершина при сгибании не попадает на сторону, как на рисунке?

а) «Спасите» папино доказательство о сумме углов треугольника в этом случае.

б) Докажите формулу площади треугольника в этом случае.





## Только Логика!

Средства массовой информации любят поражать читателей какими-либо невероятными совпадениями. Одному из них известный американский писатель и популяризатор математики Стивен Барр посвятил такую задачу.

*Вот список первых пяти американских президентов (в порядке следования): Вашингтон, Адамс, Джефферсон, Мэдисон, Монро. Издавна во многих изданиях активно муссируется тот удивительный факт, что из этих пяти президентов трое умерли именно в День независимости США.*

*Не обращаясь ни к каким справочникам, только с помощью логических рассуждений определите одного из них, умершего в День независимости.*

Разгадайте загадку Стивена Барра, после чего попробуйте ответить на два дополнительных вопроса (опять же, не используя справочники или поисковики в интернете – только логика!).

**Первый дополнительный вопрос.** Определите одного из этих пятерых, кто умер не в День независимости.

**Второй дополнительный вопрос.** Определите ещё одного из них, умершего в День независимости.

Художник Елена Цветаева

# СФЕРИЧЕСКИЕ ЗЕРКАЛА

В магазинах, на подземных парковках можно встретить высоко висящие зеркала сферической формы. Такое же сферическое зеркало установлено рядом с редакцией журнала «Квантик» — в том месте, где дорожка, идущая между заборами от Московского центра непрерывного математического образования, выходит на Большой Власьевский переулок. Такие зеркала устанавливают в местах, где обзор затруднён, — они помогают людям расширить видимое пространство.

Когда-то давно, когда ещё наука делала только первые шаги, люди считали, что глаз «ощупывает» предметы выходящими из него лучами, и так мы видим окружающий нас мир.



Фото:  
Валентина Асташкина



М. Эшер. Автопортрет



Как Евклид представляет себе механизм этого явления? [...] Из глаза по прямым линиям вылетают «описы» — зрительные лучи, разделённые некими угловыми промежутками. Чем больше «описов» утыкается в предмет, тем больше деталей мы в нём различаем. Когда предмет удаляется настолько далеко, что попадает в промежуток между «описами», мы перестаём его видеть совсем.

Из комментария переводчика (А. И. Щетников)  
к книге Евклида «Оптика».

Теперь каждый ребёнок знает, что лучи идут не от глаза, а наоборот, в сторону глаза — лучи света «отражаются» (на самом деле процесс более сложный) от предметов, некоторые из лучей попадают к нам в глаз, который и собирает зрительную информацию об окружающем мире. И видим мы только те предметы, лучи от которых отразились и попали к нам в глаз.

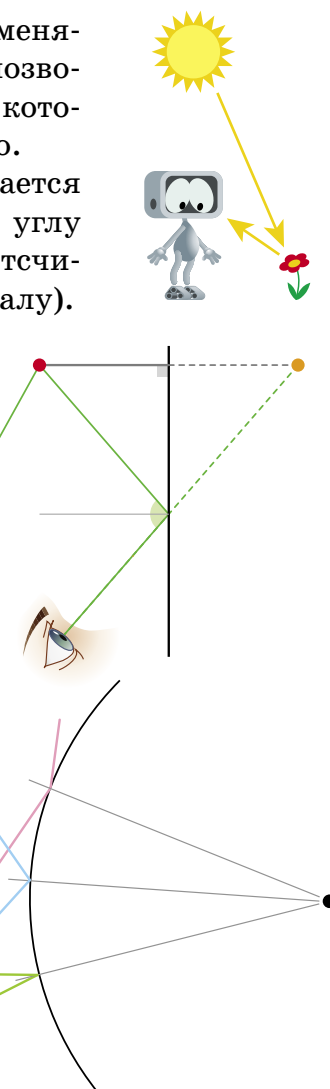
В зеркалах луч отражается, меняет своё направление, и зеркала позволяют увидеть предметы, лучи от которых не попадают в глаз напрямую.

В плоском зеркале луч отражается по закону «угол падения равен углу отражения» (эти углы принято отсчитывать от перпендикуляра к зеркалу).

Ненадолго встанем на позицию древних: будем считать, что луч выходит из глаза. После соударения со сферическим зеркалом луч уходит по тому же закону «угол падения равен углу отражения», где угол отсчитывается от перпендикуляра к сфере — продолжения радиуса, проведённого в точку падения. После отражения от сферического зеркала лучи расходятся в разные стороны. Таким образом сферическое зеркало и расширяет угол обзора.

Вернёмся в наш просвещённый XXI век — запустим лучи в обратную сторону, в сторону глаза. Сферическое зеркало перенаправляет в глаз лучи от предметов с существенно более широкой части пространства, чем это делает обычное плоское зеркало. Этот эффект используют и в автомобильных зеркалах, делая либо само боковое зеркало, либо только его внешний край не плоским, а выпуклым.

Фото: btr, wikipedia.org



Художник Алексей Вайнер

# ДОМ БЕЗ ОКОН БЕЗ ДВЕРЕЙ

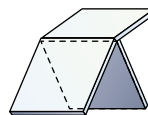
— Квантик и Ноуттик, у нас новый конструктор с заданиями-головоломками! Тут много одинаковых пластмассовых квадратных деталей, которые можно легко соединять по рёбрам. Например:



можно так...



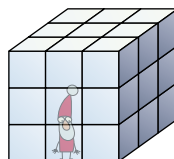
или так...



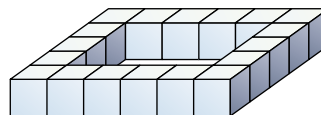
или даже несколько  
рёбер вместе...

Требуется построить ДОМ БЕЗ ОКОН, БЕЗ ДВЕРЕЙ, соблюдая условие: не должно оставаться свободных рёбер, то есть к каждому ребру должны примыкать две или больше квадратные детали. Сможете?

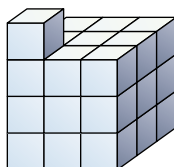
— Легко, вот примеры:



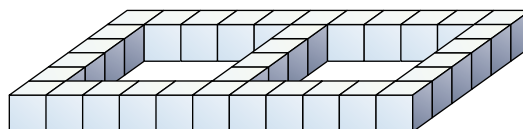
куб



«прямоугольный тор»



куб с домиком  
для Карлсона на крыше



дом в виде кренделя

\*\*\*

Такие дома можно соединять друг с другом, вставлять внутрь дополнительные перегородки... да много чего можно построить. Но прорезать дверь в кубе, убрав квадратную деталь, нельзя: нарушится условие.

Кстати, есть вариант конструктора для Очень Маленьких Детей: в нём много одинаковых пластмассовых палочек, которые легко соединяются своими концами. Из этих деталей Очень Маленькие Дети строят свой ДОМ БЕЗ ОКОН, БЕЗ ДВЕРЕЙ, то есть плоскую фигуру (скажем, на поверхности стола), соблюдая ус-

ловие: **не должно оставаться свободных концов палочек** – то есть к каждому концу должны примыкать две палочки или больше (как на рисунках справа).

У всех этих ДОМОВ есть внутренняя часть: там можно запереть гнома, и он не сможет выбраться, не разломав конструкции. Даже Очень Маленьким Детям легко удастся запереть гнома, если запретить ему перелезть через палочки.

Это была присказка, а сказка (то есть главная головоломка) впереди: попробуйте построить из конструктора Квантика и Ноутика ЗАКОЛДОВАННЫЙ ДОМ БЕЗ ОКОН, БЕЗ ДВЕРЕЙ, который **не позволит никого запереть**, то есть без внутренней части. Старое условие остаётся в силе: **не должно оставаться свободных рёбер** (в варианте для Очень Маленьких Детей у дома не должно оставаться свободных концов).

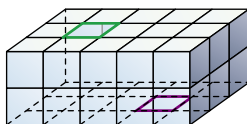
*Вот здесь, дорогой читатель, остановитесь и попробуйте поработать с палочками на плоскости. Это ведь должно быть проще, чем с конструктором из квадратиков, да? Ну как, не получается?*

А Ноутик с Квантиком, которые возились с квадратными деталями, справились, причём каждый по-своему! Давайте посмотрим.

### КОНСТРУКЦИЯ КВАНТИКА

Сложим из квадратов несколько заготовок.

1. Основа нашего дома: обычная коробка  $5 \times 3 \times 2$  с двумя квадратными дырами сверху и снизу.



2. Пол второго этажа, он же – потолок первого: прямоугольник  $5 \times 3$  с двумя квадратными дырами.

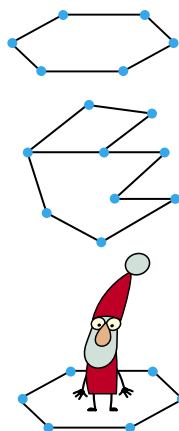


3. Два колодца, каждый состоит из четырёх вертикально стоящих квадратных деталей.



У этих заготовок много свободных рёбер, ещё бы! Но погодите, они начнут исчезать по мере того, как мы будем собирать дом.

*Вот теперь остановитесь и сами подумайте – что дальше?*

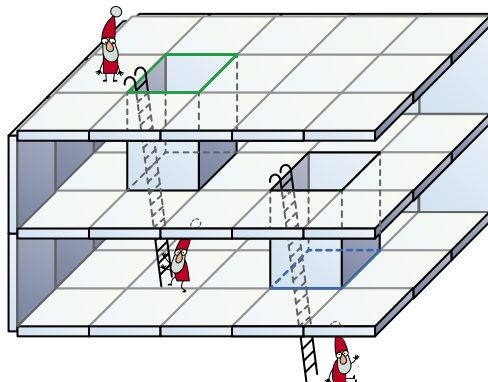




Дом мы строим двухэтажный, с двумя входами-колодцами. Один колодец ведёт сверху на первый этаж, а второй – снизу на второй этаж.

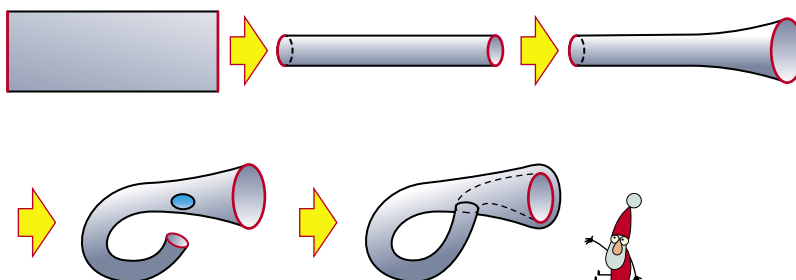
Вначале возьмём пол второго этажа. К левой дыре приставим первый колодец, расположив его сверху, а к правой – второй колодец, расположив его снизу. Эту конструкцию поместим в коробку-основу, и заколдованный дом готов! Из верхней комнаты гном может выбраться через нижний колодец, и наоборот.

Если убрать две стены дома, мы увидим такую картину:



### КОНСТРУКЦИЯ НОУТИКА

– А я вспомнил про *бутылку Клейна*<sup>1</sup>, – сказал Ноуттик. – Обычно её делают из прямоугольного листа резины: сначала надо склеить цилиндр, соединив верхнюю и нижнюю стороны. У цилиндра на краях есть окружности, вот я их отметил красным цветом. Цилиндр надо вытянуть, изогнуть как на рисунке, одним концом цилиндра проткнуть стенку, и затем соединить красные окружности.



<sup>1</sup> См., например, брошюру С. Смирнова «Прогулки по замкнутым поверхностям»: [kvantik.com/short/progulki](http://kvantik.com/short/progulki)

У нас резины нет, но ничего, бутылку Клейна можно сделать из конструктора, взяв побольше квадратигов. Получится дом без окон, без дверей. Теперь главное – убрать синюю перегородку, которая невольно возникает в месте пересечения. Заколдованный дом готов!

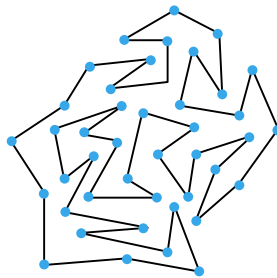
*Вот теперь остановитесь и ещё раз попробуйте поработать с палочками на плоскости. Как, опять не получается? И даже Квантик с Ноутиком не справились?*

\*\*\*

Попробуем разобраться, почему можно построить заколдованный дом из квадратных деталей, но не из палочек. И заодно поймём кое-что важное про дома из квадратных деталей.

Представим, что Очень Маленькие Дети построили из своего палочного конструктора заколдованный дом по правилам. Математики называют такой дом *графом*. Палочки – это *рёбра*, их концы – *вершины*. В нашем графе можно выделить цикл – замкнутую цепочку из рёбер. Это делается так: возьмём любое ребро, потом перейдём в соседнее с ним, потом пойдём в соседнее с соседним... Рано или поздно мы вернёмся в вершину, которая уже встречалась, и наш путь замкнётся.<sup>2</sup>

Оставим на столе ровно один цикл. Он может выглядеть просто, как на рисунке справа. А может и сложно, как на рисунке ниже (в этом случае сразу и не ясно, что внутри можно запечатать гнома).



Поставим гнома в какую-то точку стола, только не на ребро графа, и дадим ему лазерную указку. Пусть указка светит в каком-то направлении вдоль стола, так, что луч не проходит через вершины цикла. Посмотрим, какое число рёбер цикла (палочек) пересекает луч. Собственно говоря, нас интересует не число пересечений, а **чётность числа пересечений**.

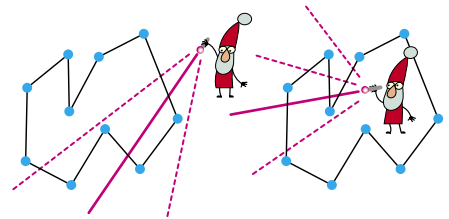
<sup>2</sup> О графах читайте, например: В. Уфнаровский. Их сиятельство граф. «Квантик» №8, 2021; И. Акулич. Почтовое занятие. «Квантик» №6, 2020.



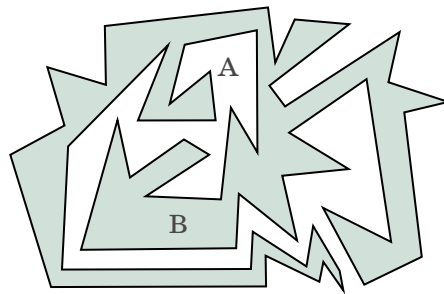


• Пусть гном постепенно поворачивает указку, так что луч начинает двигаться. Если луч сдвинулся чуть-чуть, то число пересечений не изменилось. Однако рано или поздно луч указки пройдёт через вершину. После прохода вершины число пересечений может измениться – могут добавиться или пропасть два новых пересечения. Однако **чётность числа пересечений остаётся прежней!** Пусть теперь гном движется по столу, не пересекая нашу конструкцию. Опять **чётность числа пересечений не меняется!**

• Представим, что гном (со своей указкой) перешагнёт через ровно одно ребро. Число пересечений изменится на один, и значит, **чётность поменяется!**



**Вывод:** на столе есть область  $A$ , откуда лазерный луч пересекает наш цикл в чётном числе точек, и область  $B$  с нечётным числом пересечений. Из  $A$  в  $B$  невозможно пройти в плоскости стола, не пересекая рёбра цикла.



Поэтому, как ни странно, заколдованный дом из квадратных деталей можно построить, а из палочек – нет.

**Задача.** Пусть имеется дом из квадратных деталей, такой, что к каждому ребру каждой детали примыкает чётное число квадратов. Докажите, что в таком доме можно запереть гнома. (**Подсказка:** запустите в этот дом гнома с лазерной указкой, как мы делали выше, и следите за чётностью числа пересечений луча с квадратными деталями.)

Художник Анна Рацкевич

КУРНОК  
СВОИМИ ЛАПКАМИ

# СВОИМИ РУКАМИ

Алексей Панов,  
Дмитрий Панов,  
Пётр Панов



## РОЖДЕСТВЕНСКАЯ ЗВЕЗДА

Распечатайте односторонний файл [kvantik.com/short/Christmas\\_Star](http://kvantik.com/short/Christmas_Star) и вырежьте полоску, состоящую из семи треугольников (рис. 1).

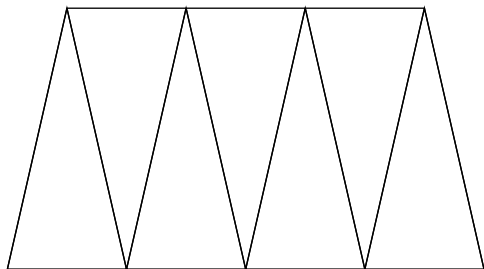


Рис. 1. Полоска

Сделайте на ней сгибы по сторонам треугольников, чтобы она изогнулась как гармошка (рис. 2).



Рис. 2. Гармошка

Сложите эту гармошку, и она превратится в семиугольник (рис. 3).



Рис. 3. Семиугольник

Приложите его к окну, и вот что вы там увидите (рис. 4).

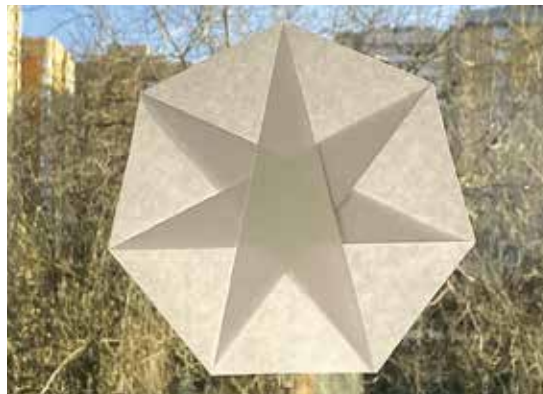


Рис. 4. Семиконечная Рождественская звезда

ЧТО  
ПОЧИТАТЬ?

# ЯРМАРКА СЛОВ

Недавно в издательстве «МЦНМО» вышло третье, исправленное и дополненное издание замечательной книги Елены Муравенко «Ярмарка слов. Словесные головоломки для детей и взрослых». В книге около 400 головоломок разного типа и уровня сложности: шарады, анаграммы, метаграммы, логогрифы, палиндромы, головоломные тестовые задачи и многое другое – с подробными объяснениями и ответами. Значительная часть головоломок была впервые опубликована в этой книге. Приводим несколько избранных заданий.



## МЕТАГРАММЫ

Слово **метаграмма** образовано с помощью древнегреческой приставки *μετά-*, означающей изменение, и существительного *γράμμα* 'буква'. **Метаграммы** – это слова, различающиеся одной буквой (звуком), например: *быль* – *пыль*. Метаграммами часто называют и головоломки, основанные на изменении в слове одной буквы. По умолчанию в таких головоломках принято использовать существительные в исходной форме, чаще нарицательные. Рассмотрим некоторые возможные варианты загадывания метаграмм.

### Цепочки слов

Можно за несколько шагов превратить одно слово в другое, заменяя на каждом шаге одну букву в слове, например, *мышка* за два шага легко пре-

вращается в *кошку*: *мышка* → *мошка* → *кошка*. Для таких превращений интереснее подбирать слова, имеющие какую-то смысловую связь.

• Совершите такие превращения:

*час* → *век*, *час* → *год*, *кора* → *лист*,  
*место* → *парта*, *зуб* → *рот*, *душа* →  
*тело*, *дочь* → *мать*.

Часто превратить одно слово в другое можно не единственным способом. Более удачным считается превращение за меньшее число шагов.

### Много из одного

Можно из одного слова, заменяя в нём лишь одну букву, получать разные слова. Конечно, больше слов получится, если в качестве исходного слова взять небольшое односложное или двусложное слово, например: *сор* – *бор*, *вор*, *жор*, *мор*, *тор*, *хор*; *сыр*, *сэр*; *сок*, *сом*, *сон*, *соя*.



• Даны слова: *бак, порт, лайка*. Найдите как можно больше слов, отличающихся от данных лишь одной буквой.

### Стихотворные метаграммы

- С *г* я очень высока.  
С *н* жилище для зверька.
- Металл я ценный – это ясно,  
Но букву первую смени,  
И местом стану я опасным,  
Смотри во мне не утони.
- С *а* завяжем мы его  
где-нибудь для украшения.  
С *и* опять завяжем, но  
для успешного лечения.
- Я в геометрии фигура,  
Но не овал и не квадрат.  
Но *к* на *д* смени скорее,  
И ты мне будешь страшно рад.
- С *д* я в каждом доме есть,  
С *з* в лесу меня не счесть.

### СЛОВО В СЛОВАХ

**Слово в словах** – так можно назвать целую серию головоломок, суть которых состоит в том, что слово (обычно существительное в именительном па-

деже) «спрятано» в других словах. Выделяется несколько разновидностей этой серии.

### Два в третьем

Тип головоломок, которые условно можно назвать «два в третьем», примыкает к шарадам: к одному слову предлагается добавить другое слово (существительное в именительном падеже) так, чтобы в целом тоже получилось слово, например: *пол + оса → полоса*.

• Добавьте к каждому слову ещё одно слово так, чтобы в целом тоже получилось слово. Количество точек после данных слов или перед ними указывает на количество букв в слове, которое нужно добавить.

|          |           |         |        |
|----------|-----------|---------|--------|
| бар...   | ком...    | приз... | бал... |
| штука... | бес...    | буй...  |        |
| ...окно  | ...учение | ...мель |        |
| ...тень  | ...кот    | ...овод |        |

• Подберите к группе слов ещё одно слово так, чтобы оно, будучи поставлено перед каждым словом из группы, образовывало бы вместе с ним новое слово.



... кость  
лекция  
ода  
чан

... курс  
овод  
такт  
текст  
тур

кипа    унок

клу    сёр

щё    еха

### На стыке слов

Слово может «прятаться» и на стыке других слов. Составляется текст, в котором начало искомого слова совпадает с концом одного слова текста, а конец – с началом следующего слова, например, в предложении *Угол, овал, круг – это геометрические фигуры* можно обнаружить слово голова.

Для зашифровки слова может быть задействовано и более, чем два слова, например, слово Португалия можно разместить в четырёх словах: *Завтра в аэропорт, у Гали я долго не задержусь.*

• В данном ниже тексте спрятаны числа. Если вы их все найдёте и сложите, то получится 152.

*Петя здорово динозавра изобразил и отнёс тот рисунок профессору. Профессор оказался строгим: «Я рад Вашему рвению, но хоть рисунок в целом хорош, есть неточности».*

Художник Татьяна Долгая

гриф  
кит  
пост  
пуд  
штаб

град  
кон  
пар  
тон  
яр

гром  
кол  
тон  
яр

конь  
мышь

### Начала и концы

• Впишите в клеточки такое слово, которое бы также служило концом слова для букв, стоящих спереди, и началом слова для букв, стоящих сзади, например:

каб    ошко каб **Л** **У** **К** ошко

То есть получаем три слова:

лук, каблук, лукошко

пара     ин чеп    б

# Очки для БЛИЗОРУКИХ

У очков для близоруких людей (их линзы тоньше в центре, чем по краям) часто можно увидеть изнутри будто бы стенку, которая куда толще и сложнее, чем сам торец линзы, который мы ожидали бы там увидеть. Как возникает это явление? Почему оно не наблюдается в очках для дальнозорких людей, где линзы по краям тоньше, чем в центре?

Автор Александр Бердников



*Ответ в следующем номере*

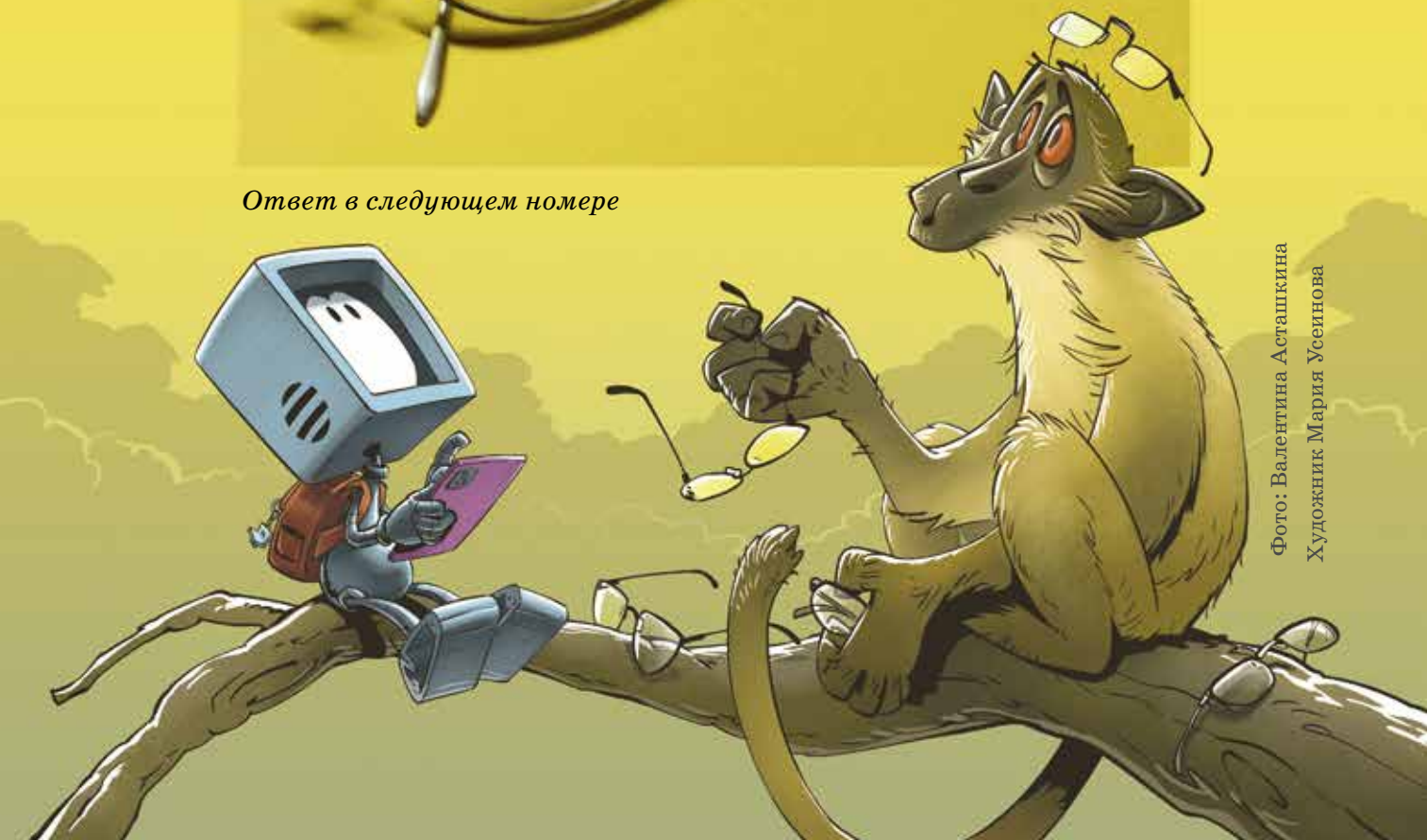
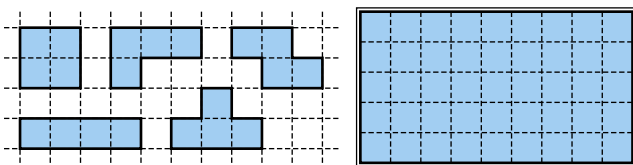


Фото: Валентина Асташкина  
Художник Мария Усеинова



Всем знакомы фигурки тетрамино. Каждая сложена из четырёх равных квадратов, соединённых сторонами (отсюда и название, по-гречески тетра – четыре). Всего существует 5 различных фигурок тетрамино. Самая известная игра, созданная на их основе, – тетрис, изобретённый советским программистом Алексеем Пажитновым в 1984 году. Многие задачи о тетрамино широко известны и входят в книги по математике для школьников.

Мы предлагаем две новые головоломки. Их важная особенность – наличие коробочки. Она должна быть с бортиками, её внутренний размер  $5 \times 9$ .



## Головоломка «Антислайд-тетрамино».

Разместите фигурки тетрамино в коробочке так, чтобы ни один нельзя было сдвинуть ни вверх, ни вниз, ни влево, ни вправо, ни в каком направлении.

## Головоломка «Тетрамино и пустота».

Разместите фигурки тетрамино в коробочке так, чтобы образовалось ровно пять пустот, одинаковых по форме и размерам. В процессе решения фигурки

можно как угодно поворачивать и переворачивать (и пустоты тоже, только мысленно – чтобы понять, одинаковы ли они). Пустоты могут соприкасаться друг с другом только вершинами углов.

Надо сказать, что «игры с пустотой» зачастую сложнее привычных для нас задач на складывание. Ведь оперируем мы вполне материальными элементами, а наблюдать и анализировать приходится пустые области, меняющиеся неожиданным образом.

Автор этих задач (В. Красноухов) утверждает, что каждая из них имеет единственное решение. Сложность первой оценивается специалистами в 5 баллов, второй – в 7 баллов (!) по 7-балльной шкале. Так что придётся изрядно поломать голову. Желаем успеха!

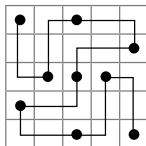
# ■ НАШ КОНКУРС, VI тур («Квантик» № 2, 2025)

26. Маша, которая сейчас учится в школе, записала свою дату рождения в формате ДД.ММ.ГГ, используя шесть различных цифр. Могла ли Маша родиться в один из зимних месяцев? Ответ объясните.

**Ответ:** не могла. Если Маша сейчас учится в школе, то она родилась после 2000 и до 2020 года. Это значит, что в записи последних двух цифр года Маша использует либо 0, либо 1. Зимние месяцы записываются как 12, 01 или 02. Значит, дата рождения Маши – либо  $^{**}.02.1^{*}$ , либо  $^{**}.12.0^{*}$  (звёздочкой заменены неизвестные нам цифры). Поскольку 0, 1 и 2 уже использованы, номер дня может начинаться только с 3, то есть это либо 30, либо 31 число. Но 0 или 1 уже использованы – противоречие.

27. Петя ходит шахматным конём, не отрывая его от доски (то есть конь посещает и промежуточные клетки хода, см. пример на рисунке). Может ли Петя, начав с какой-то клетки, обойти конём всю доску  $5 \times 5$ , посетив каждую клетку ровно один раз?

**Ответ:** может, см. рисунок.



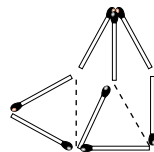
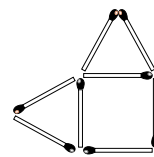
28. Вася называет натуральное число, состоящее из ненулевых цифр, красивым, если и произведение, и сумма его цифр делятся на 100. Найдите наименьшее красивое число и докажите, что меньше него красивых чисел нет.

**Ответ:** 1558999999999. В наименьшем красивом числе должно быть как можно меньше цифр. Среди них должно быть две цифры 5, а также хотя бы одна чётная цифра: иначе произведение цифр не будет делиться на 100. Так как сумма цифр делится на 100, она не меньше 100. Две пятёрки и чётная цифра в сумме дадут не больше 18, значит, сумма цифр, кроме двух пятёрок и чётной цифры, не меньше 82. Но тогда остальных цифр не меньше 10 – иначе даже 9 девяток в сумме дадут лишь 81. То есть всего цифр в наименьшем красивом числе не меньше 13.

Найдём теперь наименьшее тринадцатизначное красивое число. Если оно начинается с 1, то помимо ещё двух пятёрок оставшиеся 10 цифр дают в сумме 89. Набрать такую сумму из десяти цифр можно только так: взять девять раз цифру 9 и один раз цифру 8. Расположив все эти цифры в порядке возрастания, получим

15589999999999 – число с суммой цифр 100 и произведением, кратным  $5 \cdot 5 \cdot 8 = 200$  – это ответ.

29. Из спичек сложен квадрат, а на двух его сторонах из спичек построены равнобедренные треугольники. Получился невыпуклый шестиугольник. Переложите две спички внутри него так, чтобы он разделился на две части, равные по форме и по размеру. (Спички не должны выходить за пределы шестиугольника, их нельзя ломать, нельзя накладывать друг на друга.)



**Ответ:** см. рисунок. Каждая часть складывается из равнобедренного треугольника и ромба с углом  $30^\circ$ .

30. Четверо ребят получили от воспитательницы по игрушке. Потом она собрала эти четыре игрушки и снова раздала ребятам так, что каждый получил ту игрушку, которой у него до этого не было. а) Верно ли, что вне зависимости от того, как были выданы игрушки до этого, воспитательница сможет собрать игрушки и раздать их в третий раз так, чтобы каждый получил новую? б) А в четвёртый раз? Ответ объясните.

**Ответ:** а) да; б) да.

а) Если есть два ребёнка, которые за два раза поиграли с одной и той же парой игрушек, то и другие двое играли с одной и той же парой игрушек. Значит, можно раздать первым двум детям игрушки других двух и наоборот – так у каждого окажется новая игрушка.

Если все дети поиграли с разными парами игрушек, то пусть первый поиграл с утёнком и слонёнком. Тогда есть ребёнок, который поиграл с утёнком, но не слонёнком (назовём его вторым), есть ребёнок, поигравший со слонёнком, но не утёнком (пусть он третий), и четвёртый ребёнок не играл ни со слонёнком, ни с утёнком. Тогда можно выдать второму слонёнка, третьему – утёнка, четвёртому выдать ту игрушку из оставшихся двух, которой у него ещё не было, и первому выдать оставшуюся игрушку (с которой уже поиграл четвёртый).

б) Итак, первые три раза воспитательнице удалось дать каждому игрушку, которой у него ещё не было, то есть для каждого осталась только одна игрушка, с которой он ещё не играл. Пусть есть два ребёнка, которые ещё не играли

с одной и той же игрушкой (скажем, с утёнком). Тогда первые три раза утёнок доставался двум другим детям – значит, кому-то из них он уже достался два раза, противоречие. Поэтому можно выдать каждому ту игрушку, которой у него ещё не было, и все получат по игрушке.

## ■ ОПАСНЫЙ НЕБОСКРЁБ

(«Квантик» № 3, 2025)

Проблема с этим небоскрёбом в... солнечных зайчиках. В солнечный день лучи, собираемые вогнутой поверхностью небоскрёба, наносили реальный ущерб магазинам в близлежащих зданиях и припаркованным автомобилям. Для привлечения внимания к проблеме репортёр пожарил яичницу, просто поставив сковороду на тротуар там, где на него попадал один из солнечных зайчиков. Владелец небоскрёба пришлось сначала платить за ущерб, а потом устанавливать на здании козырьки-солнцезерезы.

## ■ О МЫШАХ И ЛЮДЯХ

Если между датчиком и кожей будет не прослойка геля, а прослойка воздуха, то ультразвук практически полностью будет отражаться от границы «воздух–кожа»: слишком велика разница в акустической «плотности» этих сред для ультразвука. Во время самых ранних ультразвуковых исследований пациентов погружали в ванну с водой. Но гель гораздо удобнее.

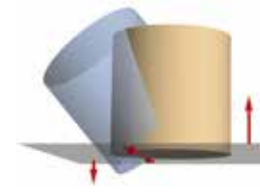
## ■ СКОЛЬКО УДАРОВ?

Предмет издаёт звук, когда какая-то его часть резко ударяется об стол. Шар ударится один раз при касании, но сколько его потом ни катай, отдельных ударов уже не будет (максимум – «журчание»).

Стул ударится сначала одной ножкой, потом другой, потом третьей... а вот четвёртая отдельного звука не издаст, потому что приземлится одновременно с третьей (ведь если стул и пол ровные, не может быть так, что три ноги на полу, а четвёртая – в воздухе). Но оказаться двумя ножками на земле стул может, чтобы потом одновременно упасть двумя другими. При этом касаться пола он может только соседними ножками. Если пытаться оставить на полу две «диагональные» ножки, то, поднимая одну из оставшихся ножек, мы бы загнали другую оставшуюся ножку под землю, вместо того чтобы её поднять; ведь она по другую сторону от этой диагонали.

Про кружку можно подумать, что её дно – это будто бесконечно много ножек стула, так что будет много ударов. Но нет: как только на сто-

ле окажутся две точки дна кружки – падать уже нечему, всё дно должно уже быть на столе. Логика тут такая же, как со стулом: дно есть по обе стороны



от прямой, соединяющей поставленные точки, и ни одну сторону нельзя поднять, не загнав другую под землю. Так что дно кружки сначала ударится ребром, а потом сразу плашмя, и всё.

Кладя кружку на бок, мы сначала кладем цилиндр кружки на «ребро», а потом – на боковую образующую цилиндра – два удара. Но если у кружки есть ручка, то для устойчивости нужно будет ещё прокатить цилиндр, пока ручка не упрётся в стол – третий удар.

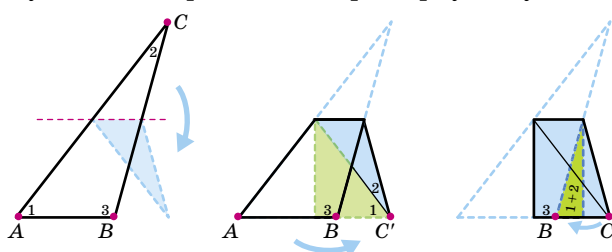
## ■ КАК МИТИН ПАПА

### ТЕОРЕМЫ ДОКАЗЫВАЛ

1. Сначала папа сложил треугольник  $ACB$  по средней линии  $ED$ . Это значит, что  $AE = EC = EC'$ ,  $BD = DC = DC'$ , то есть треугольники  $AEC'$  и  $BDC'$  равнобедренные.

Если соединить вершину равнобедренного треугольника с серединой основания, треугольник разделится на два равных треугольника (учитель мог бы сказать, что они равны по трём сторонам). Значит, их углы при середине основания равны, а тогда каждый из них равен  $180/2 = 90$  градусов. Так что равнобедренный треугольник можно сложить пополам (совместив углы  $A$  и  $C'$ ), и при этом образуется прямой угол – этим и воспользовался папа.

2. а) Из такого треугольника тоже можно сложить прямоугольный конвертик, как показано на рисунках ниже! После последнего сгибания углы  $A$  и  $C$  исходного треугольника вместе с углом  $B$  как раз составят развёрнутый угол.



б) Как и в исходном рассуждении папы, мы сложили из треугольника двухслойный прямоугольник со сторонами, равными половине основания треугольника и половине высоты треугольника.

### ■ ТОЛЬКО ЛОГИКА!

Начнём с исходной задачи Стивена Барра.

Один из президентов, умерших в День независимости – это, конечно, Монро. Доказательство проведём «от противного». Допустим, Монро умер не в День независимости. Тогда получается, что **среди первых четырёх президентов трое умерли в День независимости** – а этот факт намного «сильнее»! В таком случае активно муссировался бы именно он (зачем было бы вообще упоминать о Монро?). Значит, Монро всё-таки умер в День независимости.

Для ответа на первый дополнительный вопрос зайдём с **другого конца**, опять же, рассуждая «от противного». Допустим, Вашингтон скончался тоже в День независимости. Да ведь этот факт сам по себе – выдающееся совпадение: **первый же президент умер в День независимости!** Тогда активно муссировался бы именно он! Но ничего подобного не имеет места. Значит, Вашингтон умер не в День независимости.

Приступим ко второму дополнительному вопросу. С двумя президентами мы уже определились. Снова включаем метод «от противного»: пусть второй президент – Адамс – умер не в День независимости. В таком случае в День независимости умерли Джефферсон и Мэдисон. И если к ним добавить ранее «вычисленного» Монро, то выявляется ещё более сильный факт, который тоже муссировался бы в средствах массовой информации: **три подряд идущих президента умерли в День независимости!** Но опять-таки, ничего подобного не наблюдается. Значит, Адамс умер в День независимости.

А об оставшихся двух президентах можно только гадать. Поэтому сообщим информацию, взятую на этот раз из справочников: в День независимости умер Джефферсон. Судьба такая!

### ■ ДОМ БЕЗ ОКОН, БЕЗ ДВЕРЕЙ

Итак, пусть гном сидит где-то в пространстве и светит лазерной указкой так, что лазерный луч не проходит через рёбра квадратных деталей, из которых выстроен дом. Посмотрим на чётность числа деталей, пересекающих луч. Как бы гном ни поворачивал указку, эта чётность будет одной и той же (в те моменты, ког-

да луч не проходит через рёбра деталей). Она не меняется, даже если гном пускается бродить, не проходя сквозь стены дома. Если же гном (очевидно, обладающий сверхспособностью) пройдёт ровно одну детальку насквозь, то чётность поменяется.

**Вывод:** в пространстве есть область *A*, откуда лазерный луч пересекает дом в чётном числе точек, и область *B* с нечётным числом пересечений. Из *A* в *B* невозможно попасть, не умея проходить сквозь стены.

### ■ ЯРМАРКА СЛОВ

#### МЕТАГРАММЫ

**Цепочки слов.** Возможные варианты цепочек: час – бас – бес – вес – век; час – чад – гад – год (час – бас – бал – вал – вол – гол – год); кора – коза – лоза – луза – лупа – липа – лиса – лист; место – месь – масть – пасть – паста – парта; зуб – зоб – лоб – лот – рот (зуб – куб – кум – ком – кот – рот); душа – суша – сушь – суть – сеть – сель – село – тело; дочь – ночь – ноль – соль – сель – сеть – суть – муть – мать.

**Много из одного.** Бак – лак, мак, пак, рак, сак; бок, бык, бук; бай, бал, бар, бас (есть и несколько более редких слов); порт – борт, корт, сорт, торт, форт, хорт; пост, поэт; пора; лайка – байка, гайка, зайка, майка, пайка, сайка, чайка, шайка; лейка; лавка, лапка, ласка.

**Стихотворные метаграммы.** Гора – нора. Золото – болото. Бант – бинт. Круг – друг. Дверь – зверь.

#### СЛОВО В СЛОВАХ

**Два в третьем.** Бар-сук, ком-пас, приз-рак, бал-кон, штука-тур, бес-еда, буй-вол.

Вол-окно, пол-учение, кара-мель, перс-тень, бой-кот, хор-овод. Кол, кон. Ель, ус, кость, як.

**Начала и концы.** Граф, уха, рис, бок, пот.

**На стыке слов.** Петя здорово динозавра изобразил и отнёс **тот** рисунок профессору. Профессор оказался строгим: «Я рад Вашему рвению, но хоть рисунок в целом хорош, **есть** неточности».  $1 + 103 + 40 + 2 + 6 = 152$ .

### ■ ТЕТРАМИНО – НОВЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ



Антислайд



Одинаковые пустые области



## Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VIII тура, с которыми справитесь, не позднее 5 мая в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция находится по адресу [kvantik.com/short/matkonkurs](http://kvantik.com/short/matkonkurs)), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

### **VIII ТУР**

**36.** Назовём натуральное число *троечным*, если оно делится на 3 или содержит тройку в десятичной записи. Найдите хотя бы одно такое число  $N$ , что среди чисел от 1 до  $N$  ровно половина троечных.



**37.** У Саши есть плоская коробка в виде клетчатого многоугольника, в которой лежат 5 шоколадок размером  $1 \times 5$ . Саша захотел упаковать шоколадки так, чтобы они не болтались (никакую нельзя подвинуть ни по горизонтали, ни по вертикали ни на одну клеточку). Оказалось, что тогда в коробку можно упаковать 2 шоколадки, а больше – не получается. Приведите пример такой коробки.

Авторы задач: Александр Грибалко (36), Иван Русских (37), Борис Френкин (38), Сергей Костин (39), Михаил Евдокимов (40)

**38.** У мудрецов Пети, Васи и Тимы ко лбу прикреплены бумажки, на каждой из которых написано натуральное число. Известно, что сумма всех трёх чисел не больше 5. На вопрос «можешь ли ты назвать своё число» Петя ответил «нет», затем Вася ответил «нет», а затем Тима назвал своё число и обосновал ответ. Какое число было написано у Тимы?



## КИСТИ КРАСКИ

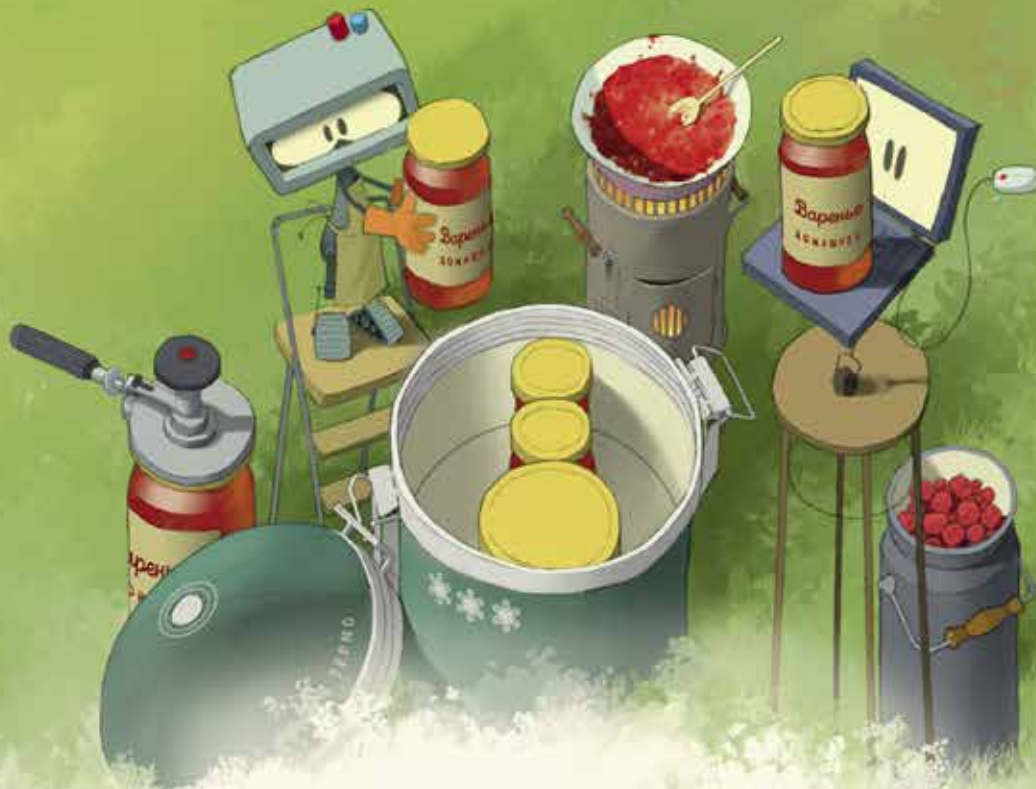


**39.** Вася покрасил 131 клетку в квадрате  $13 \times 13$  в синий цвет, а остальные клетки в зелёный. Верно ли, что Петя в любом случае сможет вырезать из этого квадрата двадцать целиком синих пентаминошек (не обязательно одинаковых)?

**40.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит медиану, проведённую из вершины  $B$ , пополам. Какое наибольшее значение может иметь величина угла  $C$ ?



Художник Николай Крутиков



## ШЕСТЬ БАЦОК В ТЕРМОСЕ

В большом термосе стоят банки с вареньем двух размеров: одна побольше и две поменьше. Все четыре ёмкости имеют цилиндрическую форму. Точки соприкосновения банок расположены на одной прямой, содержащей центр термоса, как на рисунке 1.

Докажите, что можно положить в термос ещё четыре банки того размера, что поменьше, причём вплотную, как на рисунке 2.

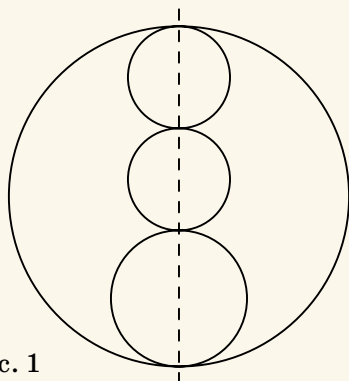


Рис. 1

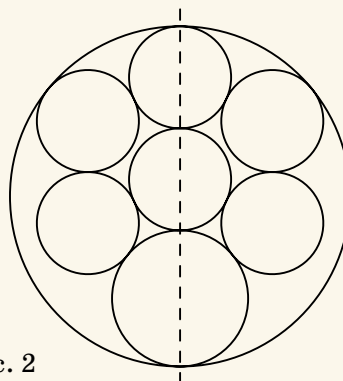


Рис. 2