№ 5 | май 2023
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 5
май 2023

ПРО ИМПЛИКАЦИИ

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ И ГЕОМЕТРИЯ

КРАСНАЯ КРАСКА ИЗ ЧЕРВЯКОВ

Enter

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА на 2-е полугодие 2023 года

*подписаться на **журнал «КВАНТИК»** вы можете в почтовых отделениях и через интернет*

ОНЛАЙН-ПОДПИСКА НА САЙТАХ

Почта России: podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

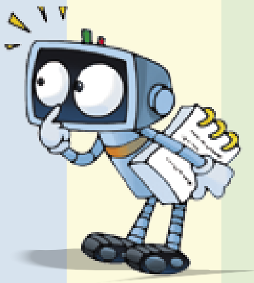
Агентство АРЗИ: akc.ru/itm/kvantik

БЕЛПОЧТА: kvan.tk/belpost

по этим ссылкам вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников

ПОДПИСКА В ПОЧТОВЫХ ОТДЕЛЕНИЯХ

ПОЧТА РОССИИ



индекс **ПМ068**

БЕЛПОЧТА

индексы:

14109 – для физических лиц

141092 – для юридических лиц

Подробно обо всех способах подписки, в том числе о подписке в некоторых странах СНГ и других странах, читайте на нашем сайте **kvantik.com/podpiska**

www.kvantik.com kvantik@mccme.ru vk.com/kvantik12 t.me/kvantik12

Журнал «Квантик» № 5, май 2023 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Подписка на журнал в отделениях почтовой связи
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпочта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

Онлайн-подписка на сайтах
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпочта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Формат 84х108/16 Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 31.03.2023
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус» г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8. Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ» за лучший детский проект о науке 2017
БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ за плодотворную работу и просветительскую деятельность 2021
ПРЕМИЯ РАН художникам журнала за лучшие работы в области популяризации науки 2022

СОДЕРЖАНИЕ

Михаил Фрайман

Про ИМПЛИКАЦИИ

– Скажите, если я поверну здесь направо, там будет математический факультет? – растерянно спросил абитуриент Дима. Он очень хотел в будущем стать математиком, поэтому спешил на день открытых дверей.

– Он там будет, даже если вы не повернёте, – буркнул ему в ответ прохожий. «Действительно, – подумал Дима, – при чём тут вообще я?»

А факультет и вправду существовал ещё задолго до Димы. И всё же ему хотелось узнать, куда идти.

– Извините, а если я здесь пройду прямо, я попаду на математический факультет? – спросил он следующего встречного.

– Если вы тут пройдёте, то попадёте на Марс, – сказал ему тот. «Интересно, – подумал Дима, – там что, портал?»

Пройдя вперёд, он обнаружил, что пройти невозможно: впереди был ручей с быстрым течением. «Да уж, в –10 °C тут никто не пройдёт. Но где же проход на Марс? – не унимался Дима. – Ладно, пойду поскорее на факультет, чтобы не опоздать».

Спустя десять минут поисков Дима всё же нашёл факультет. К его удивлению, встретили его не бородатые профессора, а вполне обычные ребята.

– Не знаете ли, где проходит день открытых дверей математического факультета? – спросил Дима.

– Так ты уже пришёл куда надо! – ответили ему. – Меня зовут Женя, я аспирант факультета, расскажу тебе, что здесь где.

Дима очень удивился: перед ним стоял вполне обычный человек, но при этом – математик.

– Вы знаете, я очень хочу узнать, где же всё-таки здесь портал на Марс, – сказал Дима.

– На какой такой Марс?

– На планету. Мне прохожий сказал, что если я пройду через ручей, то попаду на Марс.

– А, так это наш профессор Правдов – он всем это говорит.

– Как же так: у него фамилия «Правдов», а он мне наврал? – удивился Дима.

– А с чего ты взял, что он наврал? – спросил его Женя.

– Так он же сказал, что тут проход на Марс.

– Ха, – усмехнулся Женя, – чтобы стать математиком, тебе надо быть очень внимательным. Профессор ведь сказал, что *если* ты пройдёшь, то попадёшь на Марс – он не сказал, что тут где-то проход на Марс.

– Не понимаю, он же сказал, что тут проход! – не унимался Дима.

– Ну как же, если бы проход тут был, он бы так и сказал, зачем же ему было лишнее говорить?

– Действительно, – задумался Дима, – но что было бы, если бы я прошёл? Я бы попал на Марс?

– Но ты же не прошёл, – заметил Женя.

– Так это невозможно!

– А если бы было возможно? – спросил Женя.

– Тогда мы бы жили в совсем другом мире, – вздохнул Дима.

– Так, может, в этом мире тут был бы не только Марс, но и Юпитер? – хитро спросил Женя.

– Действительно, даже Венера могла бы быть.

– Сходи на лекцию доцента Логичкина, – сказал Женя, – он всегда на дне открытых дверей читает лекцию по логике, может, тебя заинтересует?

– Точно! – воскликнул Дима, – обязательно схожу.

Дима направился на лекцию. «Доцент – это, конечно, не профессор, но, наверное, хотя бы чуть-чуть разбирается, раз уж его сюда взяли работать, – думал по дороге Дима. Войдя в аудиторию, он сразу направился в первый ряд. – Главное, не заснуть».

– Я всегда, когда вхожу в аудиторию, сразу начинаю читать лекцию, – сказал доцент Логичкин, ворвавшись в зал. – Значит, – продолжил он, – если лекция ещё не идёт, то я ещё не вошёл, – заключил Логичкин. – Пять минут перерыв, – добавил он, вылетев из аудитории.

– Ого, – сказал Дима, – вот это персонаж!

– Да уж, даже лекцию не начал читать, а уже перерыв! – воскликнул его сосед.

– Вообще-то, он уже сделал логическое утверждение, – заметила соседка Димы сзади.

– Какое же? – спросил Дима.

– Он ведь сказал: если лекция не началась, значит, он не входил.

– А как он это понял? Это разве правда вообще? – удивился Дима.

– Конечно, – сказала соседка, – ведь он же сказал, что когда заходит – сразу начинает читать лекцию. Значит, если лекции нет, то он не заходил, иначе лекция бы уже шла!

– Вот это да, получается, действительно правда, – сказал Дима, – получается, мы уже что-то узнали.

– Продолжаем! – Логичкин влетел обратно в аудиторию. – Думаю, вы уже поняли, почему, если лекция не началась, то я не входил.

– Да, – послышалось из аудитории.

– Тогда продолжаем, – сказал доцент, – у нас ещё пять теорем на сегодня запланировано, плюс к каждой по три леммы доказать надо.

Доцент начал очень быстро писать формулы на доске. Дима не успевал за доцентом: тот писал быстрее, чем Дима читал. «Ладно, – подумал Дима, – подойду к нему после лекции».

– Вот и всё. Вопросы? – сказал Логичкин. «Быстро пролетел этот час, – заметил Дима, – хоть я ничего не понял, но было довольно интересно. Надо задать вопрос», – решился наш абитуриент.

– Извините, а есть ли здесь проход на Марс? – спросил Дима. В зале раздался смех.

– Вы, наверное, встретили профессора Правдова, когда шли сюда? – в свою очередь спросил Логичкин.

– Да, именно его.

– А-а-а, он у нас любит всех запутать. Давайте я вам по-простому объясню. Скажите, если я слон, то вы – крокодил? – В зале опять раздался смех.

– Нет, я же не крокодил, – сказал Дима.

– Но я ведь этого и не говорил, – ответил ему доцент.

– Да, но и вы не слон. Если вы не слон, а я не крокодил, то как же ваше утверждение может быть верным? – спросил Дима.

– А вот скажите, если вы вошли в аудиторию, а там ни лекции нет, ни меня, то моё утверждение,

что я всегда начинаю читать лекцию, когда захожу, нарушается?

– Хм, нет, – сказал Дима.

– Тогда почему же вы считаете моё последнее утверждение ложным?

– А расскажите, как работают утверждения «Если ..., то ...». Я ведь совсем запутался.

– Да, нам тоже интересно, – послышалось в аудитории.

– Хорошо, – сказал доцент, – сейчас всё объясню. Предположим, мой первый ассистент сказал, что если на улице хорошая погода, то поют птицы. А мой второй ассистент сделал вывод, что если птицы не поют, то погода плохая. Прав ли он?

– Конечно, – крикнул кто-то с задних рядов.

– А почему?

– А ведь если бы она была хорошей, птицы бы пели.

– Верно, – ответил доцент. – А теперь подумайте, можно ли, наоборот, из вывода второго получить фразу первого?

– Да, – сказал Дима, – если погода хорошая, то птицы будут петь, ведь иначе погода была бы плохой!

– Я смотрю, вы поняли, о чём я, – сказал доцент, собирая свои вещи.

– Подождите! – воскликнул Дима. – А как же слон и крокодил? Разве это не ложь?

– Скажите, – ответил Логичкин, направляясь к выходу, – если вы не крокодил, то я не слон?

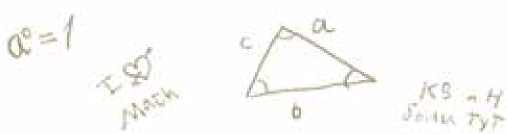
– Конечно, это правда!

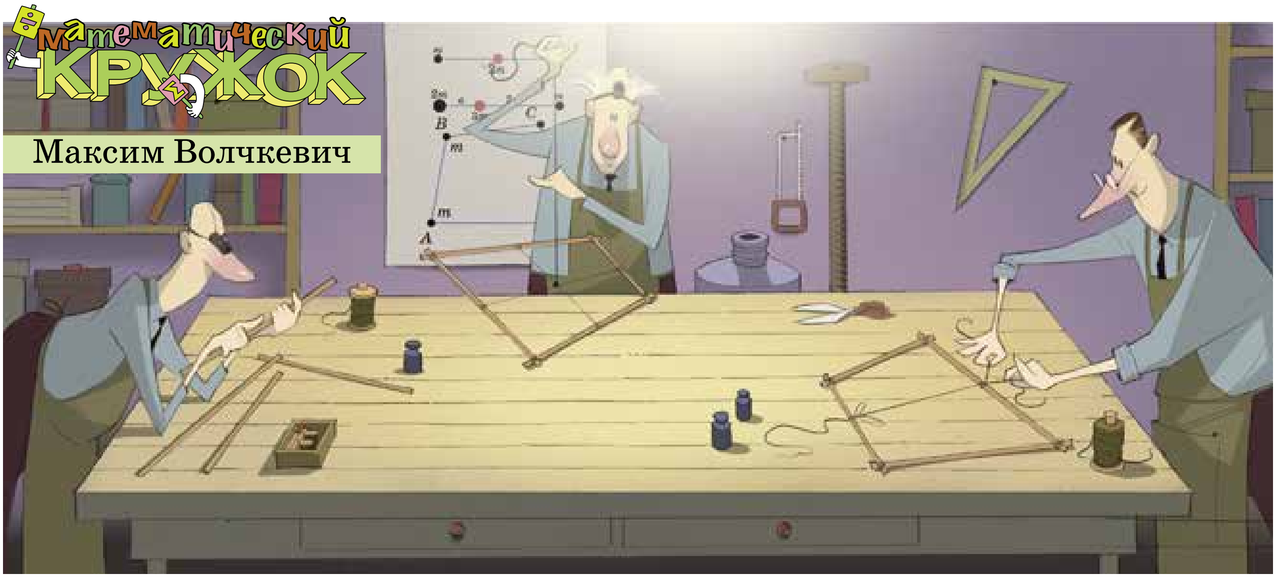
– А разве нельзя отсюда сделать вывод, что если я слон, то вы крокодил? – сказал Логичкин, покинув аудиторию.

По дороге домой Дима долго думал про слова доцента. «А ведь и правда, если бы он был слоном, то я был бы крокодилом, ведь иначе он – слон, а я не крокодил, но это же неправда, ведь я не крокодил, а он – не слон! – Дима чувствовал, что он близок к разгадке. – А если „иначе“ привело нас к неправде, то сначала была правда!» – заключил он.

Дима решил, что обязательно поступит на факультет математики и во всём разберётся. Уж очень ему хотелось узнать, крокодил ли он.

Художник Мария Усеинова





Максим Волчкевич

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ И ГЕОМЕТРИЯ

Каждый из вас может проверить: чтобы уравновесить карандаш или линейку на ребре ладони, нужно поместить руку точно под серединой линейки и карандаша. Правда, такое равновесие не всегда будет устойчивым. Ещё со времён Архимеда людям было известно правило рычага. Если два одинаковых груза закрепить на концах прямой палки, а потом середину этой палки поставить на камень, то палка останется в равновесии. А если грузы неодинаковы, то для равновесия палку нужно поставить на камень в такой точке, которая разделит палку в отношении, обратно пропорциональном массам данных грузов (рис. 1). Более строго можно сказать так: произведение массы каждого груза на длину его плеча до опоры на рычаге должно быть одинаковым.

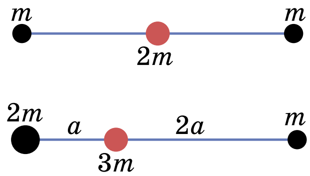


Рис. 1

Если палка с грузами на концах, поставленная на данную точку, останется в равновесии, мы говорим, что в этой точке находится центр её тяжести.

Давайте применим идею центра тяжести в геометрии. При этом мы будем исходить из двух вещей: будем считать, что *любая система грузов имеет один центр тяжести* и что *искать его можно разными способами, группируя данные массы в любом порядке*.

Центр тяжести четырёхугольника

Давайте найдём центр тяжести системы четырёх одинаковых грузов, которые находятся в вершинах данного четырёхугольника (рис. 2). Поместим в каждую вершину четырёхугольника $ABCD$ одинаковую массу m и будем считать, что его стороны – тонкие невесомые стержни.

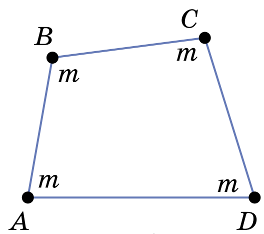


Рис. 2

Давайте разобьём четыре равные массы в вершинах четырёхугольника $ABCD$ на две пары: две массы на

Исходный текст опубликован в учебнике М.А. Волчкевича «Геометрия. 8 класс» (М.: Просвещение, 2021).

концах его стороны AB и две такие же массы на концах стороны CD. Центр тяжести отрезка AB находится в его середине – можно мысленно заменить две массы на его концах их суммой $2m$, находящейся в середине отрезка. Так же сумму масс на концах отрезка CD мы заменим на их сумму $2m$ и поместим её в его середину (рис. 3).

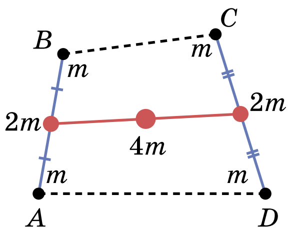


Рис. 3

Где же тогда находится центр тяжести всего четырёхугольника? Если рассуждать по аналогии, то он должен быть в середине отрезка, соединяющего центры масс сторон AB и CD четырёхугольника, то есть в середине его средней линии. Именно туда можно поместить сумму $4m$ всех масс его вершин.

А теперь самое интересное. Давайте разобьём четыре массы в вершинах четырёхугольника на пары другим способом: сгруппируем массы на концах его стороны BC в середине этого отрезка, а массы на концах стороны AD – в её середине. Тогда центр тяжести всего четырёхугольника должен будет находиться в середине отрезка, соединяющего середины этих сторон. Значит, он лежит на второй средней линии нашего четырёхугольника (рис. 4).

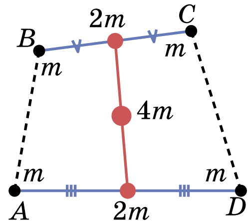


Рис. 4

Что из этого следует? Только то, что средние линии четырёхугольника должны иметь общую середину – делиться точкой пересечения пополам. Этот факт можно доказать и чисто геометрически, он равносилен *теореме Вариньона*: середины сторон четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, а две его средние линии – диагонали этого параллелограмма. Значит, здесь механика отлично согласуется с геометрией.

Интересно посмотреть, что получится, если начать группировать массы в вершинах четырёхугольника ещё

одним способом. Давайте заменим массы на концах каждой его диагонали их суммой $2m$, находящейся в середине этой диагонали (рис. 5). Тогда центр тяжести всей системы должен находиться в середине отрезка, соединяющего середины диагоналей четырёхугольника. Конечно, из этого следует, что средние линии четырёхугольника и отрезок, соединяющий середины его диагоналей, имеют общую середину.

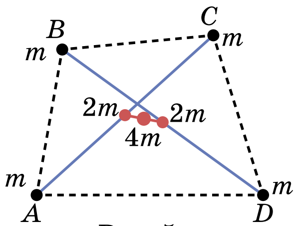


Рис. 5

Итак, центр тяжести четырёх точек с равными массами лежит на пересечении средних линий четырёхугольника, вершинами которого являются эти точки. Значит, центр параллелограмма Вариньона в четырёхугольнике совпадает с центром тяжести этой системы. Если изготовить четырёхугольник с двумя средними линиями из тонкой проволоки, а во все его вершины поместить одинаковые грузы, то можно будет поставить точку пересечения этих средних линий на остриё иглы, и такая конструкция окажется в равновесии (рис. 6).

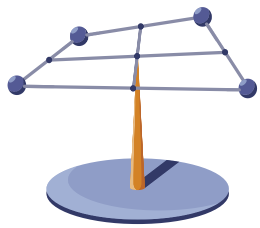


Рис. 6

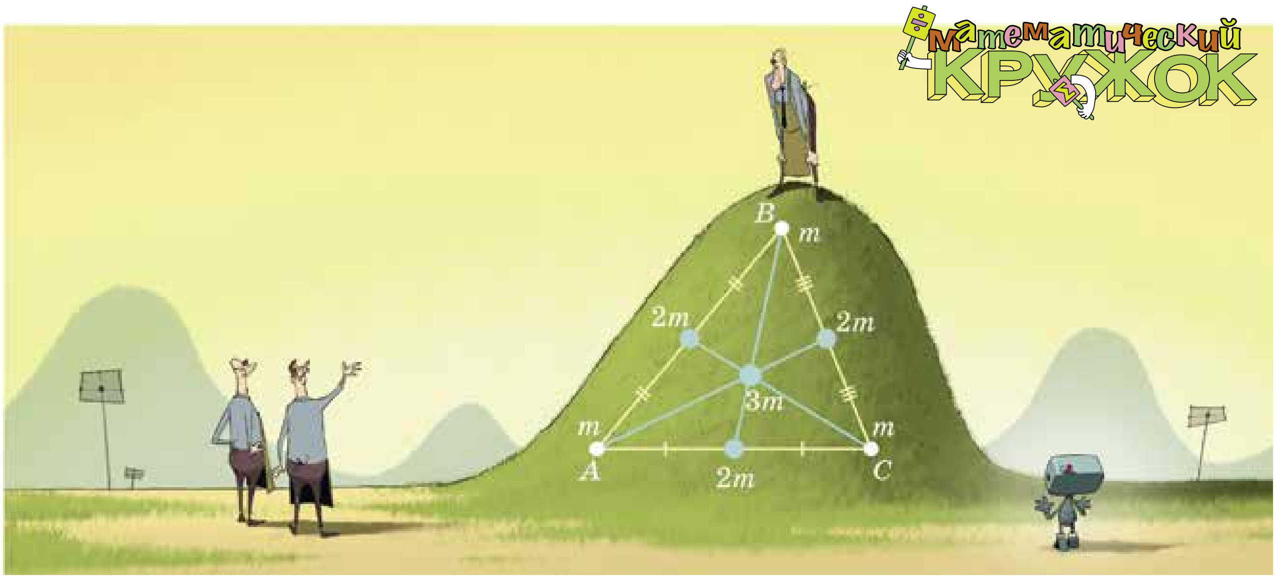
Тем же способом можно найти центр тяжести для четырёх неравных грузов, расположенных в вершинах произвольного четырёхугольника.

Центр тяжести треугольника

Теперь тем же механическим методом давайте найдём центр тяжести системы трёх одинаковых грузов.

Мысленно поместим во все вершины произвольного треугольника ABC одинаковые массы m и найдём центр тяжести этой системы. Центр тяжести двух грузов, помещённых в вершины A и C, лежит в середине отрезка между ними. Поэтому данные две массы мысленно можно заменить их суммой $2m$, расположенной в середине отрезка AC.

Как же теперь найти центр тяжести всех трёх масс в вершинах треуголь-



ника? Поскольку две из них мы заменили на одну суммарную массу в середине его стороны AC, то нам осталось найти центр тяжести только двух грузов, расположенных на концах данной медианы, проведённой из вершины B треугольника. По правилу рычага этот центр должен лежать на этой медиане и делить её в отношении $2:1$, то есть обратно пропорционально массам на концах медианы. Именно в этом месте будет сосредоточена суммарная масса $3m$ всей системы (рис. 7).

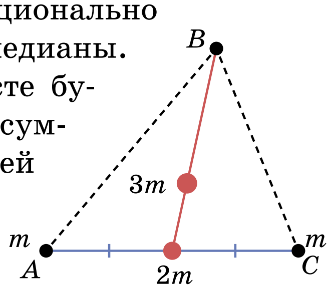


Рис. 7

А теперь точно таким же методом давайте заменим массы m в вершинах A и B треугольника на их сумму $2m$ и поместим её в середину отрезка AB. Тогда центр тяжести всего треугольника будет лежать на медиане, проведённой из его вершины C, и тоже разделит её в отношении $2:1$ (рис. 8).

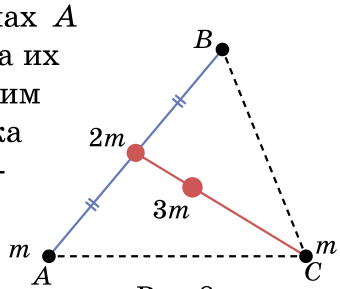


Рис. 8

Такое же рассуждение можно провести и для третьей медианы треугольника. Значит, центр тяжести всей системы обязан находиться одновременно на всех медианах данного треугольника и делить каждую из них в отношении $2:1$. Вот почему медианы треугольника должны пересекаться в одной точке (рис. 9).

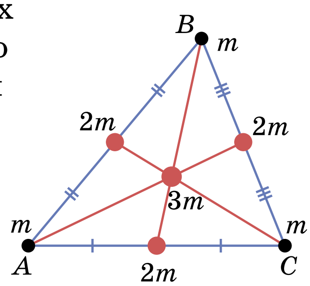
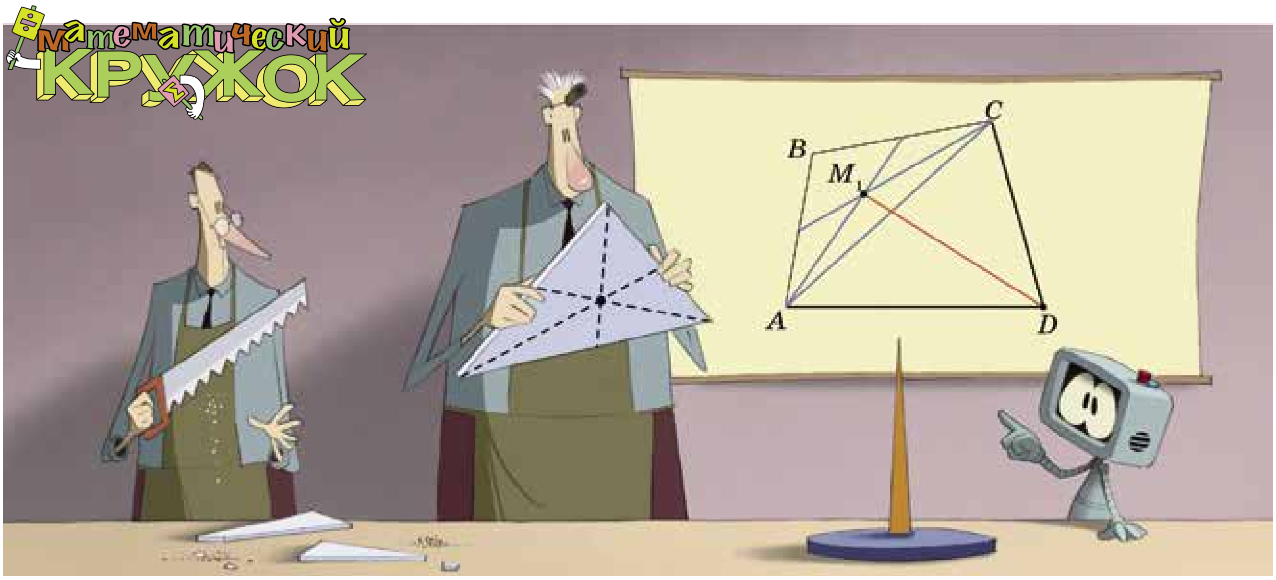


Рис. 9

Мы убедились, что к теореме о средних линиях четырёхугольника и теореме о медианах треугольника легко можно прийти с помощью соображений классической механики. Многие свои математические открытия великий Архимед делал тоже с помощью правила рычага. Об этом он даже написал целую книгу «Метод механических теорем». Она долгие века считалась навсегда по-



терянной и была случайно обнаружена на стёртом пергаменте в подвале библиотеки Константинополя только в начале XX века.

Конечно, мы пользовались тем, что центр тяжести системы не зависит от того, в каком порядке группировать массы её частей. И чтобы рассуждать более строго, нужно это доказать. Но сделать это будет гораздо удобнее, если пользоваться уже не правилом рычага, а складывать векторы.

Если вы вырежете из картона треугольник любой формы, найдёте точку пересечения его медиан и поставите эту точку на остриё вертикальной иглы, то треугольник на ней будет оставаться в равновесии (рис. 10). Это следует из того, что центр тяжести треугольной пластины всегда совпадает с центром тяжести равных масс, расположенных в её вершинах. Но такой же эксперимент с четырёхугольной пластиной произвольной формы у вас уже не получится. И дело здесь в том, что центр тяжести четырёхугольной пластины находится уже не на пересечении её средних линий.

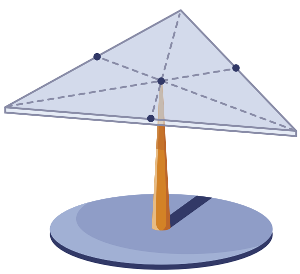


Рис. 10

Задачи

1. В вершинах треугольника поместили массы m, $2m$, $3m$. Постройте центр масс этого треугольника.

2. Во все вершины пятиугольника поместили равные массы. Как построить центр масс этого пятиугольника?

3. Начертите произвольный четырёхугольник $ABCD$. Отметьте точку M_1 пересечения медиан треугольника ABC. Проведите отрезок M_1D, как показано на рисунке 11. Теперь отметьте точку M_2 пересечения медиан треугольника BCD и соедините её отрезком с вершиной A. По аналогии проведите отрезки M_3B и M_4C. Какой факт вы заметили? Как бы вы его доказали?

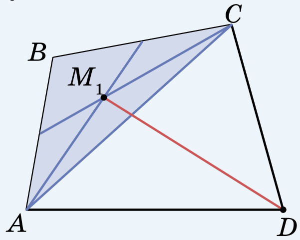


Рис. 11

Художник Алексей Вайнер

ФРИЦ ГАБЕР

Марина Молчанова

Окончание. Начало в «Квантике» № 4 за 2023 год

ВОЙНА

Есть распространённое мнение, что если бы не открытие Габера, то, возможно, Первая мировая война не случилась бы или завершилась бы сравнительно быстро. Ведь ещё в самом её начале Германия в ходе военных действий была отрезана от чилийских месторождений селитры – и только собственная химическая промышленность позволяла ей производить нужное количество боеприпасов. Вспомним: без азота невозможно масштабное производство взрывчатых веществ.

На фронте.
Габер – второй слева

Но Габер внёс и личный сознательный вклад в эту войну. Который, увы, оказался роковым и для тысяч её участников, и для его собственной репутации.

С самого начала Габер полностью поддерживал свою страну – Германию. Так, он был одним из подписавших печально известный «манифест девяноста трёх» – документ, который полностью оправдывал действия Германии в войне, включая нападение на нейтральную Бельгию и связанные с ним разрушения и жертвы.

«Неправда, что мы нагло нарушили нейтралитет Бельгии… Неправда, что наши солдаты посягнули на жизнь хотя бы одного бельгийского гражданина и его имущество, если это не диктовалось самой крайней необходимостью… Против бешеных обывателей, которые коварно нападали на них в квартирах, [наши войска] с тяжёлым сердцем были вынуждены в ответ применить обстрел части города… Выступать защитниками европейской цивилизации меньше всего имеют право те, которые объединились с русскими и сербами и дают всему миру позорное зрелище натравливания монголов и негров на белую расу…»

Сёстры милосердия помогают российским солдатам, отравленным газами, 1915

ФРИЦ ГАБЕР

Лица химической войны. Австралийская пехота под Ипром, 1917

Габер в лаборатории, 1905

(Впоследствии многие немецкие интеллектуалы, подписавшие этот документ, сожалели об этом. Но Габер не стал отзывать свою подпись.)

Однако письмо, в конце концов, – это только письмо. К сожалению, в случае Габера всё было гораздо хуже: он стал одной из ключевых фигур в разработке и применении химического оружия – первого в истории оружия массового поражения.

Применение отравляющих газов стало одной из самых чёрных страниц Первой мировой войны. Здесь отметились обе воюющие стороны, и, если честно, первой начала Франция, попытавшись (впрочем, практически безуспешно) применить слезоточивый газ. А вот начало массового применения химического оружия именно для убийства солдат противника – это уже была «заслуга» немецкой армии и лично Габера. Действительно, Габер не только руководил коллективом химиков, которые разрабатывали способы атаки на вражеские окопы с использованием хлора, но и лично ездил на фронт, чтобы проконтролировать, насколько эффективны эти способы. Впрочем, под его же руководством разрабатывались и способы защиты от отравляющих газов – маски и фильтры.

Сожалел ли впоследствии Габер о своём участии в химической войне? Видимо, нет. Он говорил: чем отравляющий газ так уж хуже летящих кусков железа? Наоборот, лучше: нет раненых и искалеченных. (Впрочем, он тогда не мог знать о долгосрочных последствиях газовых отравлений для здоровья. Или, скорее, не хотел знать.)

А вот для многих учёных и обычных людей из других стран Габер после этого стал символом злодейств, которых во время той войны хватало.

Тем не менее в 1918 году ему всё же была присуждена Нобелевская премия. Конечно, за синтез аммиака: не отметить это достижение было немыслимо. Бош получил свою премию позже, в 1931 году.

Годы войны были отмечены для Габера ещё и личной трагедией (увы, не первой и не последней в его семье): покончила с собой его первая жена, талантливый химик Клара Иммервар. Это произошло в 1915 году, как раз тогда, когда её муж ездил на фронт организовывать химические атаки...

Клара Иммервар, первая жена Габера

ЗАКАТ

После поражения Германии в войне Габер продолжал активную научную работу. Однако его исследования 20-х годов XX века были уже не столь громкими. Так, у него была идея добывать золото из морской воды – но спустя годы Габер вынужден был признать, что это нецелесообразно, золота в ней слишком мало.

Была и ещё одна разработка, впоследствии печально знаменитая, хотя уже не по вине самого Габера. Под его руководством был изобретён «Циклон А» – ядовитое вещество, которое использовалось для уничтожения насекомых. Впоследствии на его основе был создан «Циклон Б», который во время Второй мировой войны нацисты использовали в лагерях для уничтожения людей, и среди жертв были дальние родственники самого Габера...

Нобелевский диплом Фрица Габера

Но до этого он не дожил.

Когда в 1933 году Гитлер пришёл к власти, никакие заслуги перед страной не могли защитить Габера. Он был евреем по крови, он не любил и опасался нацистов – и его присутствие в немецкой науке в одночасье стало нежелательным.

Альберт Эйнштейн, с которым Габер был дружен, называл жизнь Габера «трагедией неразделённой любви», любви к родине. Всё хорошее и дурное, что Габер сделал в течение своей жизни, было так или иначе во

Джон Сарджент. Картина «Отравленные газами», 1919

ФРИЦ ГАБЕР

славу Германии. Но Германия его отвергла – из-за его происхождения. И он был полностью сломлен.

Самого Габера, правда, формально не тронули, но это и не потребовалось. Он был вынужден уволить всех сотрудников-евреев и с полным основанием опасался за безопасность своих родных. Заступничество крупнейших немецких учёных не помогло. Фактически ему оставалось одно: устроить будущее своих подчинённых за рубежом – и уехать самому.

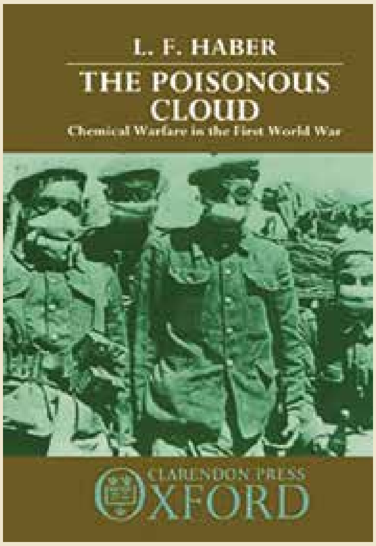
Вскоре он написал заявление о своём уходе с должности директора Института физической химии и электрохимии Общества кайзера Вильгельма. И в августе 1933 года покинул Германию. В это время он уже тяжёло болел – сердце.

Коллеги из других стран отнеслись к Габеру по-разному. Некоторые крупнейшие европейские физики и химики не стали сводить старые счёты – наоборот, помогли ему уехать из Германии и найти работу. А вот когда Габер приехал в Англию, великий Эрнест Резерфорд публично отказался пожать ему руку. Память о химической войне и её жертвах, в том числе среди англичан, ещё была слишком свежа.

Там, в Англии, Габер написал свою последнюю статью и прочёл свою последнюю лекцию. Но пробыл он там недолго: Хаим Вейцман – знаменитый учёный, политик и будущий первый президент Израиля – пригласил его в Палестину, в научно-исследовательский институт в Реховоте (сейчас этот институт носит имя самого Вейцмана). Габер выехал туда и на полпути умер – в Швейцарии, в гостиничном номере в Базеле.

На кладбище в Базеле он и похоронен. В 1937 году туда же перенесли прах Клары Иммервар.

Судьбы потомков Габера сложились по-разному. Там было тоже немало трагедий. Но его дети от второ-



Книга «Ядовитое облако»

Габер на лекции

Могила Габера и его первой жены в Базеле го брака дожили почти до наших дней, и сын Людвиг, ставший известным историком, написал классическую книгу о химической войне – «Ядовитое облако».

ПАМЯТЬ

Сейчас, по оценкам, в результате процесса Габера–Боша производится более ста миллионов тонн удобрений в год. И благодаря им кормится около половины населения Земли.

Институт, в котором Габер проработал большую часть жизни, с 1953 года носит его имя. В Израиле есть Центр молекулярной динамики имени Фрица Габера. Сам Габер получил не только Нобелевскую премию, но и бесчисленные другие научные награды. Он был почётным членом многих академий наук, включая, кстати, и советскую.

Но и об участии Габера в химической войне забыть никак не получится. Вспомним: «накормил миллиарды, убил десятки тысяч». По оценкам, около 90 тысяч человек в Первую мировую войну стали жертвами отравляющих газов (больше всего – среди российских солдат) и почти миллион человек пострадали.

Возможно, именно из-за этой неоднозначности о Габере долгое время почти не писали – пришлось бы обсуждать слишком неудобные вопросы. В последние десятилетия, однако, его фигура всё чаще привлекает внимание писателей и режиссеров. Одна за другой появляются статьи, пьесы, фильмы, радиопрограммы, в которых авторы пытаются осмыслить его судьбу и его историческую роль во всей её сложности.

Жизнь Габера вместила в себя все основные трагедии первой трети XX века. Но эту мрачную историю стоит знать. Хотя бы потому, что она иллюстрирует вопрос об ответственности учёного не только перед своей страной, но и перед человечеством в целом. А этот вопрос всегда важен.

Реактор для производства аммиака. Концерн BASF

Институт в берлинском районе Далем, который сейчас носит имя Фрица Габера

Григорий Мерзон

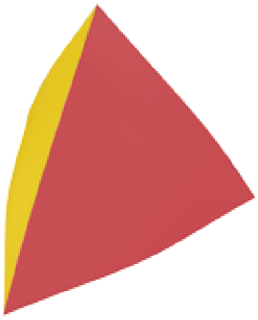
МНОГОГРАННИКИ и РАСКРАСКИ

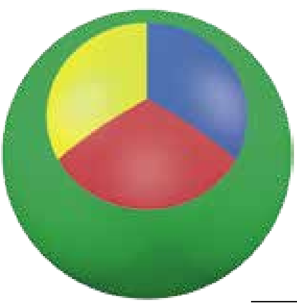
У тетраэдра (треугольной пирамиды) любые две грани – соседние (имеют общее ребро). Бывают ли другие многогранники с таким свойством?

Если представить себе, что тетраэдр сделан из тянущейся, но не рвущейся резины, можно немного его растянуть и превратить в сферу. Каждая грань тетраэдра будет областью на сфере. Если мы захотим покрасить каждую область в какой-то цвет так, чтобы соседние области были разных цветов, то нам потребуется, естественно, 4 цвета.

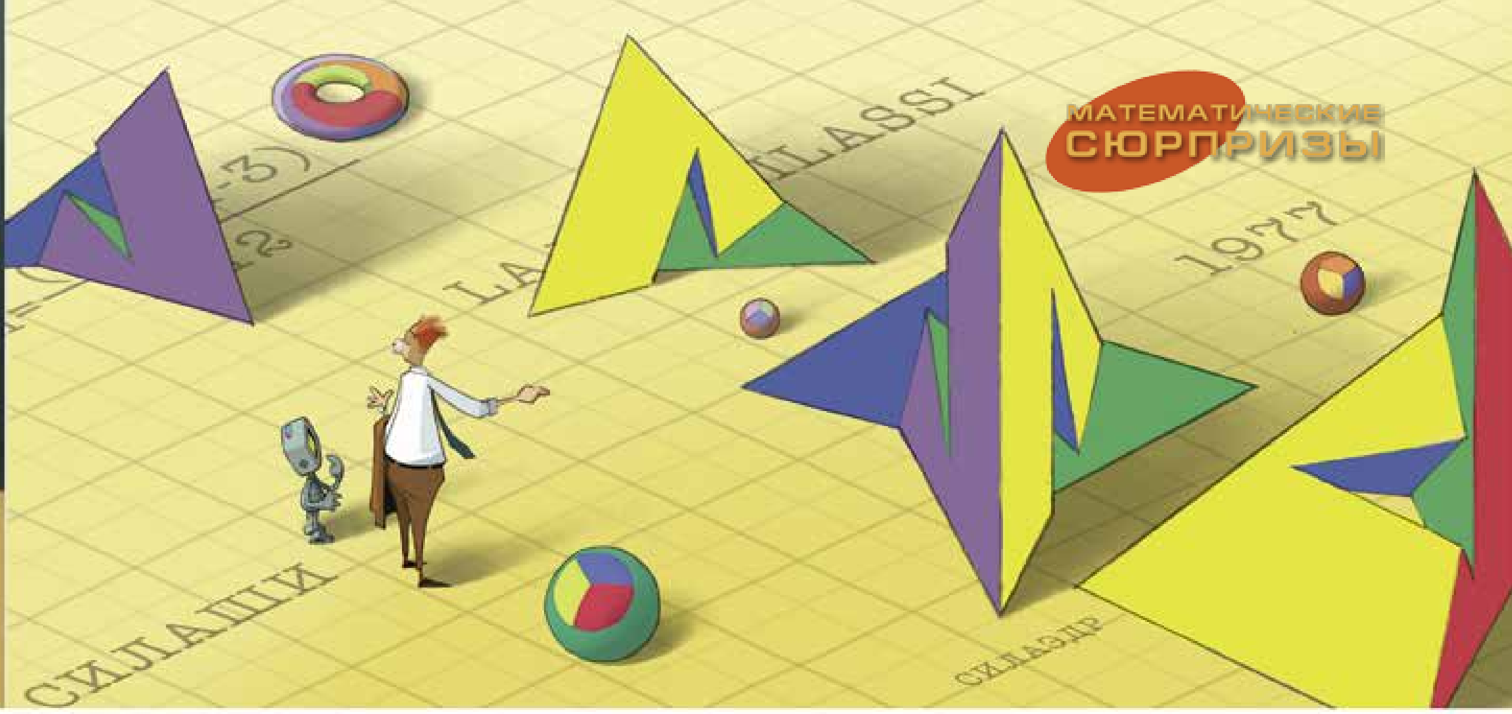
Знаменитая *теорема о четырёх красках* говорит, что четырёх цветов достаточно, чтобы покрасить *любую* карту на сфере. Из неё следует, что разделить сферу на 5 или больше областей, каждая из которых граничит с каждой, не получится[1]. Кажется, что тогда не могут существовать и многогранники с 5 или более гранями, у которых всякие две грани соседние.

И всё же такой многогранник есть! Чтобы его построить, будем рисовать области *не на сфере, а на торе* (поверх-





[1] Вместо очень сложной теоремы о четырёх красках можно воспользоваться формулой Эйлера, о которой «Квантик» рассказывал в №11 за 2020 год (статья «Игры Конвея, рисунки Эйлера и прочие проблемы»).



ности бублика). Его уже можно разбить на целых 7 областей, каждая из которых граничит с каждой[2] (см. рисунки; мы начинаем с картинки на прямоугольной полоске, из которой склеивается цилиндр, а из цилиндра – тор).

Оказывается, такую карту тора можно продеформировать в настоящий многогранник. Такой семигранник построил венгерский математик Ла́йош Си́лаши (Lajos Szilassi) в 1977 году. Рассмотреть этот многогранник с разных сторон можно на странице kvan.tk/etudes-szilassi сайта «Математические этюды».

А вопрос о том, существует ли многогранник, отличный от тетраэдра и многогранника Силаши, у которого любые две грани имеют общее ребро, всё ещё остаётся открытым.

[2] Это значит, кстати, что для раскраски карт на торе иногда требуется как минимум 7 цветов. На самом деле, 7 цветов хватит для любой карты на торе – и доказать это намного проще, чем теорему о четырёх красках для плоских карт.

Художник Алексей Вайнер

Григорий Идельсон

Красная краска из червяков

Библия описывает драгоценный наряд первосвященника в Иерусалимском храме. Облачение было сшито из заранее покрашенных нитей разного цвета: золотой, пурпурной, голубой и красной. Что это были за краски и как их добывали древние израильтяне? Как ни удивительно, сегодня мы хорошо знаем ответ на этот вопрос!

В наши дни большинство красителей, которыми красят ткани, синтезируют химически. Замена натуральных красок синтетическими началась с развитием органической химии в середине XIX в. Но до этого времени, чтобы что-то покрасить, нужно было идти «на поклон» к природе. И с давних времён человечество научилось использовать самые неожиданные источники красителей, какие только она может предложить.

Пурпурная и голубая краска в облачении первосвященника добывались из морских моллюсков. Но сегодня мы предлагаем найти источник красной краски. В оригинальном тексте она называется «краска из червяка». Обратим внимание, что в разных славянских языках «красный» обозначается словом «червонный», то есть опять-таки «покрашенный краской из червя». А одеяние первосвященника в русском переводе Библии описывается как «червлёная шерсть». Что же это за червяки такие?

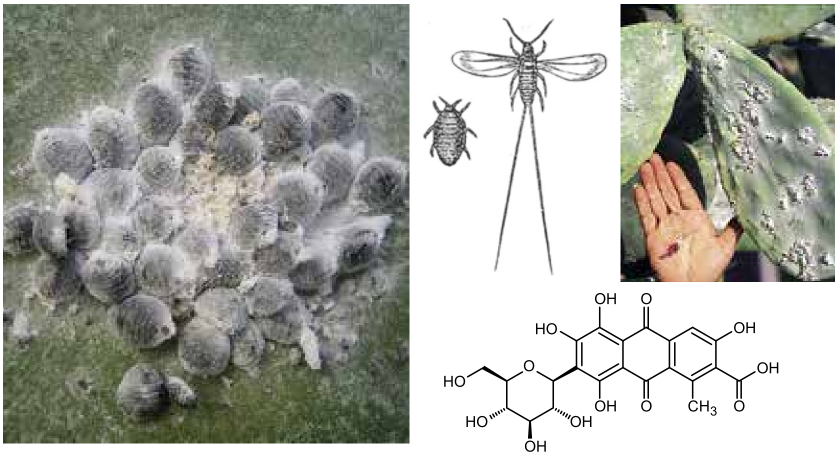
На самом деле, под «червями» в данном случае имеются в виду насекомые из группы *кокцидовых*, родственники тлей и клопов. По-русски их называют *червецами* и *щитовками*.

Самки кокцид всю жизнь остаются червеобразными, похожими на личинок. У них нет крыльев, ножки и усики едва заметны, и они всю жизнь проводят на одном и том же месте одного и того же растения, из которого сосут сок. Самки щитовок покрыты сверху прочным щитом, отчего становится и вовсе непонятно, что это насекомое, а не какое-то утолщение на растении.

Самцы, в отличие от самок, проходят полное превращение, в конце которого червеобразная личинка превращается в типичное крылатое насекомое. Правда, ротовой аппарат у них отсутствует за ненадобностью. Задача самца – прожить один день, найти самку, оплодотворить её и умереть. Из оплодотворённых яиц вылупятся самки, а из неоплодотворённых – самцы. Так что, если в какой-то сезон было мало самцов и много яиц осталось неоплодотворёнными, в следующий сезон вылупится много самцов.

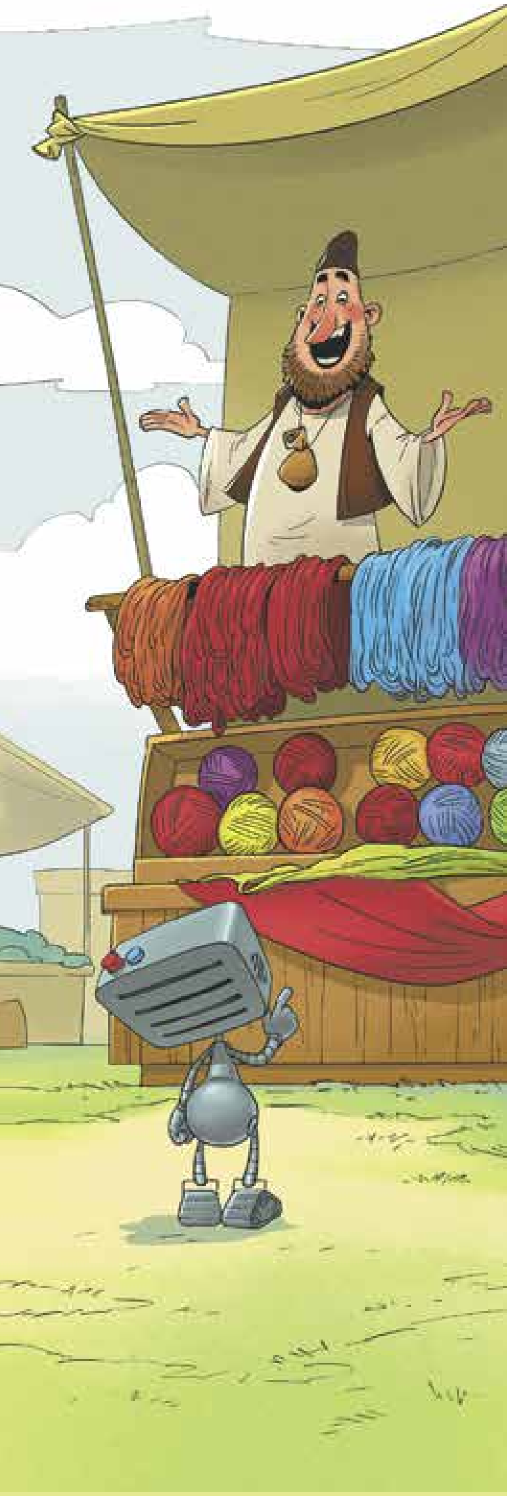
Многие самки кокцид содержат в теле специальные вещества – *антрахиноны*, иногда в довольно больших количествах, до 5% веса. Специальными опытами учёные установили, что антрахиноны обладают неприятным вкусом для муравьёв – главных пожирателей этих насекомых.

Но с точки зрения человека антрахиноны интересны тем, что имеют цвет. Многие из них окрашены в диапазоне от красно-багрового до красно-жёлтого. В самых разных странах люди издавна заметили, что из «червячков», сидящих на растении, можно выделить очень стойкую и сильную красную краску, пригодную для окрашивания шерсти. Какой же вид червецов использовался в древнем Израиле?



Слева направо: самки мексиканской кошенили на кактусе, самец мексиканской кошенили, краситель мексиканской кошенили; внизу – химическая формула антрахинона из мексиканской кошенили: карминовой кислоты

После открытия Америки практически всю красную краску для одежды стали получать из *мексиканской кошенили* (*Dactylopius coccus*). Её разводили ещё майя, ацтеки и инки. Мексиканская кошениль живёт на кактусах, и она наиболее удобна для промышленного разведения. Поэтому вскоре после Колумба все красящие насекомые Старого Света были



заброшены, хотя до открытия Америки они были единственным источником красной краски.

Очевидно, однако, что мексиканская кошениль никак не могла попасть в древний Израиль. Может быть, древние евреи добывали краску из *армянской кошенили* (*Porphyrophora hamelii*)? Она живёт под землёй на корнях некоторых трав в засушливых местах и выбирается на поверхность земли только в период размножения – тогда-то её и можно собирать.

Однако армянская кошениль водится главным образом в Армении, Азербайджане и Турции. Раньше, видимо, её ареал был шире, но всё равно до Израиля не «дотягивался».

Армянская кошениль гораздо меньше подходит для промышленного разведения, но о её былом распространении можно судить, например, по ковру, найденному в древнем захоронении. Ковёр, покрашенный армянской кошенилью, был сделан в Персии, но добрался за тысячи километров до Алтая, где его нашли в захоронении знатного вождя из народа саков.

В начале тридцатых годов прошлого века советские власти пытались наладить производство армянской кошенили, чтобы заместить ею импортную мексиканскую. Биолог Борис Кузин поехал в Армению, чтобы изучить возможность разведения армянской кошенили. По разным причинам этот проект не увенчался успехом, но экспедиция Кузина вошла в историю: в Армении Кузин повстречался и подружился с поэтом Осипом Мандельштамом.

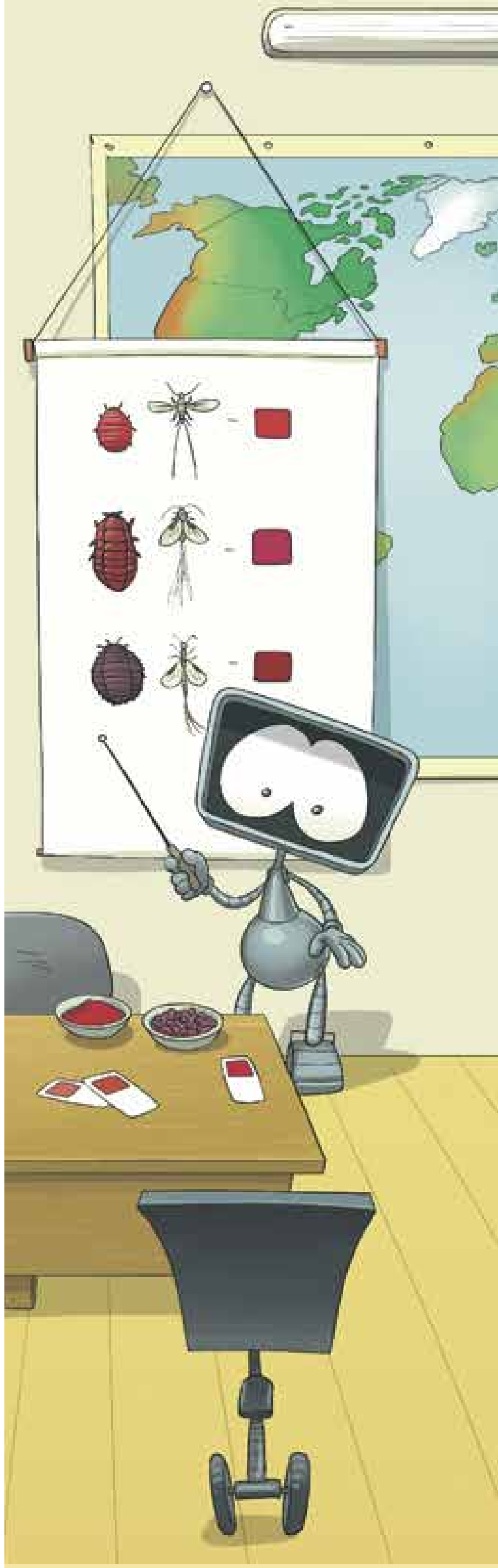
Самка армянской кошенили Porphyrophora hamelii. Фото Arazaph (Armenia)

Пазырыкский ковёр. Он был найден в 1949 г. в захоронении V – IV вв. до н. э. на Алтае. Сейчас он выставлен в Эрмитаже

Есть ещё *польская кошениль* (*Porphyrophora polonica*). Она, как и армянская кошениль, тоже живёт на корнях растений. В исторические времена она водилась почти исключительно в Польше (правда, сама Польша тогда занимала куда большую территорию, чем сегодня). В доисторические времена ареал польской кошенили занимал весь умеренный пояс Евразии, от Франции до Дальнего Востока. Но в Израиле она не водилась даже в «лучшие» времена.

До открытия Америки польская кошениль была основным источником красной краски в северной Европе. Кстати, по составу краска из польской кошенили немного отличается от армянской и мексиканской, так что химики могли бы определить, какой кошенилью покрашено облачение иерусалимского первосвященника. Если бы оно дошло до наших дней…

Сверху: самка польской кошенили; снизу – карта современного распространения польской кошенили; справа – портрет магната Стефана Чарнецкого (XVII в.) в наряде, покрашенном польской кошенилью



Остаётся последний кандидат: *кермес средиземноморский* (*Kermes vermilio*). Он распространён по всему Средиземноморью, в том числе и в Израиле.

Слева – самки кермеса на стволе кермесового дуба; справа – коронационная мантия Рожера II Сицилийского, окрашенная краской из кермеса

Живёт этот кермес на средиземноморском виде дуба, который так и называется *кермесовым*. Он и сейчас растёт в Израиле, и уж точно рос ранее, когда ареалы всех видов были шире. Скорее всего, израильские красильщики использовали краску именно из кермеса средиземноморского.

Есть, правда, одна сложность. В талмудических источниках написано: «Краска делается из червяка, который в горах, а если не из червяка, который в горах, то она негодна».

Это значит, что есть две похожие краски, одна из которых «водится» в горах, а другая – на побережье. Но кермесовый дуб растёт не в горах, а на побережье. Поэтому некоторые исследователи предполагали, что для одежд первосвященника импортировали армянскую кошениль.

Однако в 2005 году вышла статья о том, что нашли ещё один вариант кермеса (*Kermes echinatus*), который живёт на другом виде дуба, растущем только в горах. Его краска немного отличается оттенком цвета от того, который распространён по побережью Средиземного моря.

Кстати, краситель кермеса – это не карминовая, а *кермесовая* кислота, обладающая более оранжевым оттенком. Так что, «вычислив» вид, из которого древние евреи добывали краску, мы можем даже представить, какого именно оттенка были красные нити в облачении первосвященника.

Художник Мария Усеинова

ЧТО ЭТО ЗА ОЦЕНКИ?

Даны испанские слова и их переводы на русский язык: *sobresaliente* «отлично», *bueno* «хорошо», *regular* «стандартно», *deficiente* «неудовлетворительно», *muy* «очень».

В некоторых школах Уругвая используется шкала из 11 оценок. Вот как выглядит эта шкала (все оценки, кроме первой и последней, заменены цифрами):

STE – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – RD

Даны пропущенные оценки в перепутанном порядке:

B, BMB, BR, MB, MBB, MBS, R, RB, SMB

1. Заполните пропуски 1–9.

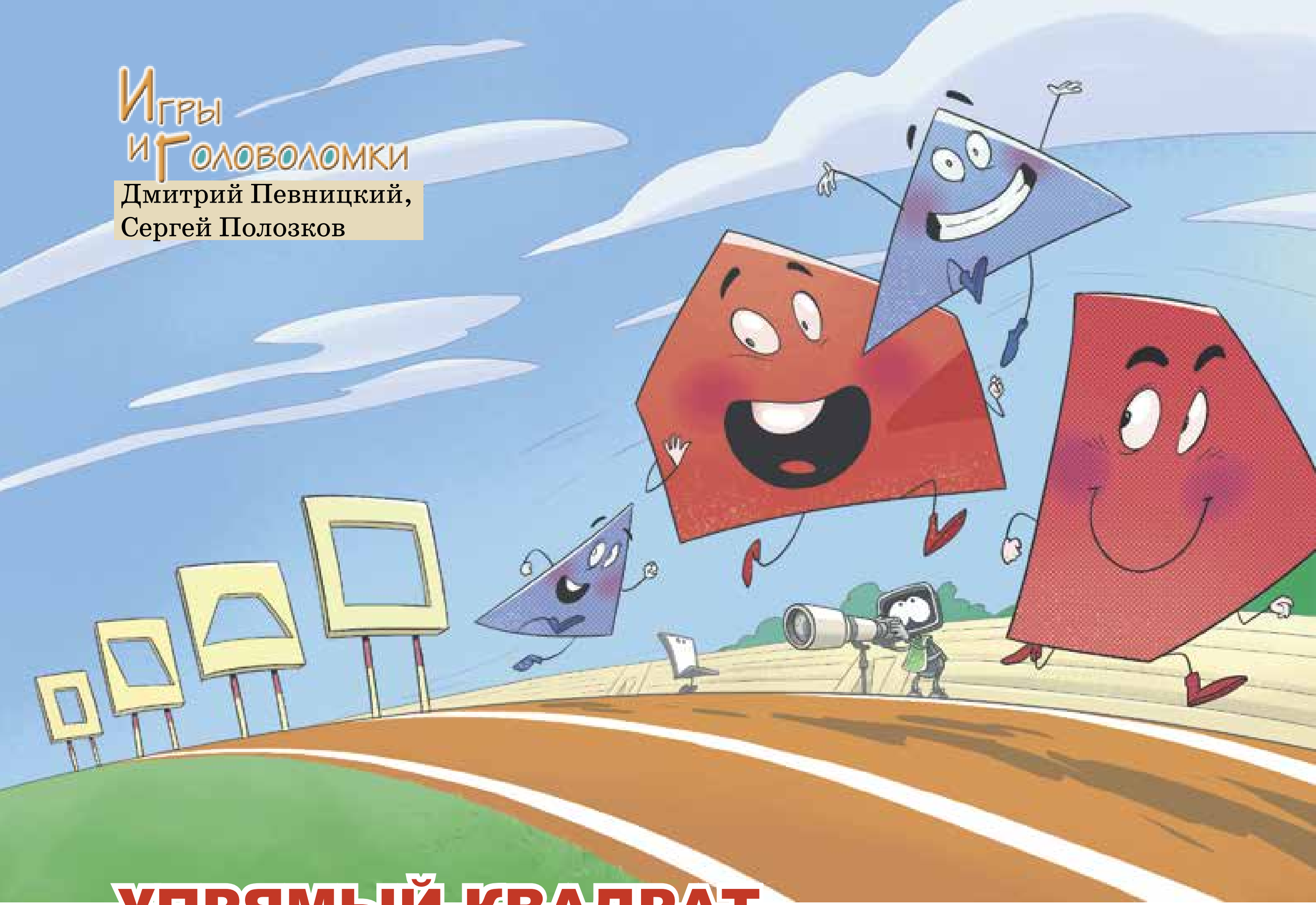
2. В 1960-е годы в некоторых школах Уругвая использовалась шкала из 13 оценок, но в дальнейшем две соседние друг с другом оценки вышли из употребления. Напишите их.

Задача предлагалась в феврале 2023 года на LIII Традиционной Олимпиаде по лингвистике.

Автор Антон Сомин

Художник Ольга Демидова

Дмитрий Певницкий,
Сергей Полозков

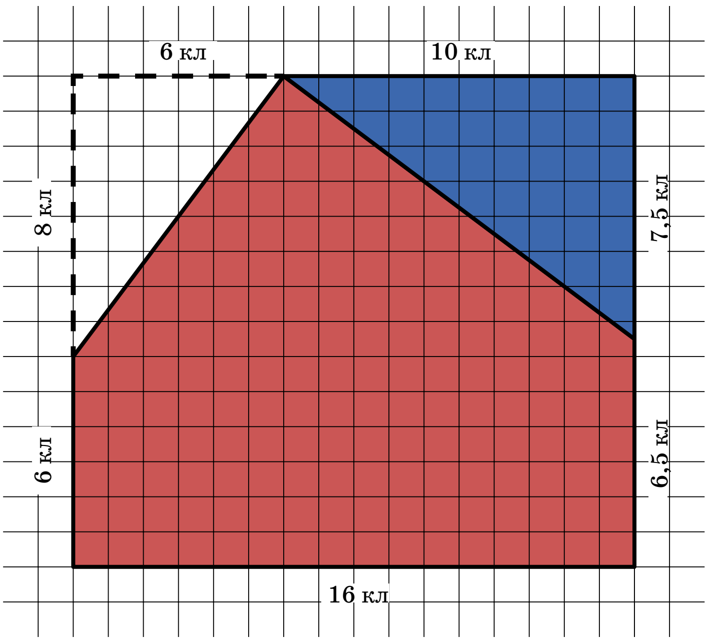


УПРЯМЫЙ КВАДРАТ

Эта головоломка – модификация известной головоломки «Упрямоугольник» В. И. Красноухова и В. И. Бастракова. Вырежьте из плотной бумаги четыре части: два равных пятиугольника и два равных треугольника, как на рисунке справа.

Задача. Из всех частей соберите по отдельности следующие фигуры, но так, чтобы никакие две из них не совпадали: а) квадрат; б) прямоугольник; в) параллелограмм; г) трапецию. Части можно переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

По ссылке kvan.tk/upr-kv можно скачать заготовку для печати на листе формата А4.



Художник Мария Усеинова

LXXXVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил
Константин Кохась

Второй (городской) тур очередной Санкт-Петербургской олимпиады по математике для 6 – 8 классов прошёл 19 февраля 2023 года, участвовали победители районного тура.

Избранные задачи II тура

1 (7 кл). Клетки доски 10×10 покрашены в два цвета. Блоха умеет перепрыгивать с любой клетки или в соседнюю по горизонтали клетку того же цвета, или в соседнюю по вертикали клетку другого цвета. Известно, что такими прыжками блоха может допрыгать с любой клетки доски на любую другую клетку. Докажите, что клеток обоих цветов на доске поровну.

Михаил Антипов

2 (6 кл). Несколько пиратов поделили сокровища: каждому досталось пять драгоценных камней общей стоимостью 100 000 пиастров. Оказалось, что, какого пирата ни возьми, у него есть три камня, которые в сумме стоят меньше, чем вместе стоят два каких-то камня, принадлежащие двум другим пиратам. Докажите, что у кого-то из пиратов имеется камень, который стоит больше 25 000 пиастров.

Александр Голованов

3 (6 кл). По кругу стоят 100 детей в синих шапках и 200 в красных. Известно, что мальчики в синих шапках и девочки в красных шапках говорят правду, а остальные дети лгут. Каждый мальчик сказал: «Все мои соседи в красных шапках». Каждая девочка сказала: «Все мои соседи в синих шапках». Сколько мальчиков может быть среди этих детей?

Таисия Коротченко,
Александр Кузнецов

4 (6 кл). Назовём *интересным* натуральное число n, обладающее следующим свойством: если взять любое натуральное число a, делящееся на n, и между какими угодно двумя его цифрами вставить три нуля, то получится число тоже делящееся на n. Например, число 2 является интересным. Найдите наибольшее интересное число, не делящееся на 10.

Александр Храбров

Художник Сергей Чуб

Решения III тура отправляйте по адресу ruskonkurs@kvantik.org **не позднее 20 июня**. Не забудьте указать в письме ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь. Победителей ждут призы. Для победы не обязательно решить всё – присылайте то, что получится. За лучшее решение отдельных туров предусмотрены специальные премии.

Предлагайте задачи собственного сочинения: лучшие будут опубликованы. В этом туре у нас рекорд: автору задачи № 11 Ире Гуревич ещё не исполнилось и пяти лет.

Желаем успеха!

III ТУР

11. Первый начинается с последней. Назовите его.

И. Б. Гуревич

12.
В этом слове – три частицы.
Это слово – …

О. В. Зизевских

13. Для мыши жизнь в ИКСЕ и жизнь в ИГРЕКЕ полностью противоположны. А для слона (правда, не для любого) ИКС и ИГРЕК полностью синонимичны. Какие слова мы заменили на ИКС и ИГРЕК?

И. Б. Иткин

14. Палиндромом называется слово или текст, который читается одинаково слева направо и справа налево. Палиндромы бывают буквенные и фонетические: например, имя *Тит* [т'ит] – буквенный палиндром, но не фонетический, а имя *Тед* [тэт] – наоборот.

Напишите короткий фонетический палиндром, означающий «Да здравствует овраг!»

Л. И. Иткин,
С. И. Переверзева

15. Мэри робко позвонила в дверь:

– Здравствуйте, миссис Джонс! А _________?

– Какое там! Обещал наконец _________ покрасить, а сам опять куда-то убежал. Я уж _________ обыскала – нет его нигде!

Заполните пропуски в правильном порядке, используя одни и те же семь букв.

Е. А. Котко

Художник Николай Крутиков

КРУГЛЫЕ НАКЛЕЙКИ НА ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

Ноутик играл в игру: у него было 25 одинаковых круглых наклеек диаметра 2 см, которыми требовалось полностью заклеить нарисованный на бумаге прямоугольник. Ноутик справился с заданием. Услышав об этом, Квантик захотел заклеить такой же прямоугольник, но у него были только наклейки диаметра 1 см, зато целых 100 штук. Есть ли гарантия, что Квантик может справиться с заданием?

Художник Алексей Вайнер

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, II ТУР
(«Квантик» № 3, 2023)

6. *Алла прислала в «Квантик» заметку о своём дедушке: «У меня замечательный дед! Его зовут Отто. Он сыщик, ловит воров. Он очень любит котяток. Недавно построил для них шалаш. Он учит меня САМБО. По утрам он занимается БЕГОМ».*

Какие слова мы заменили на САМБО и БЕГОМ? Кратко поясните свой ответ.

В каждой из фраз Аллиной заметки последнее слово представляет собой палиндром, то есть читается одинаково слева направо и справа налево: *дед*, *Отто*, *воров*, *котяток*, *шалаш*. Соответственно, на САМБО и БЕГОМ мы заменили слова ***ушу*** (тоже вид спортивного единоборства) и ***йогой*** (тоже полезная оздоровительная практика). Судя по именам дедушки и внучки, любовь к палиндромам у них – семейная традиция. К сожалению, Алла не написала, как зовут её папу – Тит или Натан…

7. *Что нужно позаимствовать из условия этой задачи, чтобы превратить полезную ёмкость в хорошую погоду? Требуется точный ответ (и краткое пояснение к нему)!*

Полезная ёмкость – это *ведро*, хорошая погода – *вёдро* (сейчас это слово встречается в основном в диалектах). Стало быть, из условия задачи нужно позаимствовать ***две точки над ё*** (они есть как раз в слове *ёмкость*). Ответ «букву *ё*», конечно, неверен: целиком буква *ё* нужна, чтобы превратить, скажем, *бук* в *буёк*, но никак не *ведро* в *вёдро*.

8. *Второклассники читали русскую народную сказку. Разгорелся жаркий спор: что Баба-Яга предложила Иванушке сначала – поесть или поспать? Какие два глагола путают второклассники? Напишите эти глаголы правильно.*

Второклассники путают два действительно похожих и не очень часто употребляемых в современном языке глагола: ***потчевать*** «угощать, кормить чем-нибудь вкусным» и ***почивать*** «спать, отдыхать».

9. *м, м, ж, м, …, ж, с*

Заполните пропуск. О чём идёт речь?

Речь идёт о роде названий дней недели: понедельник – *м*, вторник – *м*, среда – *ж*, четверг – *м*, суббота – *ж*, воскресенье – *с*. Пятница относится к женскому роду; значит, пропущено ***ж***.

10. *Маленький Лёша окает (то есть произносит безударное О как [о], а не как [а]), а вместо звука [л] произносит [в]. В каком существительном Лёша произносит три [во] подряд?*

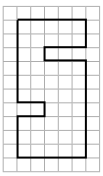
Три [во] подряд Лёша произносит в хорошо знакомом всем читателям «Квантика» слове ***головоломка***: у него получается [гововововомка]. Под условие задачи подходит ещё существительное *стволовой* «рабочий в шахте», но знать этот специальный термин маленький мальчик мог бы только случайно.

НАШ КОНКУРС, VII ТУР
(«Квантик» № 3, 2023)

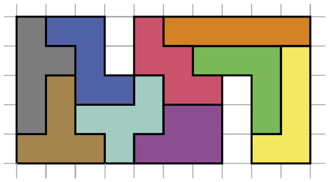
31. *В интернет-магазине доставка стоит* 500 *рублей, но при сумме заказа от* 1500 *рублей доставка бесплатна. Иван Иванович и Иван Никифорович заказали с доставкой одинаковые зонтики, но Ивану Никифоровичу в честь дня рождения сделали на товар скидку* 10%. *Каково же было удивление Ивана Никифоровича, когда он заплатил на* 340 *рублей больше, чем Иван Иванович. Сколько стоил зонтик?*

Ответ: 1600 рублей. Иван Никифорович мог заплатить больше, несмотря на скидку, только если после скидки стоимость зонтика стала меньше 1500 рублей и ему, в отличие от Ивана Ивановича, пришлось заплатить 500 рублей за доставку. Значит, размер самой скидки составил $500 - 340 = 160$ рублей, и тогда стоимость зонтика в 10 раз больше, то есть 1600 рублей.

32. *Разрежьте «цифру 5» на рисунке по линиям сетки на 9 различных пятиклеточных частей (фигуры, которые можно совместить поворачиванием и переворачиванием, считаются равными).*



Ответ: см. рисунок.



33. *Можно ли покрасить все натуральные числа в три цвета так, чтобы сумма любых двух чисел разных цветов была бы покрашена в третий цвет?*

Ответ: нет. Предположим, что покрасить получилось. Пусть числа 1 и n разного цвета (например, синее и красное). Но тогда $n+1$ – третьего цвета (например, зелёное), число $n+2=$ $=1+(n+1)$ – красное, $n+3=1+(n+2)$ – зелёное,

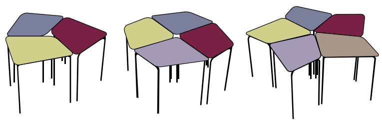
$n+4=1+(n+3)$ – красное, и так далее: начиная с числа n, красные и зелёные числа будут чередоваться. Но тогда и число $2n+1=n+(n+1)$ должно быть и красным, и зелёным одновременно – противоречие.

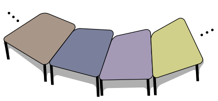
34. *Сколькими способами можно расставить в таблице 3×3 числа 1, 2,..., 9 (каждое по разу) так, чтобы суммы во всех строках и столбцах были нечётные?*

Ответ: $9\cdot5!\cdot4!=25920$. Выясним сначала, сколькими способами можно выбрать клетки для нечётных чисел. Всего у нас 5 нечётных чисел, а в каждой строке их три или одно (чтобы сумма была нечётна). Тогда есть столбец, где все числа нечётны, и такая же строка, причём вместе они уже содержат все наши нечётные числа. Выбрать строку для нечётных чисел можно тремя способами, столбец – тоже тремя, значит, вариантов выбрать клетки для нечётных чисел всего $3\cdot3=9$.

При этом сами нечётные числа можно расставить на 5 клетках $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=5!$ способами (ставим 1 на любую из пяти клеток, 3 – на любую из оставшихся четырёх, и т.д.), а расставить чётные числа в оставшихся четырёх клетках – $4\cdot3\cdot2\cdot1=4!$ способами. Перемножая, получаем ответ.

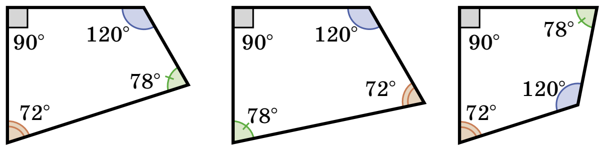
35. *В офис привезли много одинаковых четырёхугольных столов, у каждого стола все стороны разной длины. Оказалось, что и 3 таких стола, и 4, и 5 можно поставить по кругу, одинаковыми углами к центру, так чтобы между соседними столами не было зазора.*



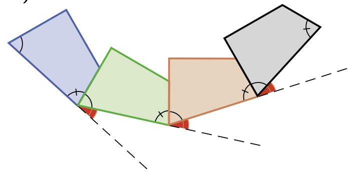


Сколько таких столов можно поставить по кругу, одинаковыми сторонами наружу и без зазоров между соседними столами? Укажите все варианты и докажите, что других нет.

Ответ: 12, 20 или 30. Каждый стол – это четырёхугольник; раз такие столы можно составить по 3, по 4 и по 5 одинаковыми углами к центру, значит, эти углы равны $360°:3=120°$, $360°:4=90°$ и $360°:5=72°$. Тогда оставшийся, четвёртый угол стола равен $360°-120°-90°-72°=78°$. Сами углы могут располагаться разными способами (см. рисунок).



Когда столы выставлены в круг, их внешние стороны образуют правильный многоугольник, каждый угол которого равен сумме двух углов стола (одних и тех же). Поскольку угол правильного многоугольника не может быть больше 180°, сложить его можно только тремя способами: $90°+72°=162°$, $90°+78°=168°$ или $72°+78°=150°$. Тогда внешние углы этого многоугольника (смежные с внутренними, на рисунке ниже отмечены красным) могут быть равны, соответственно, 18°, 12° или 30°. Сумма внешних углов любого многоугольника равна 360°, значит, для n-угольника получаем варианты $18°\cdot n=360°$, $12°\cdot n=360°$ или $30°\cdot n=360°$ соответственно. Следовательно, столы могут стоять по 20, 30 или 12.



Замечание: если выставлять столы в круг так, чтобы внутренние стороны образовывали многоугольник, ответ получится тот же самый.

КУБ, ШАР И ЭЛЕКТРОМАГНИТ

(«Квантик» № 4, 2023)

Ответ: шар упадёт быстрее куба. Так как все тела падают с одним и тем же ускорением, раньше коснётся пола тот предмет, который к нему ближе. Но нижняя точка шара ближе к полу, чем центр нижней грани куба – иначе шар можно было бы поместить целиком внутри куба, и он имел бы меньшую массу.

ЧТО ЭТО ЗА ОЦЕНКИ?

Ответ: 1. STE – SMB – MBS – MB – MBB – – BMB – B – BR – RB – R – RD. **2.** DR – D.

Очевидно, что уругвайские оценки представляют собой аббревиатуры (вероятно, единственное исключение – STE, которая является началом и концом слова sobresaliente).

Помимо STE, ещё две оценки состоят из одного элемента: B (bueno «хорошо») и R (regular «стандартно»). Остальные включают в себя два слова (BR, MB, RB) или даже три (BMB, MBB, MBS, SMB). Но буква M не встречается сама по себе, а во всех оценках идёт строго перед B. Поэтому с учётом перевода слова *muy* можно сделать вывод, что MB – это единая оценка «очень хорошо», то есть все оценки состоят или из одной, или из двух частей.

Итак, на шкале есть оценки STE MB B R (в таком порядке). А двухэлементные оценки, вероятно, расположены между каждыми двумя основными (одноэлементными) оценками. Например, SMB и MBS – сочетание «отлично» и «очень хорошо» – между «отлично» и «очень хорошо». Остаётся понять их порядок.

Обратим внимание на задание 2. Две вышедшие из употребления идущие подряд оценки – это, видимо, основная оценка D, «неудовлетворительно» (или, возможно, DTE – по аналогии с STE) и ещё одна промежуточная – DR («неудовлетворительно + стандартно»). Так как по условию RD находится левее, чем DR, приходим к выводу, что в двухэлементных оценках первый элемент «сильнее» (RD ближе к R, чем к D, а DR наоборот и т.д.)

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ И ГЕОМЕТРИЯ

1. *Указание*: постройте сначала центр масс двух из этих масс.

2. *Указание*: докажите, что этот центр лежит на каждой из прямых, соединяющих точку пересечения медиан треугольника, построенного на трёх соседних вершинах пятиугольника, с серединой его противоположной стороны.

3. Эти отрезки пересекаются в одной точке – ведь центр масс вершин четырёхугольника (в которые помещены равные массы) лежит на каждом из этих отрезков.

LXXXVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

Избранные задачи II тура

1. Пусть в первой строке есть белая клетка. С неё можно попасть лишь на белые клетки нечётных строк и на чёрные клетки чётных строк. Значит, в чётных строках нет белых клеток, а в нечётных нет чёрных. То есть раскраска представляет собой горизонтальный «матрац», в котором чёрных и белых клеток поровну.

2. Выберем любого пирата и заменим три его камня на два других, о которых говорит условие. Мы получим 4 камня стоимостью больше 100 000 пиастров. Значит, один из них стоит больше 25 000 пиастров.

3. Ответ: количество мальчиков может быть любым числом от 200 до 300. Докажем, что вдоль круга не могут стоять подряд три ребёнка в красных шапках. Действительно, если средний из них – девочка, то она солжёт, хотя должна сказать правду. А если средний – мальчик, то он скажет правду, хотя должен солгать.

Проверим, что среди любых трёх подряд стоящих детей ровно один в синей шапке. Рассмотрим любую тройку детей и, начиная с неё, разобьём ряд на тройки подряд идущих детей. В каждой тройке есть хотя бы один ребёнок в синей шапке. Но поскольку и троек, и детей в синих шапках по 100, в каждой тройке ровно один ребёнок в синей шапке. В том числе, это имеет место в (произвольной) тройке, с которой мы начали рассмотрение.

Следовательно, дети в синих шапках стоят вдоль окружности через 2: ...КСККСККСКК... Дети в синих шапках могут быть как девочками, так и мальчиками. А все дети в красных шапках лгут, так как у них один сосед в синей шапке, а другой в красной, поэтому все они мальчики. Итого, мальчиков от 200 до 300.

4. Ответ: $5\cdot 999$. Заметим, что для каждого числа n, не делящегося на 10, можно подобрать кратное ему число a, которое оканчивается на цифру от 1 до 5. Пусть $a=10x+y$, тогда $b=10\,000x+y$ тоже делится на n. Значит, $1000a-b=999y$ кратно n. Поскольку $y\leqslant 5$, получаем, что $n\leqslant 5\cdot 999$.

Обратно, докажем, что число $n=5\cdot 999$ – интересное. Тут надо быть осторожным: это следует проверять для вписывания нулей не только перед последней цифрой, но и в любом другом месте. Пусть a – кратное числа n, y – фрагмент a, перед которым мы вставляем три нуля. Тогда вставка трёх нулей – это операция

$$a\to 1000(a-y)+y=1000a-999y.$$

Для обсуждаемого значения n число y оканчивается на 0 или 5, то есть, делится на 5, поэтому вычитаемое делится на n.

КРУГЛЫЕ НАКЛЕЙКИ НА ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

Мысленно сожмём заклеенный прямоугольник Ноутика (пропорционально), уменьшив стороны вдвое. Получится четверть исходного прямоугольника, заклеенная наклейками диаметра 1 см. Разделим прямоугольник Квантика двумя прямыми на 4 равные прямоугольные части и заклеим каждую так, как заклеен уменьшенный прямоугольник Ноутика. Потребуется как раз 100 наклеек диаметра 1 см.

Сравните эту задачу с задачей о печеньях на противне из «Квантика» № 1 за 2014 год (IV с.).

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач IX тура, с которыми справитесь, не позднее 5 июня в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

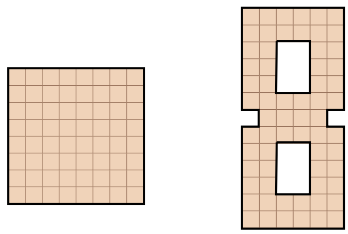
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

IX ТУР

41. Пьеро решил поздравить с 8 Марта Мальвину, и кроме новой песни сочинил для неё задачу: разрезать квадрат 8×8 (слева) на четыре (не обязательно одинаковые) части и сложить из этих частей фигуру в виде цифры 8 (справа). Мальвине помог решить эту задачу Буратино. А справитесь ли вы с задачей Пьеро?



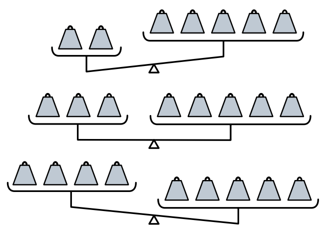
42. В один из дней этого года Квантик, взглянув на календарь, взял факториал от текущего числа и получил число минут в текущем месяце. В какую дату это было? (Факториал числа n – это произведение чисел от 1 до n, обозначается $n!$. Например, $4!=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$.)

Авторы: Сергей Костин (41), Егор Бакаев (42), Михаил Евдокимов (43), Алексей Заславский (44), Георгий Караваев (45)

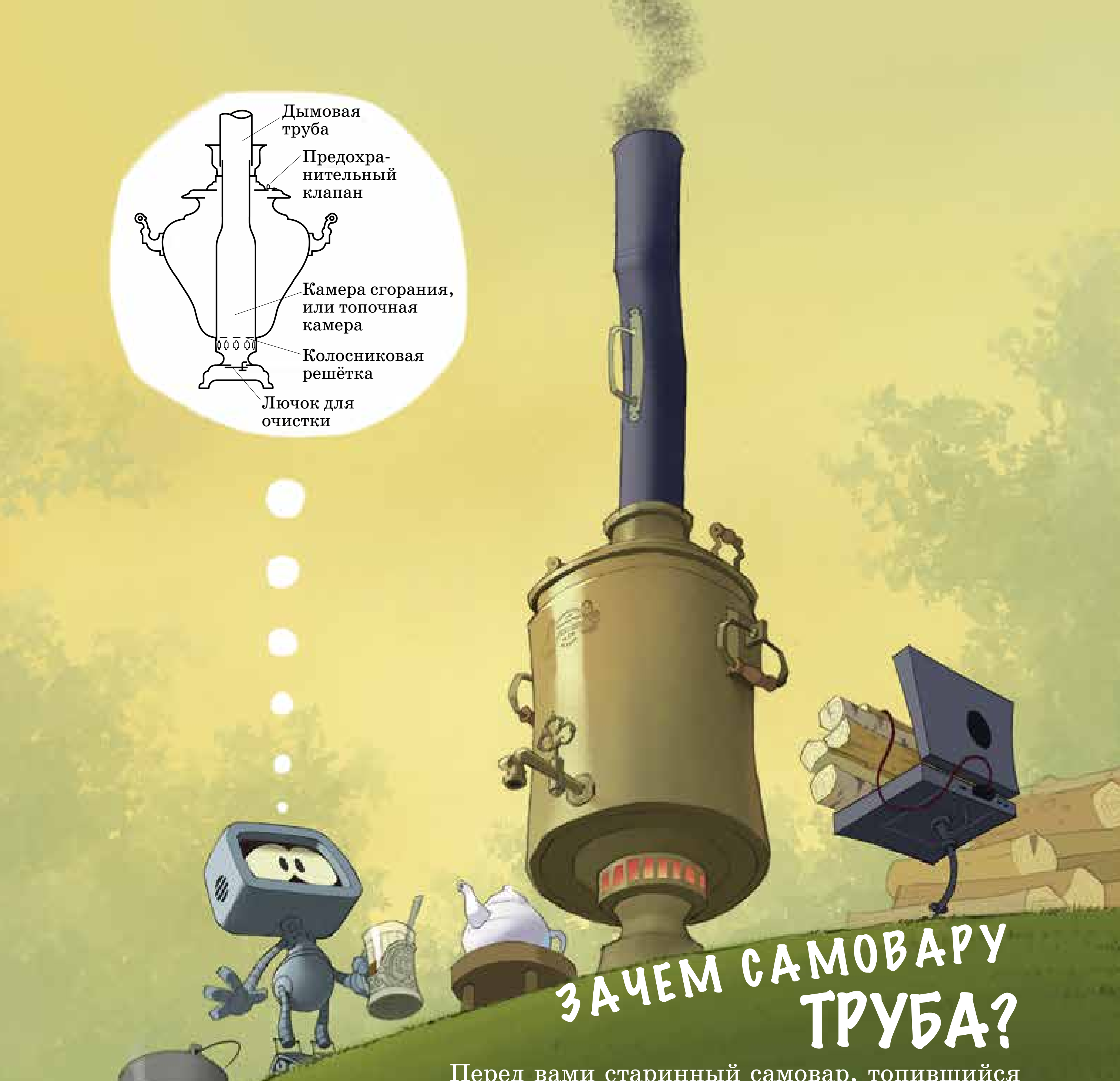
43. Три одинаковых равнобедренных треугольника с основанием 1 расположены в квадрате так, как показано на рисунке (все вершины лежат на сторонах квадрата, на нижней стороне у соседних треугольников есть общая вершина). Чему равна сторона квадрата, если его центр лежит на одной из сторон третьего треугольника? Найдите все возможные варианты.

44. В полдень Петя поехал на велосипеде из деревни A в деревню $Б$, а Вася из $Б$ в A. Каждый из них ехал с постоянной скоростью до момента встречи. Встретившись, они остановились на 10 минут, чтобы поговорить. Потом один из них увеличил скорость на 28%, а другой на 40%. В результате каждый приехал в другую деревню в такое же время, как если бы ехал весь путь без остановки с начальной скоростью. Во сколько произошла встреча?

45. У Даши есть грузы двух видов, разных по весу и отличающихся лишь цветом. Она сделала несколько чёрно-белых фотографий взвешиваний с этими грузами. Можно ли определить, во сколько раз отличаются веса грузов разных видов?



Художник Николай Крутиков



Зачем самовару труба?

Перед вами старинный самовар, топившийся мелко наколотыми дровами. По центру самовара расположена внутренняя труба, куда закладываются дрова (решётка внизу не позволяет им выпасть). Вода наливается в ёмкость вокруг этой трубы и от неё нагревается. А ещё на самовар можно надеть трубу сверху – тогда горение дров сразу усиливается. Почему?

Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986 23005
9 772227 798237