№ 7 | июль 2022

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 7
ИЮЛЬ
2022

СКОЛЬКО ЛАП У ДРАКОНА?

ЧЕТЫРЁХМЕРНЫЙ КУБИК

ТРИ ВИДА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Enter

Продолжается ПОДПИСКА на журнал «КВАНТИК» на 2-е полугодие 2022 года

ОНЛАЙН-ПОДПИСКА НА САЙТАХ:

• **Почты России**

podpiska.pochta.ru/ПМ068

по этой ссылке вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников

• **Агентства АРЗИ**

akc.ru/itm/kvantik

ПОДПИСКА В ПОЧТОВЫХ ОТДЕЛЕНИЯХ:

• **Почта России**

«Электронная версия Каталога Почты России»

индекс **ПМ068**

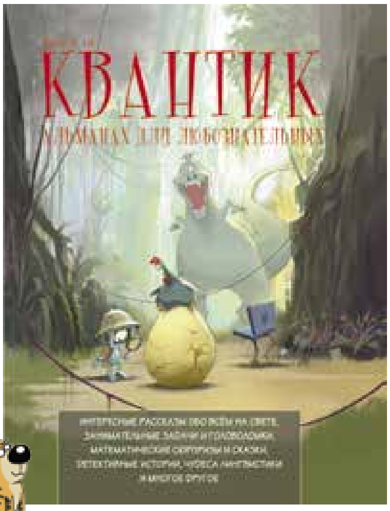
• **Почта Крыма**

«Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя»

индекс **22923**

Подробнее обо всех способах подписки смотрите на **kvantik.com/podpiska**

НАШИ НОВИНКИ



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК» – выпуск 19

в него вошли материалы журнала «КВАНТИК» за первое полугодие 2021 года

Купить этот и предыдущие альманахи можно в магазине **«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»** (адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11), в интернет-магазинах **biblio.mccme.ru**, **kvantik.ru**, **ozon**, **wildberries**, **Яндекс.маркет**, **my-shop** и других (см. список на сайте **kvantik.com/buy**)

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

t.me/kvantik12

vk.com/kvantik12

kvantik12.livejournal.com

Журнал «Квантик» № 7, июль 2022 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина, Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, Н. М. Нетрусова, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Подписка на журнал в отделениях Почты России (у оператора) по электронной версии Каталога Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайтах:
• агентства АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
• Почты России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 09.06.2022
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

Валерия Сирота

ЧЕТЫРЁХМЕРНЫЙ КУБИК

Когда я была маленькой, мама и папа научили меня рисовать кубик. Наверное, вы все знаете: нужно сначала нарисовать квадрат – это передняя сторона кубика, которая «смотрит на нас»; потом провести из каждой вершины (угла) квадрата отрезки одинаковой длины и в одном и том же направлении – это горизонтальные рёбра кубика, которые ориентированы «от нас». Дальше четыре конца этих отрезков соединяем, получается ещё один квадратик – это задняя грань кубика. Вот и всё! Получился вид «со стороны передней грани и чуть сверху-сбоку». Если кубик не проволочный, а «сплошной» (непрозрачный), нужно стереть или лучше сделать пунктирными рёбра, которые скрыты за тремя ближайшими гранями – на рисунке 1 это передняя, верхняя и правая.

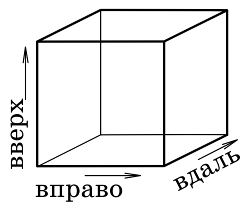


Рис. 1

Проще простого, да? Но мои родители были математики. Поэтому они на этом не остановились и научили меня рисовать ещё и четырёхмерный кубик.

Это тоже оказалось просто! Надо только разобраться, что такое это четырёхмерье. Мы все живём в трёхмерном мире. Потому что у нас есть три независимых направления, вдоль которых мы можем перемещаться или хотя бы смотреть на разные вещи: вперёд-назад, вверх-вниз и вправо-влево. Вперёд-назад – считается за одно направление, потому что движения «туда» и «обратно» не независимы, а противоположны друг другу: одно может «отменить» действие другого, и, пройдя шаг вперёд, а потом шаг назад, вы вернётесь в ту же точку. А вот сделав шаг вправо, а потом несколько шагов вперёд, вы в ту же точку не вернётесь. Направление «по диагонали» тоже не независимое – это комбинация уже имеющихся. Ведь можно пройти по диагонали вверх-направо, а можно вместо этого пройти сначала вверх, а потом направо, и прийти в ту же точку (рис. 2).

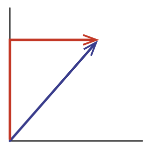


Рис. 2

Можно представить себе двумерных муравьишек, живущих в плоскости. Например, нарисованных на экране компьютера. (Для определённости давайте считать, что плоскость вертикальна.) У них только два независимых направления, вверх-вниз и влево-вправо, выйти из плоскости они не могут. Сложная у них жизнь: если встретятся двое на дорожке, то, чтобы идти дальше каждому своей дорогой, придётся одному через другого перепрыгнуть. Или как им открывать двери в домах? Ещё сложнее жизнь у одномерных червяков, живущих на линии. Они вообще не разминутся при встрече, ползают только друг за другом… и если построят стенку (точку на линии), за неё никто не проникнет, никаких дверей нет.

Но сейчас речь не о них, а о других воображаемых (а может, и нет?) существах, живущих в мире с четырьмя измерениями. Кроме направлений вверх-вниз, вправо-влево и вперёд-назад у них есть ещё одна пара, ещё одно направление, которое мы и представить не можем, и даже названия для этого у нас нет. Так же как двумерные, плоские человечки не могут представить, что есть что-то «снаружи» их листа бумаги.

Но – удивительно! – хоть представить и нельзя, а нарисовать можно. Ведь трёхмерный куб тоже не помещается в двумерную плоскость, но мы ухитряемся нарисовать его на ней. Просто мы выбираем направление на плоскости, которое изображает третье измерение; те самые параллельные друг другу наклонные палочки на рисунке 1 – рёбра «от нас» – как раз ориентированы вдоль этого третьего направления. На плоскости оно совсем не независимое, но мы «забываем» об этом, чтобы увидеть в нарисованном наборе палочек не плоскую фигурку, а объёмный кубик.

Чтобы показать на плоскости четвёртое измерение, нужно просто выбрать ещё одно направление, которое его изображает. Да и какая для плоскости разница – третье измерение или четвёртое? Они всё равно в неё оба не помещаются.

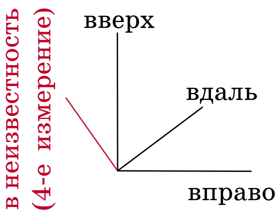
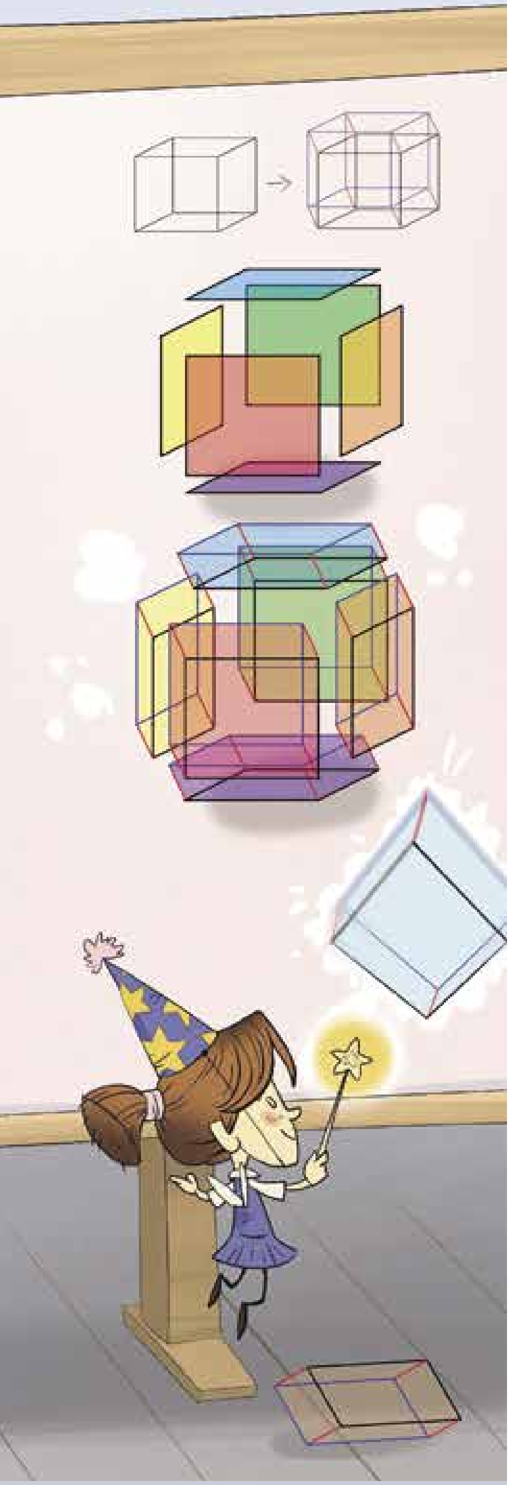


Рис. 3

Итак, рисуем четырёхмерный кубик. По дороге вспоминаем, как мы рисовали трёхмерный (а ведь могли бы его нарисовать и двумерные человечки): передняя и задняя грани – в плоскости рисунка, только со сдвигом одна от другой. Горизонтальные рёбра боковых граней – все параллельны направлению «вдаль».

Трёхмерный куб составлен из квадратных граней («двумерных кубов»), которые склеиваются между



собой по рёбрам. Четырёхмерный куб будет состоять из трёхмерных «3-граней», то есть обычных кубиков, которые будут склеиваться по двумерным граням.

Сначала рисуем (по старому рецепту) «обычный» трёхмерный куб – это «передняя» в том, четвёртом, измерении, трёхмерная грань 4-кубика. На рисунке 4 она показана чёрными рёбрами. Потом из каждой вершины этой «передней 3-грани» проводим палочку-ребро в направлении четвёртого измерения (на рисунке – красные): все боковые 3-грани параллельны направлению «в неизвестность». И, наконец, рисуем «заднюю 3-грань» – ещё один кубик, сдвинутый относительно первого (на рисунке – синий). Вот и всё!

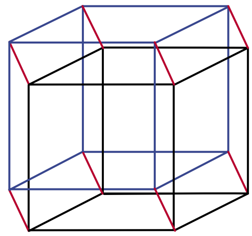


Рис. 4

Чтобы хвастаться перед одноклассниками, этого уже достаточно. Но чтобы лучше разобраться, что же это нарисовано, ответим ещё на несколько вопросов.

Задача 0. Сколько у 4-куба вершин? Рёбер? Двумерных (квадратных) граней? Трёхмерных (кубических) 3-граней?

Эту задачу можно решить разными способами. Мы их сейчас обсудим, и решение найдём. Но прежде, чем читать дальше, попробуйте разобраться самостоятельно. Может быть, вы справитесь и сами!

Обратите внимание, что на рисунке 4 не все 3-грани выглядят как кубики, некоторые – как параллелепипеды, и вовсе не прямоугольные: для примера мы раскрасили одну 3-грань (рис. 5). Это не беда, и в обычном рисунке трёхмерного куба не все грани – квадраты. Но если вас это расстраивает, можно рисовать посимметричнее, чтобы все 3-грани выглядели почти кубами – как на рисунке 6. Кто сколько тут видит кубиков?

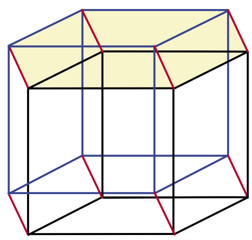


Рис. 5

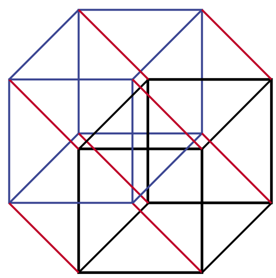


Рис. 6

Если вы не знаете, как подступиться к четырёхмерному кубику – вот пара задачек-подсказок, чтобы с ним познакомиться.

Задача 1. Сколько двумерных граней соединяет каждое ребро 4-куба? Сколько двумерных граней сходится в каждой вершине? А сколько трёхмерных граней? Выберите любую вершину и найдите все рёбра, 2-грани и 3-грани, которые в ней сходятся.

Задача 2. Выберем какую-нибудь грань четырёхмерного куба. Сколько есть граней, параллельных ей? (То есть лежащих на параллельных плоскостях.) Теперь выберем трёхмерную грань; сколько в 4-кубе 3-граней, параллельных ей?

Задача 3. Найдите на рисунке 4 как можно больше непараллельных 2-граней.

Решение задачи 0.

Первый способ – непосредственное усмотрение истины из нарисованной картинки. В ней ведь всё есть – и вершины, и рёбра, и все грани... Стоит лишь повнимательнее вглядеться. Но, действуя так, легко ошибиться – недосчитать что-нибудь или, наоборот, подсчитать дважды. Поэтому предлагаю другой способ.

Он основан на идее «подсчёт двумя способами», популярной в олимпиадной математике. Например: из трёх сестёр у каждой по 2 котёнка, а у каждого из котят – по 2 хозяйки; сколько всего котят? Можно представить себе, что каждая хозяйка надела на своего котёнка поводок, и сосчитать поводки. Вот и здесь можно считать двумя способами всё подряд – рёбра, грани...

Сначала всё-таки подсчитаем «в лоб» число вершин, вспомнив, как мы рисовали: у квадрата 4 вершины, у трёхмерного куба 8 (ещё 4 на дальней грани), для 4-мерного куба мы каждую из них продублировали. Итого $8+8=16$. Теперь заметим, что из каждой вершины 4-мерного куба торчит 4 ребра – достаточно проверить для ближайшего угла, они все одинаковы. Итого $16 \cdot 4$ кончиков рёбер. Но у каждого ребра 2 конца, значит, $n_{\text{вершин}} \cdot 4 = n_{\text{рёбер}} \cdot 2$; $n_{\text{рёбер}} = 16 \cdot 4 : 2 = 32$. Легче ведь так, чем подсчитывать по рисунку?

Теперь – опять глядя на ближайший угол картинки – можно сообразить, что к одному ребру «прикреплено» 3 грани. Две – из нашего старого кубика и ещё одна – уходящая «в неизвестность», в четвёртую сторону. А сколько рёбер у каждой грани, все знают; значит, умножая число рёбер на 3, мы каждую грань сосчитаем 4 раза. Дальше уж досчитайте сами! И не

забудьте ещё разобраться с 3-гранями – трёхмерными кубиками, из которых складывается 4-мерный куб.

Если вам не понравился этот способ или всё с ним ясно, но хочется понять, как решать и другие задачи про «четырёхмерье», вот ещё способ – координатный.

На плоскости можно выбрать две оси – вправо и вдаль, например, если эта плоскость горизонтальная, – и записывать положение любой точки двумя числами: (x, y). Вы так делали в школе. Или дома, играя в морской бой, только там одну цифру заменяют буквой. Эти два числа показывают, сколько надо пройти вдоль каждой оси, двигаясь из начала координат, чтобы прийти в нужную точку. Если добавить третью ось – вверх – и третье число z, можно этими тремя числами описывать положение точки во всём трёхмерном пространстве. А в четырёхмерном нужно ещё четвёртое число – назовём его u: оно показывает, на сколько надо сдвинуться в «ту», четвёртую сторону.

Теперь разберёмся с кубиками разных размерностей. Пусть длина стороны кубика равна 1, один из его углов находится в начале координат, а рёбра направлены вдоль координатных осей.

Тогда на плоскости координаты вершин квадратика – (0,0), (0,1), (1,0) и (1,1). А как устроены рёбра, то есть стороны квадрата? У каждого одна координата равна чему-то определённому – или 0, или 1, а другая меняется от 0 до 1, когда мы вдоль ребра идём.

В трёхмерном пространстве координаты всех вершин такого кубика – тоже нули или единицы; найдите на рисунке 7, например, вершину (0,0,1) или (1,1,0). А рёбра? У каждого ребра какие-то две из трёх координат «закреплены», а третья в одном его конце равна 0 и ползёт от 0 до 1 по мере движения по ребру к другому концу. Так что задать (указать) ребро – это назвать две его «неподвижные» координаты. С гранями похожая история, но теперь уже две координаты «бегают, как хотят» в пределах от 0 до 1, и только одна закреплена. Например, у передней грани куба на рисунке 7 координата y равна нулю. А у верхней – $z = 1$.

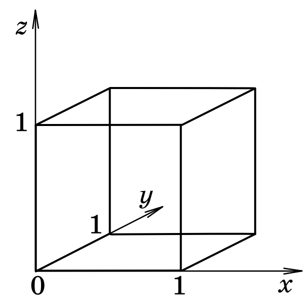


Рис. 7

Упражнение 1. а) Скажите, не глядя на картинку: соединены ли ребром куба вершины (0,1,0) и (0,0,1)? б) Каким ребром соединяются грани $x=1$ и $z=0$?

В четырёхмерном пространстве у каждой точки 4 координаты, (x,y,z,u). У каждой вершины куба каждая координата равна 0 или 1. У каждого ребра снова может «бегать», изменяться лишь одна координата, а остальные – теперь уже три – закреплены. У грани закреплены 2 координаты, а у 3-грани – всего одна.

Упражнение 2. Найдите на рисунке 8:

а) вершины (1,0,0,1) и (0,1,1,1);
б) ребро $x=0$, $z=1$, $u=1$;
в) грань $y=u=1$;
г) 3-грань $x=0$.

Упражнение 3. Какая грань раскрашена на рисунке 5?

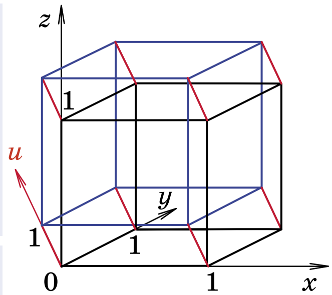


Рис. 8

Сколько всего вершин? – а столько, сколько разных четвёрок можно составить из цифр 0 и 1! А 3-граней? – столько, сколько есть способов выбрать одну из четырёх координат и дать ей значение 0 или 1, то есть $4\cdot 2=8$. А рёбер сколько? Столько, сколько есть способов убрать одну лишнюю «бегающую» координату, да умножить на число троек из цифр 0 и 1, то есть $4\cdot(2\cdot 2\cdot 2)=32$. Посчитать двумерные грани опять оставляем вам.

Конец решения задачи 0.

Вот ещё задачка, которую можно решить, помня об аналогии с рисованием 3-мерного кубика в двумерье:

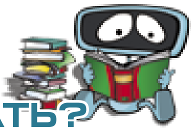
Задача 4. У нас получился проволочный кубик. Какие из рёбер нужно нарисовать пунктирными или стереть, если мы хотим, чтобы наш 4-куб был непрозрачным для четырёхмерного наблюдателя?

Подсказка. Для четырёхмерных существ 3-кубик виден целиком, сразу со всех сторон. Так же, как мы из своего трёхмерья сразу целиком видим квадрат.

Задача 5. У трёхмерного кубика – двумерная (плоская) развёртка, то есть выкройка, из которой его можно сложить. Придумайте, как выглядит трёхмерная развёртка четырёхмерного куба.

Решение этой задачи обсудим в следующем номере.

Художник Мария Усеинова

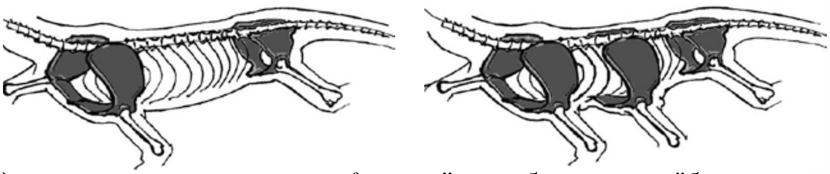


СКОЛЬКО ЛАП У ДРАКОНА?

В издательстве МЦНМО вышла книга А. Н. Квашенко – о том, могла ли эволюция создать дракона. Как ему удавалось бы летать, выдыхать огонь, иметь непробиваемую для клинков кожу... По ссылке kvan.tk/drakonistika можно найти лекции автора, мы же приводим фрагмент книги.

С точки зрения зоолога, крылья у дракона совершенно неправильные: не передние конечности и даже не задние, а какие-то средние. Коль скоро за сотни миллионов лет эволюции тетраподы (четвероногие) не дали нормальной шестиногой формы, то, скорее всего, с ней что-то не так. Впрочем, варианты развития с изменённым числом конечностей у тетрапод известны. Это «казусы природы»: пятиногий телёнок, четырёхногий цыплёнок. Если с пятой ногой всё понятно (она как пятое колесо в телеге – проку никакого, а управлять сложнее), то что плохого в шестилапости?

Одна из возможных причин нереализуемости этого варианта, вероятно, связана с **поясами конечностей**. Они образуют своего рода скелетные кольца, обеспечивающие крепление конечностей (рис. 1, а). Сквозь эти кольца проходит полость тела, несущая внутренние органы. Со спинной стороны кольца связаны с позвоночником. При такой конструкции третий пояс будет блокировать движения рёбер, необходимые для вентиляции лёгких, или приводить к изменению самого механизма вентиляции (рис. 1, б). А это уже чрезвычайно серьёзно, так как затронет то, в какой степени ткани будут снабжены кислородом.



а) нормальное строение тела

б) третий пояс блокирует рёбра, возникает проблема с вентиляцией лёгких

Рис. 1. Сложности с третьим поясом конечностей

Возвращаясь к драконам, вспомним, что именно работающие **крылья** будут угрожать разрушением рёбер. Поскольку для обеспечения полёта мускулатуре потребуется очень много кислорода, вентиляция лёгких должна не ухудшиться, а улучшиться.

Похоже, объединить все черты дракона в одном существе – та ещё головная боль. Как запрячь в одну телегу коня и трепетную лань? Попробуем выделить черты, максимально настораживающие профессионального биолога. Это шестилапость, огнедыхание и многоголовость. В двух случаях из трёх речь идёт об увеличении нормального числа частей тела. Кажется, кое-что на эту тему вспоминается, если обратиться к истории пресловутых «казусов природы». Это «кое-что» называется **эмбриональным сращиванием**, а попросту говоря – это «сиамские близнецы»!

На раннем эмбриональном этапе близнецы оказываются прижаты друг к другу, после чего срастаются. Их симметричное сращение вовсе не обязательно. Те сиамские близнецы, которых показывают по телевизору и отделяют друг от друга, – самый простой случай. Они чуть-чуть срослись покровами и мышечной тканью. А ведь бывают примеры глубокого сращения, когда, допустим, один эмбриончик развился нормально, а второй, приросший к нему, оказался зажатым и от него развилась одна рука. Или голова.

У человека близнецы рождаются редко, а вот для броненосцев – это видовая норма. Самочки у них рожают только четверни. Впрочем, броненосцы – млекопитающие, и развитие эмбрионов у них происходит в матке, тогда как рептилии в большинстве своём всё-таки откладывают яйца. Представим, что у папы или у мамы имелась мутация, при которой в яйце всегда развивается три эмбриона. Для тройни в яйце места не хватит, поэтому они начинают прирастать друг к другу.

Тела их объединяются так, что центральный эмбрион развивается полностью, а у двух его боковых партнёров получается сформировать только переднюю половину тела (рис. 2). Кроме того, боковые партнёры симметрично сдвинуты назад на несколько *сомитов*[1] по отношению к центральному. При такой компоновке у центрального тела успешно проходит закладка всех осевых структур, а сразу за передней третью тела хорда и нервная трубка объединяются с осевыми структурами партнёров. При дальнейшем развитии у центрального эмбриона успешно заклады-

[1] Сомит – это сегмент тела зародыша.

ваются голова, туловище, хвост, лапы, формируется полость тела со всем набором внутренних органов.

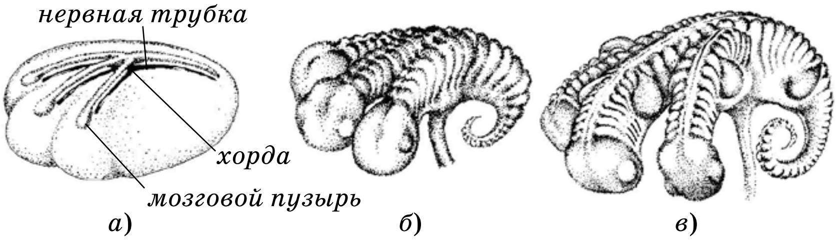


Рис. 2. Эмбриональное развитие дракона: *а*) три сросшиеся гаструлы – начало закладки осевых систем; *б*) закладка сомитов – хвост один, а передних разделов тела три; *в*) образование почек конечностей

А вот у боковых тел возникает масса проблем. Нормально формируются головы и шеи. Задние половины туловища, задние лапы и хвосты не развиваются, а в передних половинах возникает асимметрия. Следовательно, органы, расположенные со стороны центрального тела, нормально развиваться тоже не могут. Боковые тела, прирастая к центральному, как бы косо срезаны от плеча и до середины туловища. Посмотрим, что и как в них может сложиться. С осевыми органами примерно до пупка всё в порядке, поэтому пищевод, желудок и начало кишечника строятся нормально; дальше три кишечника объединяются (рис. 2).

Сердца имеют срединную закладку, поэтому тоже формируются как положено. Крупнейшие кровеносные сосуды – аорты и нижние полые вены – сливаются в районе пупка. А вот из двух лёгких нормально формируется одно; второму помешает центральное тело. То же происходит с почками конечностей, из которых у боковых тел развивается по одной лапе.

Если такой сценарий пройдёт до конца, на выходе мы получим рисунок 3. Узнаёте? Три головы, шесть лап. Каждая средняя лапа связана со своим поясом конечности. Конечно, пока это никакой не дракон: ни крыльев, ни огнедыхания, и какая уж мудрость... Остаётся выяснить пустяк: с какой стати средние конечности у него превратились в крылья и как это чудище не то что летает, но хотя бы умудряется выжить?

Рис. 3. Протодракон. Боковые лапы поджаты вверх, чтобы не мешали. Головы уложены – он отдыхает

Художник Алексей Вайнер

Николай Авилов

«ПЯТНАШКИ» С ПЕРЕГОРОДКАМИ

Наверняка вам приходилось «гонять» фишки с числами в квадратной коробочке. Это головоломка «15», или, как её в народе ласково называют, «Пятнашки». Игра представляет собой набор из 15 квадратных фишек с числами от 1 до 15, помещённых в квадратную коробку 4×4 (рис. 1). За счёт одного свободного поля фишки можно перемещать, вследствие чего головоломка легко запутывается. Цель – восстановить исходную расстановку.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Рис. 1

Долгое время считалось, что головоломку придумал известный американский шахматист и автор головоломок Сэм Лойд. Но сейчас достоверно установлено, что «Игру в 15» изобрёл Ной Чепмэн, почтмейстер из американской деревушки штата Нью-Йорк в 1874 году. «Безумную» популярность головоломке придала публикация в «Нью-Йорк таймс»: газета обещала денежный приз первому, кто упорядочит фишки из состояния, в котором переставлены только фишки 14 и 15. Автор публикации ни капельки не рисковал своими деньгами, ведь он «раскусил» секрет головоломки. Оказывается, из всевозможных расстановок (их больше 20 триллионов!) ровно половину не удастся упорядочить.[1] К этой половине относится и газетная расстановка фишек.

Головоломка популярна до сих пор, «Пятнашки» можно купить во многих

[1] Доказательство этого факта можно прочитать по ссылке kvan.tk/shen-perm в вышедшей недавно книге А. Шеня «Перестановки» (М.: МЦНМО, 2022).

интернет-магазинах и даже бесплатно поиграть в онлайн-режиме. Правда, когда раскусишь секрет головоломки, играть с ней становится неинтересно. Но головоломке можно придать «второе дыхание», немного изменив её.

Изменение очень простое: в коробке нужно установить три тонкие перегородки (например, полоски из тонкого картона) между парами 2 – 3, 6 – 7, 10 – 11, 14 – 15 (рис. 2). Эти ограничения на передвижение фишек по вертикали неожиданно превращают головоломку в новую. Её легко запутать, но упорядочить обратно совсем не просто. Поиграйте и убедитесь, что теперь головоломка стала «крепким орешком»!

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Рис. 2

А вот две конкретные задачи для новой игры (вторая – сложная).

1. Из первоначальной расстановки фишек получите «обратную» расстановку, где каждая фишка занимает поле, центрально-симметричное исходному (рис. 3).

2. Пусть пустому полю соответствует число 0. Добейтесь расположения, в котором фишки образуют магический квадрат 4 × 4 с суммой 30 (рис. 4). Известное нам решение очень длинное.

	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

Рис. 3

10	9	7	4
6	5	11	8
1	2	12	15
13	14	0	3

Рис. 4

Художник Екатерина Ладатко

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач XI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 августа в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

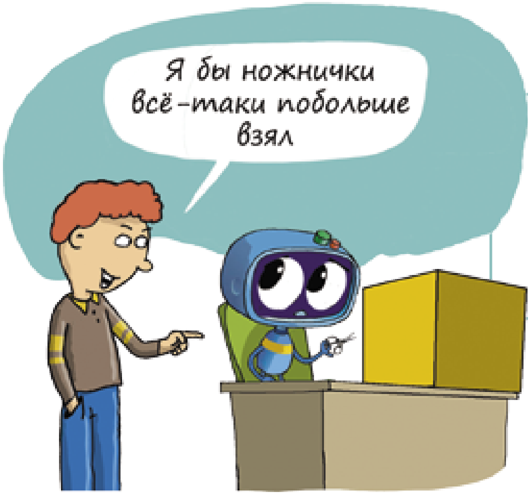
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

XI ТУР

51. Из пунктов *А* и *Б* навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями велосипедисты Алёша и Боря. В момент их встречи автомобилист Андрей выехал из пункта *А* в пункт *Б*. В момент встречи Андрея с Борей Алёша доехал до пункта *Б*. Кто ехал быстрее – Алёша или Боря?



52. У Квантика была пустая, закрытая со всех сторон картонная кубическая коробка. Он разрезал каждую из шести граней этой коробки по какой-то из диагоналей. Могла ли коробка после этого не развалиться на отдельные части?

53. Найдите какие-нибудь 12 натуральных чисел (не обязательно различных), произведение которых равно их сумме.

Авторы: Борис Френкин (51), Дмитрий Калинин (52), Савва Морозкин, 4 класс, Давыдовская гимназия (53), Максим Прасолов (54), Александр Перепечко (55)

54. В воздухе неподвижно висит кубик. Второй такой же кубик прикладывают к неподвижному так, чтобы какие-то две их квадратные грани в точности наложились друг на друга. Далее второй кубик перекатывают через любое общее ребро кубиков до нового соприкосновения по квадратной грани. После нескольких таких перекатываний второй кубик вернулся в исходное положение. Докажите, что он коснётся первого кубика той же самой гранью, что и вначале.

55. В волшебном кошельке лежат N золотых монет. Квантик знает это и за ход добавляет в кошелёк монету или забирает из него монету себе. После каждого хода Квантика число монет в кошельке уменьшается в два раза, если оно было чётным, а иначе утраивается. При любом ли N Квантик сможет на каком-то ходу опустошить кошелёк, если исходно у Квантика

а) сколько угодно монет;

б) совсем нет монет?

Художник Николай Крутиков

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ВТОРОГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

Победители: Карина Амиршадян, Артём Барков, Иван Бирюков, Филипп Ганичев, Егор Гаценко, Дарья Дайловская, Алиса Елисеева, Елена Куцук, Алеся Львова, Егор Мокеев, Михаил Савин, Лев Салдаев, Тимур Скивко, Дарина Токарева, Иван Трофимов, Мирослава Шахова, а также команды «Умники и умницы в математике», «Математический кружок „Сигма“».

Призёры: Антонина Алтайская, Ульяна Ануфриева, Андрей Вараксин, Кузьма Вараксин, Наталия Вараксина, Ярослав Воропаев, Глеб Вылегжанин, Анна Джаошвили, Иван Загоскин, Варвара Зеленова, Андрей Иванов, Артур Илаев, Ахсартаг Илаев, Марк Масловатый, Ольга Метляхина, Иван Мчедлов, Александр Мягков, Сергей Немилов, Михаил Николаев, Ксения Петриченко, Александр Погадаев, Тамара Приходько, Иван Птушкин, Наталия Савина, Иван Саначев, Сергей Темираев, Дарья Федотова, Зарина Шарипова, Пётр Шатохин, Светлана Шашина, Мария Шишова, Елизавета Шолухова, а также команда школы №5 г. Магнитогорска.

УДАЧИ ВСЕМ В СЛЕДУЮЩИХ ЭТАПАХ И В ОБЩЕМ ГОДОВОМ ЗАЧЁТЕ!

ПОЛИНЕЗИЙСКОЕ КАНОЭ

Что прикреплено к этой лодке и зачем?

Автор Татьяна Корчемкина   Художник Мария Усеинова

ISSN 2227-7986