Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
№ 7 | июль 2021
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 7
ИЮЛЬ
2021

ДЖОН ДАЛЬТОН: СДЕЛАНО ИЗ АТОМОВ

КОСЫЕ КВАДРАТЫ

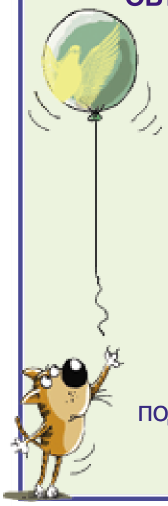
ЗАМОРОЧКИ

Enter

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА на II полугодие 2021 года!

Подписаться на журнал можно в отделениях Почты России и через интернет

ОБЪЕДИНЁННЫЙ КАТАЛОГ «ПРЕССА РОССИИ»



подписной индекс **11346**

akc.ru/itm/kvantik

На «Квантик» теперь можно подписаться в КАЗАХСТАНЕ и УКРАИНЕ!

УКРАИНА

Подписное агентство «ПРЕСЦЕНТР КИЕВ»
www.prescentr.kiev.ua

Чтобы подписаться, нужно позвонить
по тел.: **044-451-51-61**
или написать на e-mail: **podpiska1@prescentr.kiev.ua**

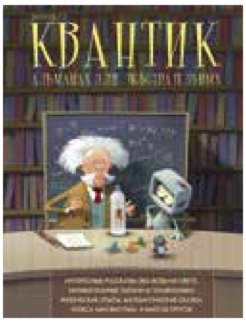
КАЗАХСТАН

1) Подписное агентство «ЭКСПРЕСС-ПРЕСС»
(ТОО «Express Press Astana»)
телефоны: **+7 7172-25-24-35**
+7 747-266-05-77
+7 7172-49-39-29
e-mail: **express-press-astana@mail.ru**

2) Подписное агентство «ЕВРАЗИЯ ПРЕСС»
телефон: **(727) 382-25-11**; факс: **(727) 382-34-87**
e-mail: **evrasia_press@mail.kz**

3) КАЗПОЧТА
Узнавайте о возможностях подписки на «Квантик» на **Казпочте**

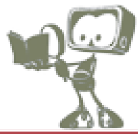
НАШИ НОВИНКИ



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК», выпуск 17

В него вошли материалы журнала **«КВАНТИК»** за первое полугодие 2020 года

Купить этот и предыдущие альманахи можно в магазине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА» (адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11), в интернет-магазинах **biblio.mccme.ru** и **kvantik.ru** и других (см. список на сайте **kvantik.com/buy**)



www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

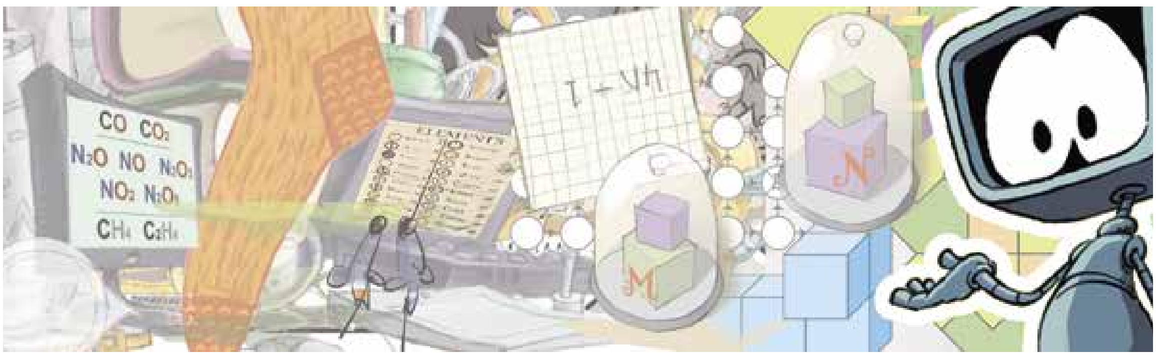
Журнал «Квантик» № 7, июль 2021 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: kvantik@mccme.ru
сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях Почты России:
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка
на сайте агентства АРЗИ **www.akc.ru/itm/kvantik**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 10.06.2021
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831)216-40-40
Заказ № 211558
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ



Григорий Мерзон

КОСЫЕ КВАДРАТЫ: от ПИФАГОРА до ФЕРМА

Дима. Чем это ты занимаешься?

Маша. Пытаюсь разобраться, квадраты какой площади можно нарисовать на клетчатой бумаге.

Дима. А что тут разбираться? Все знают эти числа, $1 \times 1 = 1$, $2 \times 2 = 4$, $3 \times 3 = 9$, $4 \times 4 = 16$... – их так и называют, квадраты (рис. 1).

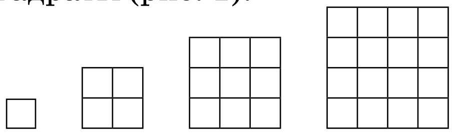


Рис. 1

1 4 9 16

Маша. Про квадраты я, конечно, знаю. Но ты говоришь только про случай, когда стороны квадрата идут по линиям сетки. А бывают и другие, косые квадраты: у них вершины всё ещё в узлах сетки, а стороны уже могут идти и косо. Вот несколько примеров (рис. 2).

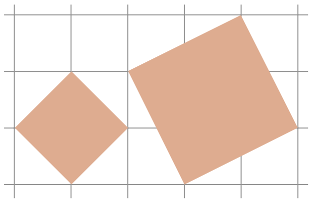
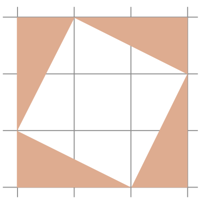


Рис. 2

Задача 1. а) Найдите площади квадратов на рисунке 2. б) Существует ли косой квадрат площади 200 клеток?

Дима. Слушай, а площади косых квадратов – всегда целые числа? Я тут мерил линейкой сторону второго квадрата, получилось чуть больше 2,2 клеточек...



$5 = 3^2 - 4$

Рис. 3

Маша. Конечно, целые! Смотри, нарисуем вокруг квадрата рамку (рис. 3). Получается, что площадь нашего квадрата – это площадь рамки минус учетверённая площадь закрашенного треугольника. Поэтому площадь косого квадрата всегда целое число.

Задача 2. Верно ли, что площадь вообще любого многоугольника с вершинами в узлах сетки составляет целое число клеток? Если не верно, то что верно?

Дима. Слушай, а я такую картинку уже где-то видел... Точно, в доказательстве теоремы Пифагора: можно переложить эти треугольники. Не занятая ими площадь не меняется, и получается, что $c^2 = a^2 + b^2$ (рис. 4).

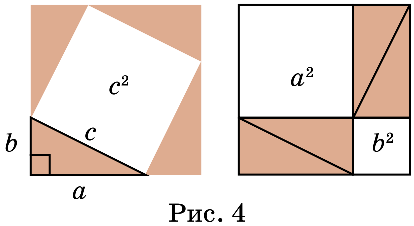


Рис. 4

Выходит, я измерил линейкой приближённое значение квадратного корня из 5.

Маша. Классно. Я-то думала, что по геометрии решаю задачу, а оказывается, по теории чисел. Давай число – площадь косого квадрата – тоже называть косым квадратом. Тогда косые квадраты – это в точности суммы двух квадратов целых чисел. Как бы только понять, какие числа так представляются?..

***

Маша. Я тут написала на Питоне программу[1], которая про первые 100 чисел выясняет, они косые квадраты или нет. Только что-то никакой закономерности не видно...

```
N = 101
sq_reps = [0] * N
for x in range(N):
    for y in range(N):
        s = x**2+y**2
        if s < N:
            sq_reps[s] += 1
for s,n in enumerate(sq_reps):
    print(s,": +" if n>0 else ": -")
```

Дима. А я на бумажке пока только с числами до 20 справился. Но кое-что всё-таки видно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
+	+	–	+	+	–	–	+	+	+	–	–	+	–	–	+	+	+	–	+

Смотри, я вот выписал отдельно только для нечётных чисел:

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
+	–	+	–	+	–	+	–	+	–

Маша. Ой как здорово! Как же это я не заметила такой простой закономерности?..

[1] Её можно запустить по ссылке kvan.tk/squares-py

Дима. Осталось разобраться с чётными числами, но у меня и про них есть идея. Там можно по диагонали всё рисовать и...

Задача 3. а) Докажите, что если N – сумма двух квадратов, то и $2N$ тоже. (*Указание:* полезно вспомнить формулы квадрата суммы и квадрата разности... или подумать про диагональ косого квадрата.)

б) Докажите, что если $2N$ – сумма двух *нечётных* квадратов, то и N – сумма двух квадратов.

Маша. Подожди, тут что-то не то! Вот уже для числа 21 твоя закономерность для нечётных чисел не выполняется.

Дима. Не может такая хорошая закономерность не выполняться. Да у тебя, наверное, в программе ошибка просто!

Маша. ...

Дима. М-да, ты права, 21 действительно в виде суммы двух квадратов не представишь. Жалко, но гипотеза неправильная.

Маша. Ну... что-то в этом всё-таки есть. Я смотрю на результаты работы программы только для нечётных чисел, и часто твоя закономерность выполняется... но не всегда. После 21 исключение 33, потом 57...

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	–	–	+	–	+	–	–

35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67
–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	–	–	+	–	+	–

69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99
–	–	+	–	–	–	+	–	+	–	+	–	–	–	+	–

Дима. Это уже не математика. Нам биолог показывал как-то в лесу «вороний глаз» и говорит: «Замечательная особенность этого растения – у него всегда 4 чашелистика... гм, у этого, правда, их 5...».

Маша. Не придирайся. Надо просто уточнить гипотезу. Вот, смотри, я отметила исключения в таблице красным – что у них общего?

Дима. Да они же все на 3 делятся... А, нет – там ещё 77... Ну что это такое? Сначала мы оставили на потом числа, делящиеся на 2, потому что для нечётных была прекрасная гипотеза. Она провалилась, и вроде бы только из-за чисел, делящихся на 3, – но нет, есть ещё 77... Может, просто выбросить числа, которые хоть на что-то делятся?

Маша. Так ты вообще всё выбросишь.

Дима. Я понял. Давай только простые числа рассматривать!

Маша. Гм?! И что, там будет всё чередоваться? 3 – нет, 5 – да, 7 – нет, 11 – нет... – что-то не получается.

Дима. Да нет, не так! Закономерность прежняя, мы считаем чередование по всем нечётным числам, не только простым. Но ответ получается гарантированно правильный только для простых.

Маша. То есть... э... ты говоришь, что простые числа вида $4k+1$ представляются в виде суммы двух квадратов, а вида $4k+3$ нет?

Дима. М... ну да, наверное это я и говорю. Вот, например, 2021... тьфу, это не простое число... Вот, $2017=44^2+9^2$. А составные числа как-нибудь из простых соберём.

Задача 4. Докажите, что если M – сумма двух квадратов и N – сумма двух квадратов, то MN – тоже сумма двух квадратов. (*Указание:* полезно вспомнить про косые квадраты... хотя можно решить задачу и алгебраически.)

Маша. Что в задаче по теории чисел появились простые числа – наверное, не так уж удивительно... но только как же такую гипотезу доказывать?..

Дима. Никаких идей. Я пока лучше с суммами трёх и четырёх квадратов поэкспериментирую – где там твоя программа?

Задача 5. Придумайте правдоподобную гипотезу о том, какие числа представимы в виде суммы четырёх квадратов (возможно, вам поможет компьютерный эксперимент).

То, что каждое простое число вида $4k+1$ представимо в виде суммы двух квадратов, – это знаменитая Рождественская теорема Ферма. С Рождества 1640 года (когда Ферма объявил, что доказал эту теорему) был найден не один десяток разных доказательств. Замечательное элементарное доказательство А. Спивака с «крылатыми квадратами» можно будет прочитать в одном из следующих номеров журнала.

Художник Алексей Вайнер

Александр Жуков

Зайчик из-под
выподвыподвыверта
выподвыподвывернулся
выподвыподвывернутый.

Скороговорка

Заморочки

Однажды я принёс в редакцию известного журнала[1] вот такую задачу:

Я задумал число, которое записывается так же, как и число, которое я задумал, в системе счисления с основанием, равным числу, которое я задумал. Какое число я задумал?

– Что вы принесли? – возмутились в редакции. – Это не задача, а какая-то заморочка!

– Вы серьёзно считаете, что эта задача – заморочка? – спрашиваю я.

– Конечно! «Что я задумал, если, задумавшись, я задумал то, что задумал?..»

– Вот здорово! – обрадовался я. – Значит, у меня действительно получилась настоящая заморочка!

...Жанр заморочки имеет давнюю историю. Впервые, пожалуй, он реализовался в витиеватых и труднопроизносимых скороговорках. На него уже давно обратили внимание писатели.

Льюис Кэрролл («*Алиса в Стране Чудес*», *в переводе Н. Демуровой*):

«Никогда не думай, что ты иная, чем могла бы быть иначе, чем будучи иной в тех случаях, когда иначе нельзя не быть».

Он же («*Алиса в Зазеркалье*», *в переводе Н. Демуровой*):

«Если бы это было так, это бы ещё ничего, а если бы ничего, оно бы так и было, но так как это не так, то оно и не этак!»

Даниил Хармс («*Нéтеперь*»):

«Это есть Это.
То есть То.
Это не то.
Это не есть не это.
Остальное либо это либо не это».

Венедикт Ерофеев («*Москва-Петушки*»):

«Вот ещё Гегель был. Это я очень хорошо помню, был Гегель. Он говорил: «Нет различий, кроме различия в степени между различными степенями и отсутствием различия».

[1] «Квант», 1999, № 1, с. 25, задача 4.

В обсуждаемом жанре иногда выступают замороченные абитуриенты. Однажды на экзамене несчастный так переволновался, что при ответе патетически произнёс:

«К вопросу о вопросе следующего вопроса».

Когда же экзаменатор попросил его говорить поконкретнее, он несколько стушевался и сказал:

«Хорошо. Рассмотрим для примера, например, такой пример»[2].

Иногда причудливые фразы вырываются из уст наставников. Вот что услышали ученики одной из школ от своей замученной учительницы:

«После того, как он когда, что он? Или, другими словами, если он зачем, то что он почему, и вообще как?» (цитируется по материалам газеты «Московский комсомолец»).

Или, например, персонаж песни В. С. Высоцкого заявляет:

«Чтобы я привез снохе с ейным мужем по дохе».

Не сразу и сообразишь, кто этот «ейный муж»... А если вдуматься – так это же собственный сын главного героя! Вообще-то Владимир Семёнович любил подобные штучки и вставлял их в тексты намеренно. Скажем, в другой песне есть слова:

«Послушай, Зин, не трогай шурина. Какой ни есть, а он родня».

Что значит «какой ни есть»? Ведь речь идет о родном брате этой самой Зины!

Ладно, хватит морочить вам голову. Пора приниматься за задачи-заморочки.

1. Прилетели галки,
Сели на палки.
Если на палке
Сядет по галке,
То для одной галки
Не хватит палки.
Если же на палке
Сядет по две галки,

[2] Ф. М. Цеховольский, «Гидропаника кисинуса». «Квант», 1984, № 9, с. 48.

То одна из палок
Будет без галок.
Сколько было галок?
Сколько было палок?

(*Старинная народная задача*)

2. Если человек, стоящий в очереди перед вами, был выше человека, стоявшего после того человека, который стоял перед вами, то был ли человек, стоявший перед вами, выше вас?[3]

Более громоздкий вариант этой же головоломки:

3. Если головоломка, которую вы разгадали перед тем, как вы разгадали эту, была труднее, чем головоломка, которую вы разгадали после того, как вы разгадали головоломку, которую вы разгадали перед тем, как вы разгадали эту, то была ли головоломка, которую вы разгадали перед тем, как вы разгадали эту, труднее, чем эта?[4]

4. Прошу, найдите отношенье
наших лет
(Но карандаш положен вам едва ли!).
В два раза старше я,
чем были вы в момент,
Когда я был такой,
каким теперь вы стали.[5]

5. Когда «послезавтра» станет «вчера», то «сегодня» будет так же далеко от воскресенья, как и тот день, который был «сегодня», когда «позавчера» было «завтра». В какой день произносилась эта фраза?[6]

6. За книгу заплатили рубль, после чего осталось заплатить ещё столько, сколько осталось бы заплатить, если бы за неё заплатили столько, сколько осталось заплатить. Сколько осталось заплатить?

7. Подумайте всё же над задачей в начале этой заметки (насчёт задуманного числа).

---

[3] «Квант», 1990, № 1, с. 49, задача 1.
[4] «Квант», 1980, № 2, с. 43, задача 4.
[5] Стивен Барр, «Россыпи головоломок», М.: Мир, 1987, с. 17.
[6] Сэм Лойд, «Математическая мозаика», М.: РИПОЛ, 1995, с. 184.

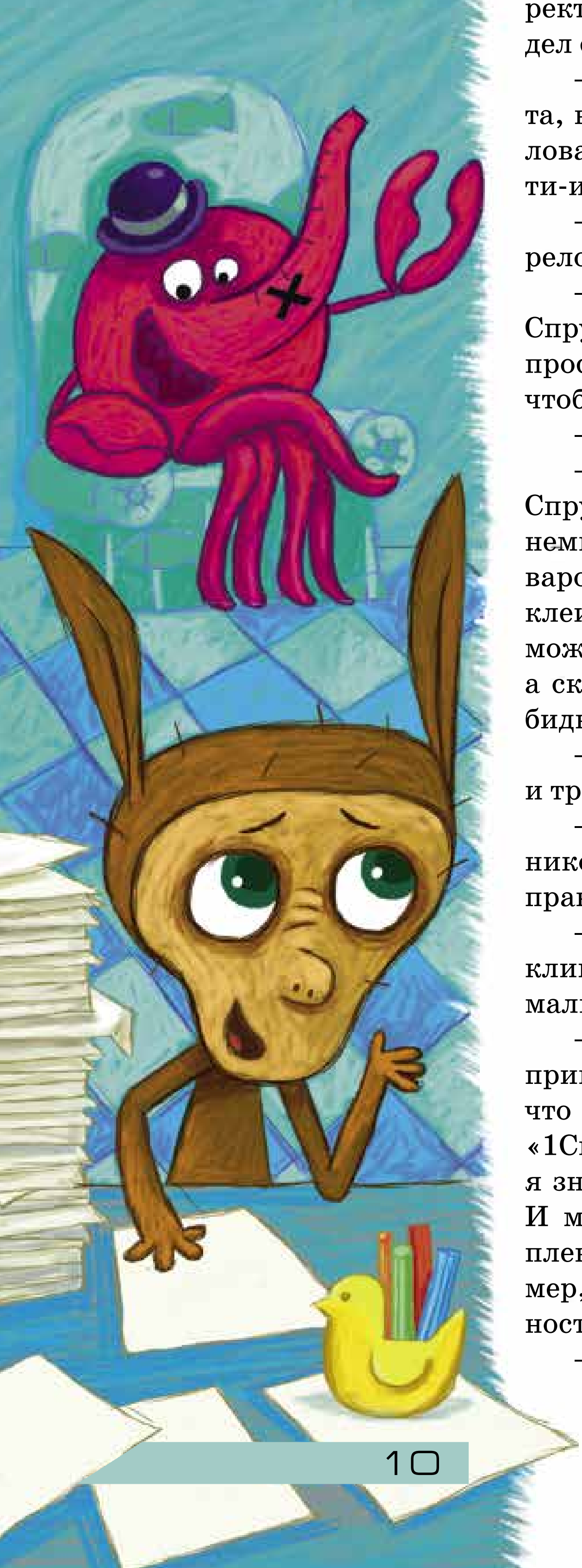
Художник Елена Цветаева

КАНАТНО-КРЕСЕЛЬНАЯ ДОРОГА

Здорово съехать с горы на лыжах! Но как забраться на гору? Лыжники пользуются канатной дорогой. Например, такой: два одинаковых блока расположены вверху и внизу, на них натянут кольцевой нерастяжимый трос, к которому крепятся кресла. При случае по такой дороге можно и спуститься. А теперь вопрос: почему подъём по ней обычно занимает чуть больше времени, чем спуск?

Автор Илья Иванов, ученик 10 класса

Художник Мария Усеинова



Как Бусенька включала и исключала

Коллега Спрудль, развалясь, сидел в кабинете директора фирмы «Математические услуги». Рядом сидел сам директор – Горгулий.

– Я давно мечта-а-ал стать хозяином супермаркета, но и подумать не мог, что это такая морока! – жаловался коллега Спрудль. – Товаров – тонны! Посети-и-ителей – толпы! А порядка – бульк!

– Каждый норовит всё потрогать, понюхать и переложить не на ту полку, – поддакнул Горгулий.

– И попробовать на зуб! – прибавил коллега Спрудль. – Товар мнётся, упаковка па-а-ачкается – просто напасть. Пришлось принимать срочные меры, чтобы не вылететь в трубу, бульк!

– Какие же?

– Да ничего особенного, – сказал коллега Спрудль. – У развесного товара можно указа-а-ать вес немного больший, чем на самом деле. У похожих товаров (один подешевле, другой подороже) можно наклеить этикетки так, чтобы оба были подороже... Или можно написать на ценнике, что това-а-ар со скидкой, а скидку не давать. Я придумал десятки таких безобидных мелочей!

– А можно ведь одновременно и то, и другое, и третье «улучшить»?

– Это само получается – у меня нанято 35 работников: один скидку устанавливает, другой вес исправляет, третий этикетку...

– Как хорошо, что я не хожу в ваш магазин! – воскликнул Горгулий. – Остались ли у вас вообще нормальные товары, без «улучшений»?

– Вот это и есть пробле-е-ема, с которой я к вам пришёл, – сказал коллега Спрудль. – Дело в том, что компьютерная система учёта в моем магазине – «1Склад» – недостаточно гибкая, бульк! Например, я знаю, что всего в магазине 100 000 единиц товара. И могу составить запрос про товары с любым комплектом «улучшений» – раз... и пожалуйста: например, товаров, у которых подправлен и вес, и срок годности, да ещё и липовая скидка, – 3000 единиц.

– А что не так со сроком годности?

– Ну… срок годности… меняем пару цифр на фантике, и товар, бульк… служит дольше. Но не будем отвлекаться, короче, я знаю кучу статистики о товарах, но узнать, есть ли в магазине несфальсифици-и-ированные товары – не могу, такой запрос не предусмотрен!

– А зачем вам это знать? Дела идут неплохо…

– Я тоже так думал. Но мне сообщи-и-или, что в мой магазин собирается зайти… Злобнопотам! Сам он тот ещё проныра, но обман чувствует за километр. Купит какую-нибудь ерунду… бульк… – шерстяные носки! Обнаружит, что в них не 15, а 85 процентов акрила, – скандал закатит. Вот я и хочу выяснить, остались ли у меня настоящие товары и сколько их.

– Так ли уж важно знать точное количество? Узнайте, сколько у вас товара с подправленным весом, сколько с фальшивой скидкой и так далее, и все эти числа сложите. Получится слегка завышенное количество фальсифицированного товара.

– Я пробовал. Не совсе-е-ем слегка. Получается больше 200 тысяч!

– Эк вы развернулись со своими махинациями! Хорошо. Мы подумаем, что можно выжать из вашей базы данных. Но учтите – дело это недешёвое. Завтра мы сообщим вам, что получилось.

* * *

– Вы чуть было не поставили нас в тупик, – вместо приветствия сказал Горгулий коллеге Спрудлю утром. – Но наш эксперт по математическим затруднениям – Бусенька – оказалась на высоте.

– Для начала, – сказала Бусенька, – разберёмся с простым частным случаем. Например, пусть в магазине некоторые товары обладают свойством «хорошие», а некоторые товары – свойством «очень».

– Что очень? – не понял коллега Спрудль.

– Просто очень. Очень и всё. Свойство так называется – «очень», – подробно разъяснила Бусенька. – Так вот, спрашивается: как найти количество обычных товаров, то есть товаров, которые не являются ни хорошими, ни очень?

– У меня все това-а-ары не очень хорошие…

– Есть! – воскликнула Бусенька. – Вы произнесли ключевую фразу – «очень хорошие»!

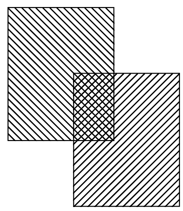
– Нет-нет, бульк! – встрепенулся коллега Спрудль. – Я произнёс не её!

– Ну… почти, – не стала с ним спорить Бусенька. – Давайте с помощью программы «1Склад» узнаем, сколько у нас хороших товаров, сколько товаров очень, и сложим эти количества. Что получится?

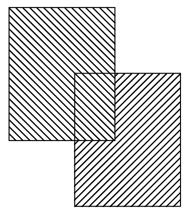
– Ерунда получится, – ответил коллега Спрудль. – Мы подсчита-а-али количество хороших товаров в сумме с количеством товаров со свойством «очень». Но при этом часть товаров подсчитана дважды, а обычные товары, которые нас, собственно, и интересу-у-уют, мы вообще не учли ни разу!

– Я всё же уточню, – сказала Бусенька, – в этом сложении дважды учтены очень хорошие товары.

Коллега Спрудль поморщился.



хорошие + очень



хорошие + очень – очень хорошие

– Вычтем из найденной суммы количество очень хороших товаров. В результате очень хорошие товары будут учтены не два раза, а один! Значит, сумма

хорошие + очень – очень хорошие

равна количеству товаров, обладающих хотя бы одним из этих двух свойств. Вычитая её из общего числа товаров, мы как раз и получим количество товаров, не обладающих ни одним из свойств, то есть обычных. Итак,

обычные = все – хорошие – очень + очень хорошие.

– Эх, если бы всё было та-а-ак просто… – вздохнул коллега Спрудль.

– Остался пустячок! – с энтузиазмом воскликнул Горгулий. – Обобщить формулу на случай, когда товары имеют не два ненужных свойства, а 35!

– Это можно сделать так, – подхватила Бусенька. – Количество всех товаров в магазине обозначим через S, а количество обычных товаров через S_0. Возьмём список – как это вы называете? ухудшений?

– Улучшений, – подсказал коллега Спрудль.

– Какой абсурдный термин, – сказала Бусенька. – Так вот, для каждого улучшения узнаем в «1Складе», сколько товаров имеет это улучшение. Все эти количества сложим, а сумму обозначим S_1. Теперь составим список, в котором перечислены всевозможные пары улучшений, и для каждой пары улучшений пусть «1Склад» выдаст, сколько имеется товаров с этими двумя улучшениями. Все эти количества сложим, а сумму обозначим S_2. Вы поняли закономерность, да? Например, на десятом шаге составляем все возможные наборы улучшений по 10 штук, для каждого такого набора составляем запрос и выясняем, сколько товаров имеют эти 10 улучшений. После чего все подсчитанные количества складываем, а сумму обозначаем S_{10}. Ну и так далее, пока не дойдём до S_{35} – количества товаров, испорченных 35 улучшениями.

– Нема-а-аленькая вам предстоит работа...

– Мы лишь разрабатываем теоретическую модель, – возразил Горгулий. – Считать вы будете сами.

– Вот прекрасная формула, – сказала Бусенька, пресекая перепалку, – по которой вы можете подсчитать количество неулучшенного товара в своём магазине:

$$S_0 = S - S_1 + S_2 - S_3 + S_4 - S_5 + \ldots - S_{35}.$$

– Она существенно сложне-е-е формулы для двух улучшений, – сказал коллега Спрудль. – Где гарантии? Бульк? Как мне убедиться, что она верна?

– Давайте добавлять улучшения по одному, так сказать, постепенно, – сказала Бусенька.

– Я так и делал. Сначала одну-у-у гадость придумаешь, потом другую...

– Вот и проверим, что если у нас была верная формула, и появилось новое улучшение, то формула останется верной. Пусть мы уже поняли, что, скажем, для 9 улучшений формула

$$S_0 = S - S_1 + S_2 - S_3 + S_4 - S_5 + \ldots - S_9 \qquad (1)$$

верна. По этой формуле мы можем найти, сколько в магазине товаров без девяти улучшений. Теперь пусть у некоторых товаров появилось десятое «улучшение», которого раньше ещё не было. Ну, например... – Бусенька слегка замешкалась.

– Например, кто-то сел на полку с товаром и повреди-и-ил его, хотя по внешнему виду это

незаметно... – с удовольствием подсказал коллега Спрудль.

– Прекрасно! Таким образом, у нас появилось десятое «улучшение» – раздавленный товар. Тогда отложим все раздавленные товары куда-нибудь в сторону, например, спрячем их в мусорный бак.

– Мусорные баки в моём магази-и-ине не так уж велики... – пробормотал коллега Спрудль. Похоже, что идея использовать мусорные баки для хранения товара не вызвала его возражений.

– В программе «1Склад» в разделе «Магазин» ничего менять не будем: все записи о товарах оставим прежними, без десятого улучшения. А ещё создадим в этой программе новый раздел, например раздел «Мусор», куда запишем все товары с десятым улучшением. Но и в разделе «Мусор» не будем помечать десятое ухудшение – будем держать его «в уме».

– Улучшение, – поправил коллега Спрудль.

– Не важно. Просто запомним: то, что товар находится в мусоре, и означает это десятое улучшение. Итак, количество товаров во всём магазине, не имеющих ни одного из девяти старых улучшений, можно найти по формуле (1), а количество товаров, лежащих в мусоре и не имеющих ни одного из девяти старых улучшений, мы можем найти по аналогичной формуле

$$\tilde{S}_0=\tilde{S}-\tilde{S}_1+\tilde{S}_2-\tilde{S}_3+\tilde{S}_4-\tilde{S}_5+\ldots-\tilde{S}_9. \qquad (2)$$

Здесь числа $\tilde{S}_k$ вычисляются так же хитро, как и S_k, – чтобы найти $\tilde{S}_k$, нужно выписать все возможные комплекты из k старых улучшений, запросить в «1Складе», сколько товаров в мусоре имеют именно эти улучшения, и все такие числа сложить. А теперь вычтем вторую формулу из первой:

$$S_0-\tilde{S}_0=S-(S_1+\tilde{S})+(S_2+\tilde{S}_1)-(S_3+\tilde{S}_2)+\ldots-(S_9+\tilde{S}_8)+\tilde{S}_9.$$

Коллега Спрудль с недоверием посмотрел на новую формулу.

– Число S_0 – это количество обычных товаров в магазине – то есть товаров, не имеющих ни одного старого улучшения, а $\tilde{S}_0$ – это количество товаров в мусоре (то есть раздавленных) тоже без старых улучшений. Иными словами, $\tilde{S}_0$ учитывает товары, которые испортились из-за появления десятого улучшения. Значит, разность $S_0 - \tilde{S}_0$ – это то, что мы ищем: количество товаров, у которых нет ни одного из десяти улучшений! Обозначим эту разность $S_0^{\text{нов}}$.

В глазах коллеги Спрудля появился интерес, он обожал всяческие новинки – будь то новый электронный девайс, новая вывеска или просто новая гадость.

– Первое слагаемое в правой части – S – это по-прежнему количество товаров в магазине, оно не изменилось, поэтому $S = S^{\text{нов}}$. Идём дальше, что такое $S_1 + \tilde{S}$? Как мы помним, S_1 – это сумма: перебираем одно за другим старые девять улучшений, для каждого находим количество товара в магазине с этим улучшением, и всё это суммируем. И теперь ещё прибавляем $\tilde{S}$ – количество товаров в мусоре, то есть товаров, имеющих десятое улучшение! Значит, $S_1 + \tilde{S} = S_1^{\text{нов}}$. Теперь посмотрим, что такое $S_2 + \tilde{S}_1$.

– Кажется, я дога-а-адываюсь, – произнёс коллега Спрудль. – Число S_2 – это сумма, которая для каждой пары старых улучшений содержит слагаемое, равное числу товаров с этими улучшениями. К ней прибавля-а-ается сумма $\tilde{S}_1$, в которой для каждого старого улучшения имеется слагаемое, равное числу товаров из мусора, бульк, имеющих это улучшение, то есть факти-и-ически такие товары имеют два улучшения – одно старое и мусор. Значит, $S_2 + \tilde{S}_1 = S_2^{\text{нов}}$?

– Вы прекрасно ухватили суть дела! – похвалила Бусенька. – Точно так же обстоят дела и с другими суммами, заключёнными в скобки. Что же касается последнего «одинокого» слагаемого $\tilde{S}_9$, оно равно…

– Числу товаров, имеющих все 10 улучшений, – подхватил коллега Спрудль, – девять старых и мусор.

– Итак, для десяти улучше-е-ений, – сказала Бусенька, – выполняется очень похожая формула

$$S_0^{\text{нов}} = S^{\text{нов}} - S_1^{\text{нов}} + S_2^{\text{нов}} - S_3^{\text{нов}} + S_4^{\text{нов}} - S_5^{\text{нов}} + \ldots + S_{10}^{\text{нов}}.$$

– Как интересно устроен мир, бульк… – философски заметил коллега Спрудль.

– Обратившись в нашу фирму, вы всегда получаете поучительный и интересный способ расстаться со своими денежками, – радушно сказал Горгулий.

Но коллега Спрудль не услышал его.

– Теперь я смогу ввести ещё дю-у-ужину новых улучшений, – бормотал он, направляясь к выходу.

Художник Инга Коржнева

выпуск 35 2/3 ПРАВ/ДЫ

Сергей Дориченко

ДИОНИСИЙ, ПИСИСТРАТ, ПОЛИКРАТ

Две из этих историй известны, а одна частично придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

ДИОНИСИЙ

Одним из самых жестоких тиранов был Дионисий Старший, правивший в Сиракузах. Не сомневаясь в ненависти народа к себе, он очень удивился, узнав, что некая женщина молится в храме за его здоровье. Тиран вызвал её к себе и стал допрашивать. «Я пережила трёх тиранов, и каждый следующий был хуже предыдущего. Каким же будет четвёртый?» – сказала женщина. Дионисий не стал её наказывать, потому что ценил юмор. Так, однажды он заточил в каменоломню своего советника Филоксена за критику своих стихов. Заступившиеся друзья через неделю выпросили освобождение. Тогда Дионисий снова вызвал Филоксена и спросил мнение о других своих стихах. Филоксен со вздохом ответил: «Ведите меня обратно в каменоломню», – и Дионисий со смехом простил советника.

ПИСИСТРАТ

В Древней Греции говорили, что самое удивительное на свете – тиран, доживший до старости. Таким был Писистрат, окончивший свои дни, любимый народом и не тревожимый врагами. Правда, жизнь у него была бурная. Однажды его свергли аристократы Мегакл и Ликург, но потом перессорились между собой. Народ волновался, и Писистрат умело воспользовался ситуацией. Он уговорил красивую статную крестьянку из глухой деревушки притвориться богиней Афиной. Ей напудрили лицо и руки, одели в белый хитон, дали шлем, панцирь, щит и копьё, оклеенные белой бумагой – чтобы усилить сходство с традиционно белоснежными скульптурами, – и повезли в Афины на повозке с криком: «Сама Афина вселилась в эту свою статую и требует вернуть Писистрата в её город». Народ был потрясён, когда статуя «ожила» и заговорила, призывая Писистрата, и возвратил тирану власть.

ПОЛИКРАТ

Не было удачливей тирана, чем Поликрат. Его заморский друг Амасис предостерёг товарища: «Откажись от чего-то очень ценного, чтобы не позавидовали тебе боги и не навлекли большую беду». Поликрат выплыл на корабле в море и бросил в пучину перстень изумительной красоты. Через пару дней рыбаки поймали огромную рыбу и подарили Поликрату. И – о чудо! – в желудке рыбины нашли тот самый перстень! Поликрат обрадовался, но Амасис был удручён: «Боги не приняли жертву и отказались от тебя. Я тоже больше тебе не друг – не хочу страдать, когда боги покарают тебя, а я не смогу помочь». Пророчество Амасиса сбылось – Поликрата заманил в ловушку и казнил персидский наместник Оройт. Дочь Поликрата, предвидя беду, остерегала отца, но тот слишком верил в свою удачу.

Художник Капыч

ДЖОН ДАЛЬТОН

Марина Молчанова

Джон Дальтон
(John Dalton)
1766–1844

Pelargonium zonale –
какого цвета эти лепестки?

Фамилию героя нашей статьи, сами того не зная, слышали очень многие. Дело вот в чём.

Джона Дальтона в молодости не раз удивляло суждение окружающих людей о цвете тех или иных объектов. Он не обращал на это особого внимания: мало ли, люди разные и видят мир по-разному.

Но в возрасте ближе к тридцати Дальтон увлёкся ботаникой. И обнаружил, что один и тот же цветок пеларгонии при разном освещении кажется то небесно-голубым, то красным. Никто больше не отмечал такого эффекта... кроме его родного брата. Пришлось вникнуть в тему. И оказалось, что Джон и его брат действительно видят мир не так, как большинство людей!

Вскоре вышла в свет статья Дальтона «Необычные случаи цветовосприятия» (1794 г.), где автор описал странности собственного цветового зрения. И учёные, прочтя её, впервые обратили внимание на проблему.

Сейчас мы знаем, что нарушения цветовосприятия встречаются у нескольких процентов мужчин (у женщин – крайне редко) и обусловлены генетически. Знаем и о том, какая именно особенность зрения была у Дальтона: он сам пожелал, чтобы его глаза изучали и после его смерти, их фрагменты сохранились, и в конце XX века был проведён анализ ДНК. Из него ясно, что Дальтон не мог различать цвета в средней части спектра: скажем (как он и сам отмечал), оранжевый и зелёный для него были просто оттенками жёлтого. О цветовой слепоте было известно и раньше, но первое подробное описание дал сам Дальтон, и поэтому мы называем её *дальтонизмом*[1].

Но описание цветовосприятия – не первая и не главная страница научной жизни Дальтона. До работ, прославивших его на весь мир, оставались годы.

* * *

Джон Дальтон родился в семье ткача в английском графстве Камберленд, во взрослом возрасте переехал в Манчестер, где и занимался наукой всю жизнь. Работать ему пришлось с десяти лет, с 15 лет он уже помогал руководить школой, а в университет так

[1] Редчайший случай: медицинская особенность была впервые описана пациентом и получила имя пациента! Правда, как раз в родном для Дальтона английском языке слово daltonism используется редко и только для определённого вида цветовой слепоты.

и не поступил – помешали обстоятельства. Но ему всегда везло на людей, которые рады были поделиться с ним знаниями. Так, большую роль в его жизни сыграл слепой учёный Джон Гоф (Gough) – молодой Дальтон помогал ему с чтением, письмом и расчётами, а Гоф учил Дальтона латыни и греческому, заодно в неформальной обстановке рассказывал о науке.

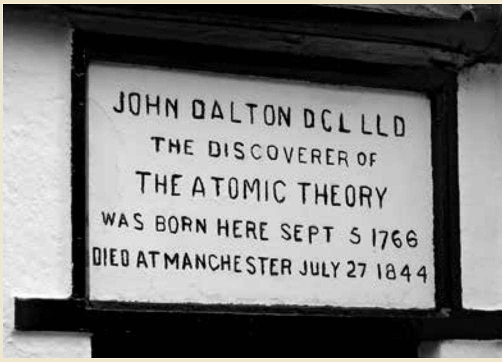
В 1793 году Дальтон опубликовал свою первую книгу – по метеорологии. Чуть позже занялся географией – в частности, измерял высоты гор в своём родном Озёрном краю в Англии, залезая на их вершины с барометром. Интересовался возникновением водных источников и выпадением росы, отражением и преломлением света. Много работал с газами, изучая соотношения между их давлением, объёмом и температурой, причём работал с грубыми и неточными приборами, но достигал успеха, потому что, по словам великого химика тех времён Гемфри Дэви, «доверял своей голове больше, чем рукам». Открыл закон физики газов, получивший его имя: давление смеси газов равно сумме парциальных, то есть частичных, давлений всех её компонентов, взятых по отдельности. Сформулировал ещё один закон о растворимости газов. Выпустил книгу по английской грамматике. Преподавал. Вспомните Пристли[2] – такая же широта интересов. Тогда это было ещё возможно для учёного.

Но всё-таки мы помним Дальтона по другой причине. Он стал одним из основателей современной химии. И прежде всего это связано с *атомной теорией*.

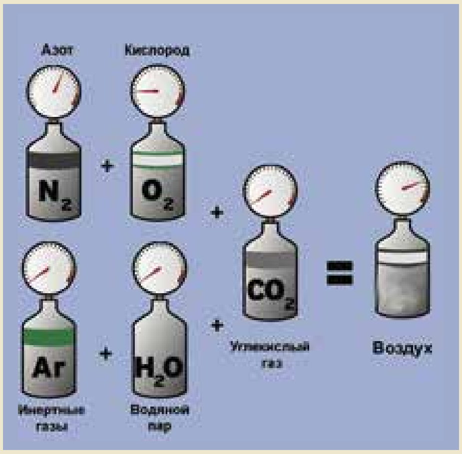
* * *

Сейчас с детства мы знаем, что вещества построены из атомов. Даже не понимаем, как можно думать иначе, – немыслимо же без атомов записывать химические формулы и превращения! Но ещё двести с небольшим лет назад всё было совсем не так очевидно. Что ещё за наименьшие частицы материи? Мы же их не видим!

Да, абстрактное представление о них восходит ещё ко временам Древней Греции: философ Левкипп высказывал идею о частице настолько маленькой, что её



Мемориальная табличка в Иглсфилде, родной деревне Дальтона



Закон Дальтона

[2] О Джозефе Пристли см. «Квантик» № 3 за 2020 год, с. 20.

ДЖОН ДАЛЬТОН

Антуан Лоран Лавуазье
1743–1794

Жозеф Луи Пруст
1754–1826

уже невозможно разделить на более мелкие, а Демокрит назвал эти частицы атомами (от греческого «неделимый»). Но затем об атомах прочно забыли примерно до XVII–XVIII веков. Да и непонятно, зачем бы они могли понадобиться в эпоху алхимии.

Однако к XIX веку химия потихоньку становилась настоящей наукой. Великий Лавуазье в числе прочего сформулировал *закон сохранения массы*: «Можно принять в качестве принципа, что во всякой операции количество материи одинаково до и после опыта, что качество и количество начал остаются теми же самыми». Затем другой французский химик, Пруст, сформулировал *закон постоянства состава*: как бы мы ни получали какое-то вещество, отношения масс входящих в него химических элементов будут постоянными – например, в белом порошке двуокиси олова по весу всегда будет 79% олова и 21% кислорода[3]. Но не было единой теории, объясняющей все эти факты. Почему сохраняется масса? Почему состав большинства веществ постоянен? Что именно меняется местами и перегруппируется во время химической реакции?

Ответ дал именно Дальтон. А главной отправной точкой для его идеи строения вещества из атомов послужил *закон кратных отношений*.

Неизвестно, какие вещества натолкнули Дальтона на формулировку этого закона, поэтому объясним его на своих примерах (рис. 1). Есть два соединения углерода с кислородом – угарный газ и углекислый газ. Сравнив их составы, мы увидим, что на одну и ту же массу углерода в углекислом газе приходится ровно в 2 раза больше кислорода, чем в угарном. Оксидов азота, то есть соединений азота с кислородом, сейчас известно целых пять (в те времена – три); массы кислорода в них, приходящиеся на одну и ту же массу азота, соотносятся между собой как 1:2:3:4:5. Массы водорода, приходящиеся на одну и ту же массу углерода в «болотном газе» метане и «маслородном газе» этилене, отличаются точно вдвое. Таких примеров

[3] Есть и исключения, но на них останавливаться не будем. Если интересно, поищите в интернете слово «бертоллиды».

очень много. Не означает ли это, что перечисленные соединения «собраны» из небольшого числа одних и тех же простейших частиц – водорода, азота, углерода, кислорода, – взятых в разных отношениях?

Никакие теории, существовавшие к началу XIX века, не могли объяснить закон кратных отношений. За несколько лет, начиная с 1803 года, Дальтон создал собственную теорию. Вот её основные положения.

Все вещества состоят из отдельных очень малых частиц – атомов, которые не создаются, не уничтожаются и не разделяются на части. Атомы одного и того же элемента неразличимы, в том числе имеют одинаковый вес; атомы разных элементов отличаются друг от друга и не превращаются друг в друга. Из разных атомов, взятых в определённых соотношениях, получаются химические соединения. В ходе химических реакций атомы соединяются, разъединяются или перегруппируются.

Сейчас мы знаем, что всё ещё сложнее: есть более мелкие частицы, из которых состоят сами атомы; в ходе ядерных реакций одни атомы могут превращаться в другие; у одного и того же элемента могут быть разные изотопы – атомы неодинаковой массы... Мы видим у Дальтона и чисто химические ошибки: так, из соображений «наибольшей простоты» он считал, что формула воды будет OH, а не H_2O, аммиака – NH, а не NH_3. Но всё же это частности, поправки. А основу, без которой никуда, заложил именно Дальтон.

Важнейшая характеристика атомов – их вес. Дальтон не мог измерить вес одного атома в унциях, гранах или других обычных единицах. Но он понял, что можно оперировать с соотношениями весов разных атомов – исходя из массового состава каждого соединения (помните закон постоянства состава?) и из догадки, сколько атомов одного элемента в нём приходится на атом другого. Можно принять вес самого лёгкого атома – водорода – за 1, а потом просто вычислять, во сколько раз другие атомы тяжелее. Мы сейчас знаем, что в вычислениях Дальтона (рис. 2)

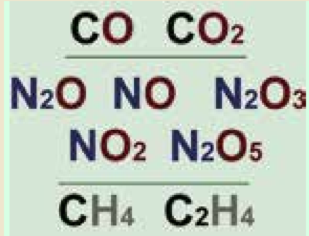


Рис. 1. Формулы соединений, иллюстрирующих закон кратных отношений, в современной нотации. До Дальтона эти формулы были неизвестны

Рис. 2. Символы элементов и оценки их атомных масс по Дальтону

Дальтон собирает метан на болоте. Фреска Ф.М. Брауна (1887 или 1893 г.)

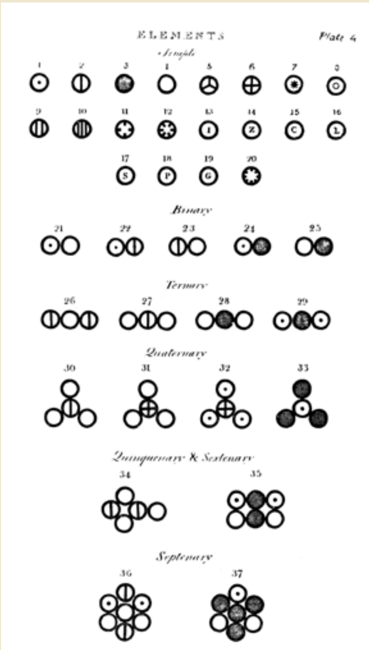


Рис. 3. Атомы и молекулы по Дальтону

Эта статуя была создана Ф. Чантри ещё при жизни Дальтона, в 1838 году

была ошибка на ошибке, но сама идея оперировать относительными весами используется до наших дней.

Теория Дальтона позволила создать для химии её язык – систему знаков. Ведь если все химические соединения образуются из комбинаций сравнительно небольшого числа атомов, можно обозначать вещества этими комбинациями: для каждого атома свой рисунок, а из них собираются конструкции (рис. 3). Правда, потом с подачи Йонса Якоба Берцелиуса (ещё один основатель современной химии!) и к большому недовольству Дальтона прижилась нынешняя система (как на рисунке 1): одно- и двухбуквенные обозначения для элементов и цифры, показывающие количества их атомов. Но чтим же мы память Кирилла и Мефодия, создавших глаголицу, первую славянскую азбуку, хотя кириллица давно уже актуальнее...

* * *

Атомную теорию, к счастью для Дальтона и науки, очень быстро признали, в её развитие включились лучшие умы тех времён. Дальтон был принят во все основные академии и стал председателем Манчестерского литературно-философского общества – именно с этой организацией связаны многие десятки его научных сообщений в течение всей жизни, начиная с описания цветовой слепоты... Но сам он вёл жизнь скромного холостяка и не очень нуждался в шумной славе.

Популярного лектора из него не вышло: у Дальтона был неприятный голос и никаких ораторских способностей. А вот занятия наукой продолжались до самой его смерти. Накануне своего последнего дня он ещё записывал метеорологические наблюдения, хотя рука дрожала после двух инсультов.

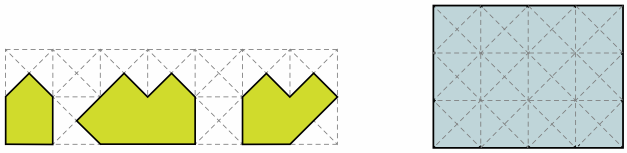
Дальтона не забыли, особенно в Манчестере, где он прожил бóльшую часть жизни. Улица Дальтона, стипендия Дальтона, премия Дальтона, медаль Дальтона. А ещё единица, которую сейчас во всём мире используют для измерения атомных масс и которая очень близка к той самой массе атома водорода. Эта единица называется *дальтон*, сокращённо *Да*.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ СКЛАДУШКА

Владимир Красноухов

Около трети выпущенных в мире механических головоломок относятся к самому большому и старейшему классу головоломок на складывание. По-английски они называются Put-Together Puzzles, а по-русски – складушки. В одних надо сложить симметричную фигуру, в других – обеспечить «неперемещаемость» элементов в заданных границах и т.п.

Предлагаем вам «универсальную» складушку – при всей своей внешней простоте она позволяет решать сразу четыре типа задач! В ней три плоских игровых элемента и прямоугольная коробочка (их форма и относительные размеры приведены на рисунке).



Элементы можно как угодно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

«Игры с пустотой»

Расположите элементы в коробочке так, чтобы там образовались а) две; б) три равные по форме и размерам пустые области. (Похоже, оба решения единственны.)

Поиск антислайдов

Расположите элементы в коробочке так, чтобы ни один не мог сдвинуться ни в каком направлении. (Кажется, задача неразрешима – много свободного места, не хватает «строительного материала» для запирания элементов. Но автор (В. Красноухов) утверждает, что нашёл 7 разных решений, и, возможно, это не предел.)

Симметричные фигуры

а) Выложите элементы на стол и соберите из всех трёх элементов последовательно 6 различных симметричных фигур. (Не забывайте, что кроме зеркальной симметрии ещё бывает центральная.)

б) Отложите один элемент (какой?) в сторону, а из оставшихся двух соберите симметричную фигуру.

Бесконечный паркет

Можно ли, используя каждый элемент бесконечное число раз, замостить бесконечную плоскость?

Желаем успехов!

Художник Мария Усеинова

XXX ТУРНИР АРХИМЕДА

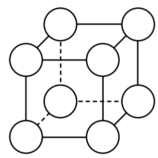
Избранные задачи

Материал подготовили Александр Рубин и Павел Чулков

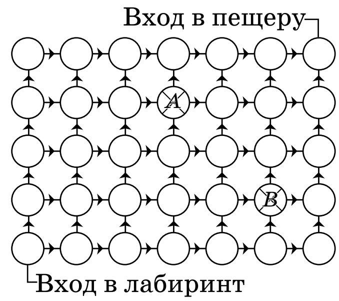
Турнир Архимеда – традиционная олимпиада для школьников 6 – 7 классов, в которой нередко принимают участие и более младшие школьники. Юбилейный 30-й Турнир Архимеда прошёл сразу в 140 школах Москвы, Московской области, а также Вологды, Иваново, Кирова, Костромы, Магнитогорска, Санкт-Петербурга, Твери и Чебоксар. В олимпиаде приняло участие абсолютно рекордное число участников – 8211 школьников 4 – 7 классов из 163 школ.

В задачах 1 – 4 нужно было привести ответ, а в задачах 5 – 7 – полные решения.

Задача 1 (2+2 балла). На столе «касса цифр» (набор бумажных карточек с цифрами). Маша выложила из карточек четырёхзначное число. Толя заменил в числе все карточки на другие: каждую цифру либо уменьшил на 4, либо увеличил на 1. Число уменьшилось в 4 раза. Какое число могла выложить Маша? Что могло получиться у Толи? (Найдите как можно больше вариантов ответов).



Задача 2 (4 балла). Расставьте цифры от 1 до 8 по одной в вершинах куба таким образом, чтобы для всех шести граней суммы четырёх чисел, стоящих в вершинах одной грани, были различны.

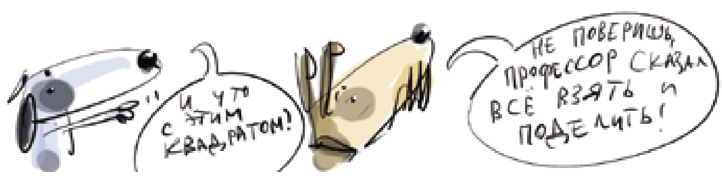


Задача 3 (4 балла). Али-Баба на пути к пещере с сокровищами проходит через лабиринт (схема лабиринта – на рисунке). Лабиринт состоит из одинаковых комнат (на схеме – кружочки) и коридоров между ними. Из каждой комнаты можно выходить в двух направлениях (на схеме – направо или вверх). Две комнаты (A и B) для прохода закрыты. Сколько различных путей ведут в пещеру с сокровищами?

Задача 4 (6 баллов). Разделите квадрат на 4 равные части так, чтобы в каждой из них сумма чисел была одинаковой.

		1	1	1	
		2	2	3	3
	1		2		
				2	
3	3				

Задача 5 (6 баллов). Емеля устроился на работу царским хлебопёком. Как-то утром отправился он на царёву службу. Выехал он поздновато, поэтому печь

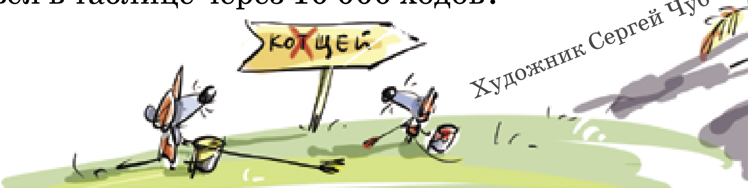


пекла пироги прямо на ходу. Одновременно с Емелей навстречу ему отправились два посыльных: Фёдор и Иван. Фёдор идёт пешком, поэтому движется в 3 раза медленнее печи, а Иван – верхом на лошади – в 4 раза быстрее, чем печь. При встрече с посыльными Емеля (на ходу) отдаёт им все изготовленные к этому моменту пироги, а сам продолжает движение. Известно, что Фёдор получил на 133 пирога больше, чем Иван, а встречи с посыльными состоялись как раз в тот момент, когда он доставал из печи очередной пирог. Сколько всего пирогов испекла печь по пути на царёву службу? Печь начала работать с момента отправления и печёт пироги равномерно.

Задача 6 (7 баллов). За круглым столом сидели 13 гостей. Среди них были рыцари (всегда говорят правду), лжецы (всегда лгут) и марсиане. Про марсиан известно, что правду они говорят только марсианам, а всем остальным лгут. Каждые двое сидящих рядом сказали друг другу: «Ты не рыцарь». Сколько лжецов могло сидеть за столом, если известно, что их было больше, чем марсиан? Найдите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

Задача 7 (9 баллов). Кощей Бессмертный (КБ) играет в игру. В начале игры он в каждой клетке таблицы 100×100 записывает по одному натуральному числу от 1 до 100^2 так, что все числа в таблице в начале игры – различны. Затем включается искусственный интеллект (ИИ). На первом шаге ИИ одновременно заменяет каждое число в таблице на наибольшее из соседних чисел (соседние – те, которые расположены в клетках с общей стороной). На втором шаге ИИ снова заменяет каждое число в таблице на наибольшее из соседних чисел, и так далее.

а) Может ли КБ расставить числа в начале игры так, чтобы через некоторое время все числа в таблице стали одинаковыми? б) Какое наибольшее количество различных чисел может остаться в таблице через 10 000 ходов? в) Какое наименьшее число может остаться в таблице через 10 000 ходов?



Художник Сергей Чуб

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

Решения III тура отправляйте по адресу **ruskonkurs@kvantik.org** не позднее 15 сентября. В письме укажите ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь. Победителей ждут призы. Предусмотрены премии за лучшее решение отдельных туров.

Предлагайте задачи собственного сочинения – лучшие мы опубликуем! Так, автор задачи 11 – шестиклассник Иван Авдеев. Желаем успеха!

III ТУР

11. Маленький Вова считает, что некое транспортное средство названо по имени его младшего брата. Как зовут Вовиного брата? Как называется это транспортное средство?

И.С. Авдеев

12. Неужели в этом слове три приставки и ни одного корня? Сам чёрт не разберёт. Напишите это слово.

И.Б. Иткин

13. Каким уникальным свойством обладают русские слова *сто* и *миллион*?

С.И. Переверзева

14. Некоторые языки мира используют так называемое **консонантное письмо** – письмо, в котором обозначаются только согласные. Представим себе, что русский язык тоже перешёл на такое письмо, при этом никаких других изменений не произошло, то есть все слова пишутся так же, как обычно, но отсутствуют буквы А Е Ё И О У Ъ Ы Ь Э Ю Я, так что, например, фраза *Съешь пирожок*! записывается как *Сш пржк*!

Приведите пример глагола, который в такой системе записи выглядит одинаково во всех четырёх формах прошедшего времени и в одной из форм настоящего времени. Укажите эту форму.

А.Ч. Пиперски

15. Действие, обозначаемое этим существительным, обычно совершают вовсе не по отношению к ножу, который хотят наточить, а по отношению к человеку, которого хотят похвалить или наградить. Напишите это существительное.

О.В. Тужик

Художник Николай Крутиков

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, II тур
(«Квантик» № 4, 2021)

6. *Вот отрывок из рассказа, который написал Ян:* Ночь. Тишь. Мрак. Ян шёл сквозь лес. Ян был храбр, смел, Ян знал: там ждёт Джейн. Её смех звал, он влёк вдаль...

Какое слово попало в текст рассказа по ошибке? В чём состоит ошибка?

Ян написал рассказ, в котором все слова – односложные (скорее всего, потому, что его собственное имя состоит из одного слога). По ошибке в текст попало слово ***её***: в нём хотя всего две буквы, но и слогов тоже два.

7. *Эти два выражения, отличающиеся только приставками, имеют противоположный смысл. Первое из них говорит о непрерывных усилиях, второе, намного более редкое, – об отсутствии каких бы то ни было усилий. Напишите эти два выражения в правильном порядке.*

Эти два выражения – ***не покладая рук*** (работая без устали, без передышки) и ***не прикладая рук*** (бездельничая, изображая видимость работы). Возможно, второе из них по происхождению – ироническая переделка первого.

8. *Вовочка доделал скучное упражнение на подбор синонимов и решил почитать журнал. Сестра попросила у него этот журнал.*

– Это журнал не для девочек, – буркнул Вовочка. – Тебе подошёл бы журнал... м-м-м... «Молодая уборщица».

Какой журнал читал Вовочка? Кратко поясните свой ответ.

Вовочка читал журнал **«Юный техник»**. Он хотел сказать сестре, что для неё подошёл бы журнал «Юная техничка», но ещё не переключился с упражнения на отдых и автоматически подобрал синонимы к обоим словам придуманного им названия: *юная – молодая*, *техничка – уборщица*.

9. *Называя один из знаков препинания, маленький Лёва путает в нём первый звук. Надо сказать, что для некоторых предложений такое название выглядит не менее логичным, чем правильное. Напишите название этого знака препинания так, как его произносит Лёва.*

Знак «?» Лёва называет **«попросительный знак»**. Для некоторых случаев это название действительно подходит очень хорошо: как известно, предложения типа *Ты не мог бы передать мне ещё кусочек арбуза?* только притворяются вопросами (в соответствии с правилами вежливости), а на самом деле это просьбы.

10. *У одной из форм этого существительного окончание содержит в три раза больше букв, чем основа. Напишите это существительное и эту форму.*

Речь идёт об уникальном существительном ***щи***. В форме творительного падежа ***щами*** корень (как и в других формах этого существительного) состоит из одной буквы (*щ*-), а окончание – из трёх (-*ами*). (Первоначальная версия этой задачи была задана в туре для учителей конкурса «Русский медвежонок» в марте 2021 г.)

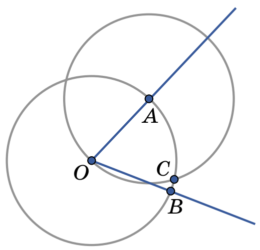
НАШ КОНКУРС, IX тур
(«Квантик» № 5, 2021)

41. *Барон Мюнхгаузен и 10 его друзей устроили для себя 10 обедов. На каждом обеде барон съел больше, чем какие-то 9 его друзей, вместе взятые. Могло ли оказаться, что суммарно за эти 10 обедов барон съел меньше, чем любой его друг?*

Ответ: да. Пусть на каждом обеде Мюнхгаузен ест 10 блюд, один из друзей (каждый раз новый) – 100 блюд, а остальные – по 1 блюду (все блюда одинаковы). Тогда всего Мюнхгаузен съест 100 блюд, а каждый из друзей – 109.

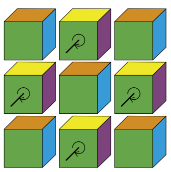
42. *На листке бумаги нарисован острый угол. Толик Втулкин хочет проверить, этот угол больше 60° или нет. Как ему это сделать, имея в распоряжении только циркуль и проведя всего две окружности?*

Проведём окружность с центром в вершине угла O и любым радиусом. Она пересечёт стороны угла в точках A и B (см. рисунок). Потом, не меняя раствора циркуля, проведём такую же окружность с центром A. Если C – точка пересечения окружностей, то $\angle AOC = 60°$. Поэтому точка B окажется вне второй окружности тогда и только тогда, когда угол больше 60°.



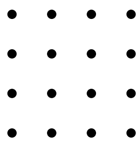
43. *Дан кубик с гранями шести разных цветов. а) Можно ли из его копий собрать куб $2\times2\times2$ так, чтобы любые два соседних кубика касались по граням одинакового цвета? б) А собрать какой-нибудь куб большего размера?*

Ответ: а) да; б) да. Сложим квадрат $n\times n$ из одинаково расположенных кубиков. Разобьём кубики на два множества в шахматном порядке и повернём каждый

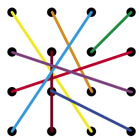


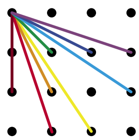
кубик в одном из множеств на 180° вокруг оси, перпендикулярной квадрату (см. рисунок). Тогда все соседние кубики в квадрате повернутся друг к другу одноцветными гранями. А весь квадрат будет покрашен в один цвет как сверху, так и снизу. Из таких квадратов соберём куб $n\times n\times n$.

44. 16 *точек расположены в виде квадрата, как на рисунке вверху. Их произвольным образом разбивают на пары, а затем точки каждой пары соединяют отрезком. Петя утверждает, что среди восьми проведённых отрезков обязательно найдутся либо два параллельных между собой (возможно, лежащих на одной прямой), либо два перпендикулярных. Прав ли он?*



Ответ: нет, см. средний рисунок. Придумать и проверить его можно с помощью нижнего рисунка: мы перенесли все отрезки одним концом в левую верхнюю точку, повернув некоторые на 90° (чтобы не вылезли за пределы картинки). Возможны как раз 8 направлений, не параллельных и не перпендикулярных друг другу.





45. *За круглым столом сидят 25 рыцарей, которые представляют два ордена. В зале тусклый свет, поэтому каждый видит только четырёх ближайших соседей – по два слева и справа. Докажите, что один из рыцарей видит слева и справа поровну рыцарей своего ордена.*

Пусть не нашлось рыцаря, справа и слева от которого поровну рыцарей своего ордена. Разобьём всех рыцарей на группы подряд сидящих рыцарей из одного ордена. Если в одной группе рыцари из ордена А, то в следующей – из ордена В, и наоборот. Тогда групп из 3 (..АВВВА..), а также 5 и более (..ВВВВВ..) рыцарей не может быть. Также не может быть трёх и более подряд идущих групп из одного рыцаря (..ВАВАВ..), как и отдельной группы из одного рыцаря (..ААВАА..). Значит, группы из одного рыцаря можно разбить на пары соседних, а остальные группы состоят из 2 или 4 рыцарей. И всего рыцарей – чётное количество, противоречие.

МОНЕТЫ ИЗ ЭФИОПИИ

(«Квантик» № 6, 2021)

Даты правления императоров легко опознать. Можно заметить, что эфиопские цифры выделены горизонтальными чертами снизу и сверху. Теперь можно найти на каждой монете даты чеканки (длинные цепочки цифр) и номиналы (отдельные знаки). Заметим, что рядом с обозначением номинала всегда стоят одни и те же две буквы ብር, независимо от того, как обозначен номинал в латинице (E$ или Birr).

Выпишем все даты и номиналы.

1855–1868	፲፰፻፵፯–፲፰፻፷
1872–1889	፲፰፻፷፬–፲፰፻፹፩
1889–1913	፲፰፻፹፪–፲፱፻፭
1916–1930	፲፱፻፱–፲፱፻፳፪
1966	፲፱፻፶፰
1972	፲፱፻፷፬
1982	፲፱፻፸፬

2 Birr	፪ ብር
E$ 5	፭ ብር
10 E$	፲ ብር
Birr 20	፳ ብር
E$ 50	፶ ብር
E$ 100	፻ ብር

Заметим, что в обозначении эфиопского года может быть 4 или 5 цифр, стало быть, нет простого соответствия между европейскими и эфиопскими цифрами. С другой стороны, все номиналы обозначаются одной цифрой. В середине каждого эфиопского года стоит цифра ፻, и она же обозначает номинал 100 – возможно, это знак «сотня». Тогда ፲፰፻ – это 18 сотен, а ፲፱፻ – это 19 сотен. Это хорошо согласуется с тем, что ፲ – это 10 в обозначении номинала.

Одному и тому же григорианскому году 1889 соответствуют два эфиопских: ፲፰፻፹፩ и ፲፰፻፹፪. Один из них должен быть 1881, другой – 1882 (подчёркиваем даты, записанные европейскими цифрами, но в эфиопском летоисчислении). Ясно, что новый император (Menelik II) начал править после предыдущего (Yohannes), поэтому скорее всего ፲፰፻፹፩ = 1881, ፲፰፻፹፪ = 1882.

Проверим. Эфиопский год ፲፱፻፳፪ – это 1922 или 1923 (европейский 1930 минус 8 или 7). Вариант, оканчивающийся на 2, годится и хорошо согласуется с обозначением номинала ፳ = 20 (тогда ፳፪ = 22). Аналогично, ፲፱፻፶፰ – это 1958 или 1959 (1966 минус 8 или 7), но мы помним, что ፶ = = 50 (в номиналах), а цифра ፰ встречалась в числе ፲፰፻ (18 сотен), откуда ፶፰ = 58. Так же 1916 = = ፲፱፻፱ = (1908 или 1909), но последняя цифра, видимо, 9 (как в числе 19 сотен). Кроме того, из номинала монеты E$5 мы видим, что ፭ = 5.

Теперь можно предположить, как устроена запись эфиопских чисел. Для единиц и десятков имеются особые цифры, бóльшие числа записываются как «сколько-то сотен и сколько-то».

Запишем в таблицу уже известные цифры:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	፩	፪			፭			፰	፱
Десятки	፲	፳			፶			፹	

Дальше легко. 1872 = ፲፰፻፷፬ = (1864 или 1865), но последняя цифра не 5, стало быть, ፬ = 4. 1855 = ፲፰፻፵፯ = (1847 или 1848), но последняя цифра не 8, стало быть, ፯ = 7. 1913 = = ፲፱፻፮ = (1906 или 1907), последняя цифра не 7, поэтому ፮ = 6. Далее, 1868 = ፲፰፻፷ = 1860 (не 1861) и ፷=60. 1982 = ፲፱፻፸፬ = 1974, поэтому ፸ = 70. Получаем окончательную таблицу:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	፩	፪		፬	፭	፮	፯	፰	፱
Десятки	፲	፳		፵	፶	፷	፸	፹	

Заметим в заключение, что эфиопский год в обозначении даты чеканки всегда отличается от европейского на 8 и никогда на 7.

Ответ. (1) Всё написано на самой монете: год 1982 = ፲፱፻፸፬ = 1974, номинал «2 Birr» = = «፪ ብር». Это ещё раз подтверждает, что ፪ = 2.

(2–4). Год ፲፱፻፸ = 1970, скорее всего, европейский 1978. Номиналы: ፲ = 10, ፳፭ = 25, ፮፻ = 600 (6 сотен).

(5) Номинал «1 Birr» = «፩ ብር» (сторона с весами). Год ፳፻፪ = 2002 (сторона с головой льва), скорее всего, европейский 2010.

ЛОВИСЬ, РЫБКА, БОЛЬШАЯ И МАЛЕНЬКАЯ («Квантик» № 6, 2021)

Последнее слово в каждой фразе – *challwataxa*. Скорее всего, оно значит что-то вроде «я поймал». До него чаще всего встречаются слова с корнем *challwa-* (можно даже заметить, что столько же раз, сколько групп рыбок одного размера на всех картинках вместе). По всей видимости, этот корень значит «рыба».

Три фразы содержат слово «рыба» по разу, четыре – по 2 раза. В последнем случае перед *-wa challwataxa* есть элемент *-mpi-* (видимо, он значит «и»). Это соответствует условию – там три улова состоят из рыб одного размера, и четыре – из рыб двух разных размеров.

Поймали рыб лишь одного размера три рыбака – *E* (одна большая рыба), *C* (две маленькие) и *D* (три средние). Эти уловы различаются как размером, так и количеством рыб. Фразы, которые их описывают, – это фразы 1, 2 и 5. В них первое слово может выглядеть как *mä*, *kimsa* или *paya*, а после него перед последним словом стоит *hach'a challwa*, *challwa* или *challwalla*. А улов может отличаться по двум параметрам: по количеству и размеру рыб.

В описании уловов число «один» должно фигурировать 5 раз, число «два» – 3 раза, число «три» – тоже 3 раза. «Большая рыба» должна быть упомянута трижды, «средняя» и «маленькая» – по 4 раза. Пять раз встречается только слово *mä*, следовательно, оно означает «1».

В третьей фразе упоминается одна *challwa* и одна *hach'a challwa*. Улов, состоящий из двух рыб разного размера, – у рыбака *A* (одна большая рыба и одна средняя). Значит, маленькая рыбка – это *challwalla*.

Все рыбки маленькие у произнёсшего фразу 5. Это рыбак *C*, рыбок поймано 2. Значит, *paya* – это «2», тогда *kimsa* – это «3».

Поймавший три маленькие рыбки – поймал и одну большую (рыбак *F*). Этот улов описывает четвёртая фраза (только в ней есть и 1, и 3, и «маленькая рыбка»). Тогда *hach'a challwa* – большая рыба. А просто *challwa* – средняя. Заметим, что в аймара, как и по-русски, «большая рыба» – сочетание двух слов – «большой» + «рыба», «средняя рыба» – просто «рыба», а «маленькая» – «рыба» + суффикс, то есть «рыбка».

Ответ: 1 – *E*, 2 – *D*, 3 – *A*, 4 – *F*, 5 – *C*, 6 – *B*, 7 – *G*.

ЗАМОРОЧКИ

1) Если увеличить число палок $П$ на 1, получится число галок. А если уменьшить, то получится в 2 раза меньше, чем число галок: $П + 1 = 2(П - 1)$. Значит, палок 3. А галок 4.

2) Да. По сути, в условии спрашивается: «Если человек, стоящий в очереди перед вами, выше вас, то он выше вас?». Ну, конечно!

3) Да. Рассуждения аналогичны.

4) Пусть тогда вам было x, а мне y. Сейчас вам y, а мне $2x$. Разница возрастов такая же: $y - x = 2x - y$. Значит, $3x = 2y$ и $x/y = 2/3$. Сейчас отношение лет равно $2x/y = 4/3$.

5) Фраза произносилась в воскресенье.

6) 1 рубль.

7) Если число x записать в x-ичной системе счисления, оно запишется одинаково для *любого* x: как 10. Поэтому я задумал число 10.

КАНАТНО-КРЕСЕЛЬНАЯ ДОРОГА

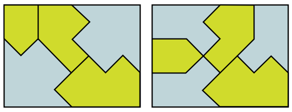
Заняты обычно только сиденья на подъём. Это вытягивает верёвку из незагруженной половины и верёвка на подъём заметно провисает. Время движения пропорционально длине верёвки, а на подъём она длиннее.

ДИОНИСИЙ, ПИСИСТРАТ, ПОЛИКРАТ

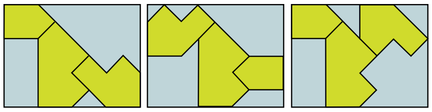
Искажена вторая история – в Древней Греции не было бумаги, а статуи традиционно были цветными (краска до наших дней не сохранилась).

УНИВЕРСАЛЬНАЯ СКЛАДУШКА

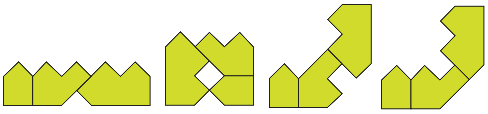
«Игры с пустотой»

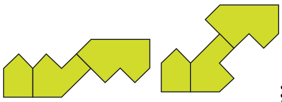


Антислайды



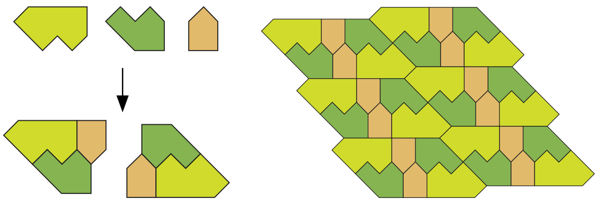
Симметричные фигуры

а) 



; б) 

Бесконечный паркет

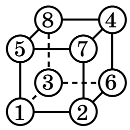


XXX ТУРНИР АРХИМЕДА

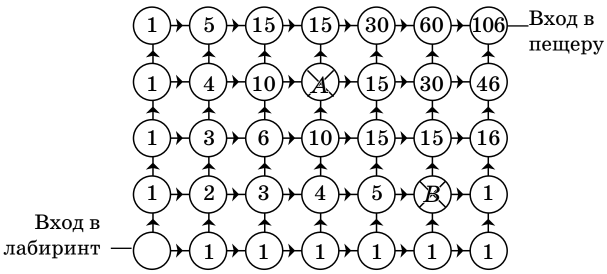
1. Ответ: (5252, 1313) или (5852, 1463)

2. Легко убедиться, что

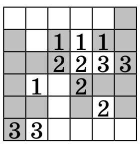
$1+2+3+6<1+2+5+7<$
$<1+3+5+8<2+4+6+7<$
$<3+4+6+8<4+5+7+8.$



3. Ответ: 106.



4.



5. Ответ: 380 пирогов. Число пирогов пропорционально расстоянию, пройденному печью.

1) До встречи с Иваном печь проехала 1/5 часть пути до царёва дворца, так как скорость печи в 4 раза меньше, чем скорость Ивана. Значит, Ивану досталось 1/5 (20%) всех пирогов.

2) До встречи с Фёдором печь проехала 3/4 часть пути, так как её скорость в 3 раза больше скорости Фёдора. Значит, Фёдору досталось $3/4-1/5=11/20$ (55%) всех пирогов.

3) Фёдор получил на $11/20-1/5=7/20$ (35%) пирогов больше, чем Иван, что составляет 133 пирога. Значит, 35% : 7 = 5% составляют $133/7=19$ пирогов, а всего было $19\cdot 20=380$ пирогов.

6. Ответ: 4 или 5. Ясно, что рядом со лжецом может сидеть только рыцарь, рядом с рыцарем – только лжец или марсианин, а рядом с марсианином – только рыцарь или марсианин.

Если лжецов 3 или меньше, то марсиан 2 или меньше, вместе лжецов и марсиан 5 или меньше, а значит, рыцарей 8 или больше, что невозможно – два рыцаря рядом сидеть не могут.

Вот примеры, где лжецов 4 и 5: *ММММРЛРЛРЛРЛР* и *ММРЛРЛРЛРЛРЛР*.

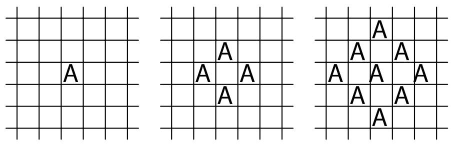
Заметим, что рыцарей как минимум на 1 больше, чем лжецов, потому что справа от лжеца всегда сидит рыцарь, и ещё справа от хотя бы одного марсианина сидит рыцарь.

Если лжецов 6 или больше, то рыцарей хотя бы 7. Тогда двое рыцарей сидят рядом, что невозможно.

7. Ответ: а) нет; б) 2; в) 5000.

а) Раскрасим таблицу в шахматном порядке. Пусть A – наибольшее число на белых клетках, а $Б$ – наибольшее число на чёрных клетках. Через ход станет наоборот, A – наибольшее на чёрных, $Б$ – на белых. Через ход станет, как в начале, и дальше всё будет повторяться.

б) Отметим на рисунке те клетки, на которых стоит A на первом, втором и третьем ходу.



Получается расширяющийся квадрат, он обрежется, достигнув границы таблицы, но не позже чем через 200 ходов заполнит все клетки одного цвета. Аналогично для $Б$. Значит, рано или поздно в таблице останется лишь 2 числа.

в) Числа A и $Б$ не могут быть меньше 5000, потому что на клетках каждого цвета найдётся число не меньше 5000. Случай $Б = 5000$ возможен, если первоначально расставить все числа от 1 до 5000 в клетках одного цвета, а остальные числа – в клетках противоположного цвета.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач XI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 августа в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com.** Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

XI ТУР

51. Можно ли неверное равенство $1+2+3+...+100 = 1000$ сделать верным,

а) удалив некоторые из 100 его слагаемых;

б) заменив некоторые из 99 плюсов на минусы?

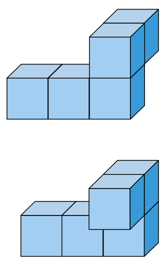
52. В классе поровну мальчиков и девочек. Каждый мальчик дружит хотя бы с одной девочкой. При этом, каких бы двух мальчиков мы ни взяли, у них будет разное количество подруг. Докажите, что всегда удастся разбить класс на дружащие пары «мальчик-девочка».

Авторы: Михаил Евдокимов (51, 53, 55), Александр Перепечко (52, 54)

53. Можно ли квадрат разрезать на несколько равносторонних а) пятиугольников; б) шестиугольников? (Многоугольник называется равносторонним, если все его стороны равны. Его углы не обязательно равны, и он даже может быть невыпуклым.)

54. Квантик выписал десятизначное натуральное число, содержащее все цифры от 0 до 9, в котором любые две соседние цифры различаются хотя бы на 5. а) Какие у этого числа могут быть первая и последняя цифры? Приведите все варианты и докажите, что других нет. б) Приведите пример такого числа.

55. Назовём «змейкой» фигуру, склеенную из пяти одинаковых кубиков так, как показано на рисунке (змейка может «смотреть» направо или налево). Можно ли из некоторого количества таких змеек сложить куб без дырок?



Художник Николай Крутиков

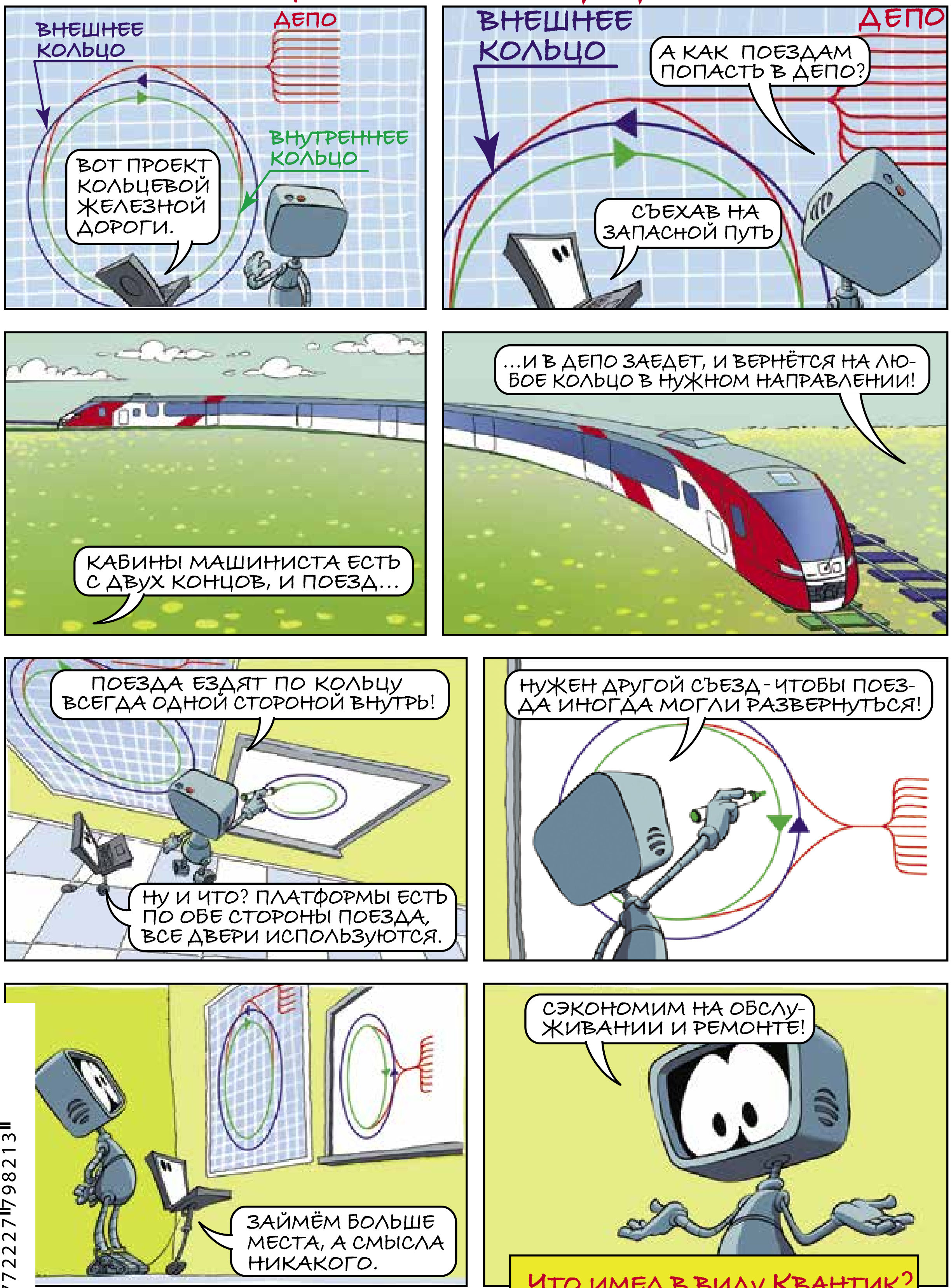
ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ВТОРОГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

Победители: Ульяна Ануфриева, Артём Барков, Алексей Бирюлин, Мария Зеленова, Игорь Ковалев, Leonie Krvavych, Елена Куцук, Ольга Метляхина, Павло Назаренко, Александра Нестеренко, Тамара Приходько, Павел Прохоров, Кирилл Ровинский, Лев Салдаев, Иван Часовских, уже награждавшиеся ранее, а также команда 5 классов центра образования №44 г. Тулы, награждённая впервые.

Призёры: Александр Беляков, Элина Бугаева, Андрей Вараксин, Анна Джаошвили, Арсений Ермолаев, Александр Копылов, Владислав Костиков, Григорий Махлин, София Окунева, Иван Подгорнов, Михаил Савин, Алёна Соколова, Севастьян Ушаков, Зарина Шарипова, Михаил Яриков, уже награждавшиеся ранее, а также Алиса Елисеева, Данияр Жусупов и Екатерина Колесникова, награждённые впервые.

УДАЧИ ВСЕМ В СЛЕДУЮЩИХ ЭТАПАХ И В ОБЩЕМ ГОДОВОМ ЗАЧЁТЕ!

КОЛЬЦЕВАЯ ДОРОГА



Что имел в виду Квантик?

Художник Yustas

ISSN 2227-7986 21007