ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 6

НЕ ЕШЬТЕ НА НОЧЬ

ИЮНЬ 2021

ПЛАНЕТАРНАЯ НЕДЕЛЯ

ЛАЗЕР И ЗЕРКАЛО

Enter

№ 6 | июнь 2021
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 6, июнь 2021 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: kvantik@mccme.ru
сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях Почты России:
▪ Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка
на сайте агентства АРЗИ **www.akc.ru/itm/kvantik**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 18.05.2021
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831)216-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Гири в пиалах. *А. Саускан* 2

Застольная игра. *К. Кохась* 13

ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ

Планетарная неделя. *По задаче А. Журинского* 5

Монеты из Эфиопии. *М. Гельфанд* 16

ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ

Не ешьте на ночь. *Б. Дружинин* 6

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

Ломаная в квадрате. *Н. Авилов* 10

ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

Тридцать против одного. *М. Дидин, А. Кузнецов* 12

Лазер и зеркало. *А. Бердников* 25

Ловись, рыбка, большая и маленькая.
По задаче П. Литтелла IV с. обложки

ВЕЛИКИЕ УМЫ

Барнетт Розенберг
и его счастливый случай. *М. Молчанова* 18

СВОИМИ РУКАМИ

Половинки тетраэдра 23

ОЛИМПИАДЫ

XXXII Математический праздник.
Избранные задачи 26

Наш конкурс 32

ОТВЕТЫ

Ответы, указания, решения 28

Андрей Саускан

Гири в пиалах

Однажды падишах пригласил Ходжу Насреддина в гости. Приглашение выглядело так. Стражники схватили Ходжу на базаре и, не дав допить шербет, поволокли во дворец, для убедительности пуская в ход кулаки. Ожидавший во дворце падишах сам снизошёл до беседы с известным возмутителем спокойствия.

– До меня дошли слухи, что ты на каждом углу распространяешь клеветническую и конспирологическую информацию о том, что я якобы плохо умею разгадывать головоломки. Да, у меня и правда тяжеловато со свободным временем. То подданные сбегают от налогов во враждебную Месопотамию, то сами сборщики налогов сматываются с собранными налогами туда же. Так у меня скоро не останется ни подданных, ни, хуже того, налогов. А тут ещё твои лживые измышления! Разве можно такое терпеть? Вот я и решил поступить по справедливости: сам загадаю тебе такую головоломку, что с тебя семь потов сойдёт, прежде чем ты с ней справишься. В случае успеха получишь кошелёк с золотыми монетами и будешь отправлен... думаю, в ту же Месопотамию. А не сумеешь – что ж, одним клеветником станет меньше. Если голова не соображает – её надо поскорее отделить от туловища, чтобы спасти оставшийся организм.

– О, сколь трогательна забота великого падишаха о моём никчёмном здоровье! – искренне восхитился Насреддин. – И какую же головоломку предложит мне светлейший?

– Сейчас узнаешь. Видишь эти девять пиал, расположенных в виде квадрата 3×3 (рис. 1)?

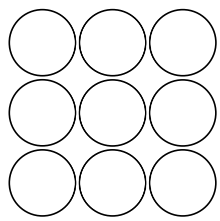


Рис. 1

– Вижу.

– А вон в сторонке стоят девять гирек массами 1, 2, 3 и так далее вплоть до 9 мискалей [1]. И надо разложить эти гирьки по пиалам так, чтобы...

– ...массы по всем рядам, то есть горизонталям, вертикалям и двум большим диагоналям, были одинаковы! – подхватил Насреддин. – Верно? Сейчас покажу, как это делается, и отправлюсь с кошель-

[1] Мискаль – старинная азиатская мера веса (примерно 4,5 г).

ком золота за рубеж. Ибо мне эта задача известна, и я всегда готов поделиться секретами её решения с несведущими.

– Ишь, какой скорый! – воскликнул падишах. – За кого ты меня принимаешь? То, о чём ты тут начал говорить, мне известно не хуже, чем тебе. Как добиться равенства весов по всем рядам, показали ещё древние китайцы. Не стану утверждать, что я самолично видел тот черепаший панцирь, на котором ими был нацарапан ответ, но я всё-таки его знаю. Нет, моя задача другая, и её так легко ты не одолеешь. Слушай: надо разложить гирьки по пиалам так, чтобы в каждом из восьми названных тобой рядов суммарная их масса (в мискалях) *не делилась* на 3. Понял?

– Понял... – озадаченно протянул Насреддин.

– Тогда за дело! – подытожил падишах. – Даю тебе... скажем, два часа, чтобы, если придётся, успеть провести казнь ещё засветло. Приступай. И не пытайся бежать – в дверях стража, на окнах решётки.

С этими словами падишах удалился, злорадно посмеиваясь, что Насреддину совершенно не понравилось. Лишь собрав всю волю в кулак, он заставил себя рассуждать – строго и последовательно.

«С чего начать? Конечно, с делимости на 3. Возьмём любую гирьку массой больше трёх мискалей. Если её массу уменьшить на 3 мискаля – что это поменяет? А ведь ничего! Масса любого ряда, содержащего пиалу с этой гирькой, уменьшится на 3, то есть делимость на 3 не изменится. Что это даёт? Упрощение условия. В самом деле, будем уменьшать массы всех гирек на 3 мискаля, пока это возможно. К чему мы придём? У нас будет по три гирьки массой 1, 2 и 3 мискаля – всё-таки чуть проще.

Далее, какие гирьки могут стоять в одном ряду? Понятно, что три одинаковые – точно не могут. Но ведь и три разные не могут – их суммарная масса составит $1 + 2 + 3 = 6$ мискалей, что делится на 3. Значит, в каждом ряду ровно две гирьки одинаковой массы. Что это даёт? А ведь немало. Гирек каждого веса по три штуки, и в каждой горизонтали должно быть по две гирьки одинакового веса. Значит, в какой-то горизонтали две одномискалевые гирьки, в другой –

Художник Алексей Вайнер

две двухмискалевые, в третьей – две трёхмискалевые. То же относится и к вертикалям. Получается, что три любые одинаковые гирьки – вершины своеобразного "прямоугольного треугольника": одна из них как бы вершина прямого угла, а остальные две гирьки расположены с ней в одной вертикали и одной горизонтали (они – как бы вершины острых углов).

Хорошо, продолжим. На каждой из двух диагоналей тоже есть пара одинаковых гирек, и тогда эти две пары – "гипотенузы" двух *равнобедренных* треугольников. Гипотенуза может быть короткой (её гирьки в двух соседних пиалах) или длинной (её гирьки в двух угловых пиалах квадрата 3×3). Два этих треугольника не могут быть оба с длинной гипотенузой (каждый занял бы три угловые пиалы) и не могут быть оба с короткой (каждый занял бы центральную пиалу). Значит, один будет с длинной гипотенузой и займёт три угловые пиалы, другой – с короткой, он займёт центр, 4-ю угловую пиалу и соседнюю с ней пиалу на стороне (рис. 2). Но тогда во второй стороне, содержащей 4-ю угловую пиалу, будут три гирьки разной массы, и сумма их масс делится на 3. Противоречие!

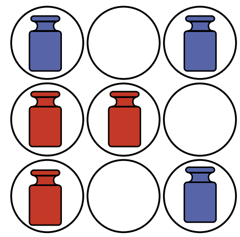


Рис. 2

Каков же итог? Он однозначен: разложить гирьки требуемым образом невозможно! Откуда вытекает следствие: не сносить мне головы. Как быть?»

Ходжа Насреддин встал и прошёлся по помещению, осторожно проверив надёжность решёток. Крепко, не вылезешь. Он снова задумался, надеясь найти ошибку в своих рассуждениях и многократно припоминая условие. И когда до наступления срока оставалось не больше пяти минут, его осенило.

– Как же я сразу не сообразил? – вслух спросил сам себя Насреддин. – Ничего, и сейчас не поздно.

С этими словами он разложил гирьки по пиалам в полном соответствии с требованиями падишаха.

«И кошелёк с золотом мне тоже никак не повредит», – подумал он.

Дорогие читатели! Попробуйте догадаться, как нашему герою удалось решить заковыристую головоломку. А если не сумеете – посмотрите ответ на с. 30.

ПЛАНЕТАРНАЯ НЕДЕЛЯ

В римском календаре использовалась так называемая *планетарная неделя*, заимствованная у Древнего Востока и связывавшая каждый день недели с одним из небесных тел Солнечной системы. Её следы сохранились в некоторых названиях дней недели в западноевропейских языках:

понедельник – англ. *Monday*, франц. *Lundi*, нем. *Montag*;

вторник – франц. *Mardi*;

среда – франц. *Mercredi*;

четверг – франц. *Jeudi* (по имени Юпитера);

пятница – итал. *Venerdì* ;

суббота – англ. *Saturday*;

воскресенье – англ. *Sunday*, нем. *Sonntag*.

Планетарная неделя происходит из системы, устроенной так:

- Небесные тела в этой системе рассматривались в некотором другом порядке: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж.
- Небесные тела в этом порядке исходно ставились в соответствие не дням недели, а часам суток. Так, если первый час суток связывался с В, то второй связывался с Г, ..., пятый – с Ж, ..., восьмой – снова с В и т.д.
- Считалось, что день недели связан с тем небесным телом, на которое приходится первый час этих суток.

1. В каком порядке сменяли друг друга небесные тела в этой системе?

2. С какого дня начиналась неделя, если (1) А – самое далёкое от Земли небесное тело, Ж – самое близкое, (2) первому часу первого дня недели соответствовало тело А?

По задаче Альфреда Журинского
Художник Екатерина Соловей

Борис Дружинин

НЕ ЕШЬТЕ НА НОЧЬ

Вова любил покушать, особенно вечерком. Лиза много раз его предупреждала, что это вредно, но Вова не слушал. А тут как раз к Лизе в гости приехала подружка Диана из США. Пока девочки оживлённо болтали, Вова налегал на угощения. А Диана рассказывала про весёлый праздник Хэллоуин, который отмечается 31 октября.

Естественно, Вове приснился этот праздник, как будто они с Лизой гостят у Дианы и она повела друзей в Диснейленд. Там сначала все исполнили песню Бобби Пикетта «Monster Mash» – гимн Хэллоуина. А потом начался парад костюмов, все надели маски и разбежались по улицам пугать хозяев домов и выпрашивать у них разные сладости. Подружка тоже куда-то убежала.

Вова и Лиза принялись бродить по улицам и площадям, любоваться праздничными украшениями и слушать концерты. Побывали они и в «доме с привидениями», где их всячески пытались напугать, но они ничуть не испугались.

Наконец, друзья устали и поплелись к дому Дианы. Из-за облаков выглянула луна, и в её свете они увидали девчушку в сопровождении двух высоких парней в одежде привидений. Приглядевшись, они узнали Диану.

– Небось, за угощениями отправились, – пробурчал Вова.

– Ой, что-то мне всё это не нравится, – заявила Лиза.

– Точно! – забеспокоился Вова. – Бежим! Диану надо предупредить.

Что смутило Лизу?

Друзья бросились догонять троицу. На звук шагов парни обернулись, увидели бегущих к ним Вову и Лизу и бросились наутёк. Так друзья спасли свою подружку Диану.

Вова проснулся и облегчённо вздохнул. Хорошо, что это только приснилось.

Через неделю Вова поздно вечером смотрел футбол и от переживаний за нашу сборную съел две тарелки гречневой каши и четыре котлеты. И ему приснился такой сон.

В решающем матче за звание чемпиона мира встречаются сборные Бразилии и родной школы. Вова – вратарь. Главный тренер отправляет его разминаться в огромную квадратную комнату. В комнате нет ни окошек, ни дверей, только голые стены, пол и потолок. Вова с силой бьёт мяч в стенку и потом прыгает за ним, стараясь поймать после отскока. Зрителей нигде нет, но их рёв сопровождает каждый удачный бросок вратаря. Скоро мяч начинает сопротивляться. Естественно, кому понравится каждую минуту биться головой о стенку. Но разминка продолжается.

Терпение мячика кончается. Он начинает раздуваться, становится огромным и пытается стукнуть Вову о стенку. Но рук у мяча нет, и схватить обидчика он не может. Он становится железным и начинает кататься за Вовой, стараясь его раздавить. Вова мечется по комнате, но большой железный мяч всюду его настигает. Теперь зрители встречают аплодисментами каждый удачный рывок мяча. Ещё немного, и Вове несдобровать.

Многие знают, как трудно бегать во сне. А тут Вове надо ещё и уворачиваться от огромного мяча. Говорят, что в самые отчаянные моменты перед взором человека проходит вся его жизнь. Вове удаётся вспомнить только один эпизод. Однажды он съел трёхлитровую банку вишнёвого варенья, и за это его наказали.

А сейчас это наказание помогло Вове спрятаться от мяча! Мяч сразу сник, стремительно уменьшился в размерах и скоро превратился в обыкновенный футбольный. Вова проснулся очень довольный.

Как Вова спрятался от разъярённого мячика?

В другой раз Вова допоздна зачитался какой-то средневековой историей и не заметил, как за этим занятием умял десяток бутербродов с колбасой. Очередной кошмарный сон не заставил себя ждать.

Ночь опускается на мрачный каменный город. Факелы по краям площади слабо освещают толпу странно одетых

людей. Посередине возвышается что-то вроде сцены, на которой по праздникам поют и танцуют под свои песни молодёжные группы. Но это у нас, дома. А тут стоит большой деревянный крест. Под ним громоздится огромная вязанка хвороста.

Вова стоит в тёмной нише и пытается сообразить, что, собственно, здесь происходит. Недалеко от него останавливаются двое, одетые в серые плащи с капюшонами, закрывающими лица. Они негромко разговаривают, и Вове приходится напрягать слух, чтобы разобрать отдельные слова. Говорят они на каком-то непонятном языке, но Вова почему-то всё сразу понимает.

– Мы должны показать народу своё милосердие, – говорит тот, что пониже ростом. – Пусть он сначала тянет жребий.

– А вдруг он вытащит бумажку со словом «жизнь»? – сомневается высокий.

– Всё предусмотрено. – В голосе низкого слышится усмешка, означающая его превосходство. – В мешочке лежат две бумажки, и на каждой написано «смерть». Пусть тащит любую, у него нет никаких шансов.

Двое в плащах удаляются.

– Интересно, про кого они здесь говорили, – думает Вова. – Надо бы его предупредить, что на обеих бумажках написано слово «смерть», иначе...

Додумать он не успевает. К нему подходят три рыцаря, выводят на возвышение и ставят на хворост спиной к кресту. На балконе мрачного каменного дома появляются те двое, что беседовали рядом с Вовой.

– Внимание! – начинает высокий в наступившей тишине. – Этот мальчишка, – он протягивает руку в сторону Вовы, – слишком много знает. Он решает любые задачи как никто другой в целом свете. Простой человек не может обладать такими познаниями. Это значит, что он слуга дьявола! Святая инквизиция постановила сжечь его на медленном огне.

Высокий замолкает, а из толпы слышатся крики.

– Правильно!

– Так его!

– Тоже мне, ботаник выискался!

– Да здравствует Его Высокопреосвященство!

– Дайте мне факел, я сам его подожгу!

Вова хочет закричать «Не надо, у меня двойка по арифметике», но от страха не может вымолвить ни слова.

– Однако Его Высокопреосвященство проявляет милость, – продолжает высокий, – он даёт возможность этому еретику один раз испытать судьбу. Прошу, Ваше Высокопреосвященство.

Маленький подходит к перилам балкона и поднимает над головой красный мешочек.

– Здесь находятся две бумажки, – говорит он медленно, с расстановкой. – На одной написано слово «жизнь», на другой – «смерть». Если он вытащит «жизнь», его простят и дадут возможность исправиться. Если же он вытащит «смерть» – палач сделает своё дело. Приступайте.

И он кидает мешочек вниз. Маленький худой человек с гусиным пером за ухом подхватывает мешочек на лету, и, осознавая важность своего положения, не торопясь поднимается на возвышение.

– Доставай свой жребий, – важно говорит он и протягивает мешочек.

«Что же делать? Что же делать?» – стучит в висках у Вовы.

Сейчас он достанет бумажку, а там «смерть». А тут ещё комар привязался, сел на лоб и пьёт кровь. Ладно, пусть пьёт, не до него. А в это время на помост поднимается человек в красном балахоне. В руках у него горящий факел. Всё! Это палач!

– Сколько будет семью восемь? – спрашивает он.

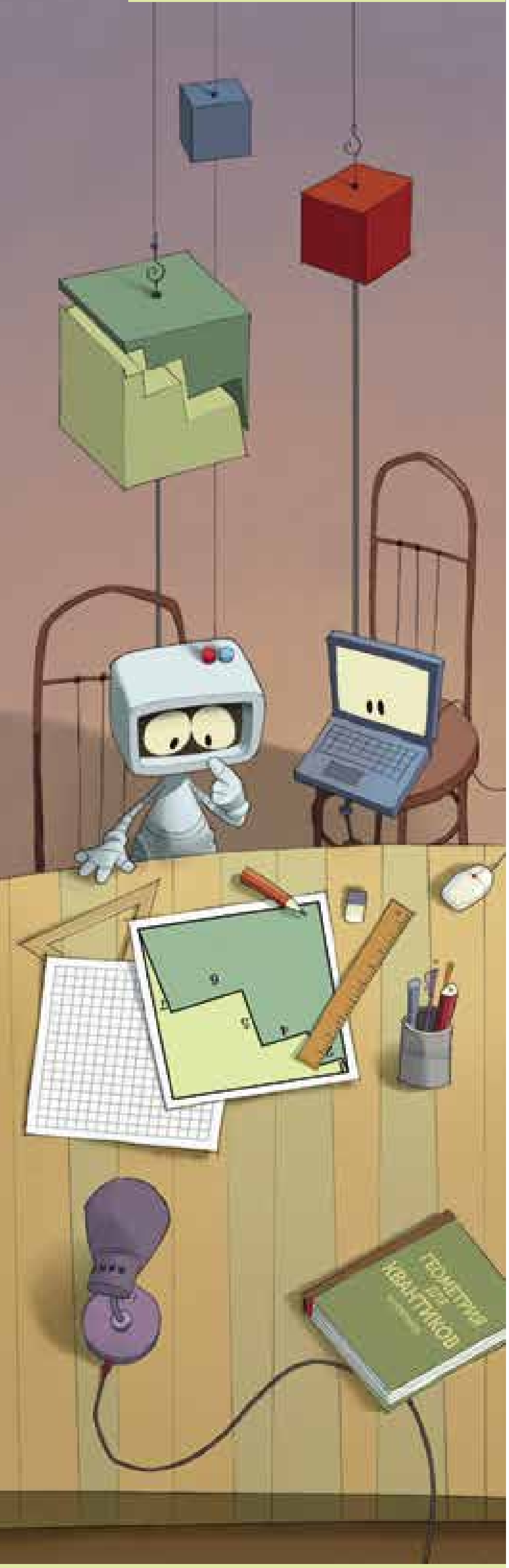
– Пятьдесят шесть, – автоматически громко отвечает Вова, а в голове крутится тот же вопрос: что делать?

Так что же надо предпринять Вове?

И тут Вову осеняет. Он достаёт из мешочка бумажку и... просыпается мокрый от пота. После этого Вова пообещал себе не наедаться перед сном, но иногда обещание своё нарушал.

Художник Мария Усеинова

Николай Авилов



ЛОМАНАЯ В КВАДРАТЕ

Лабораторная работа по математике

Задача. *В квадрате построена семизвенная ломаная, концами которой являются его диагональные вершины, а соседние звенья перпендикулярны (рис. 1). Длины её звеньев – целые числа от 1 до 7. В каком отношении эта ломаная делит площадь квадрата?*

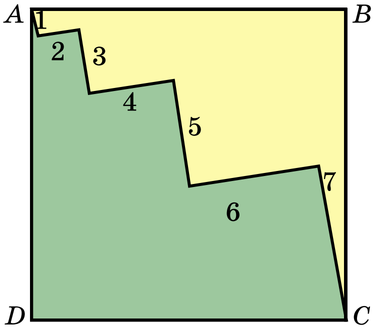


Рис. 1

Решение. Для сравнения площадей нужно их вычислить. Но как вычислять площади таких экзотических фигур? Даже вычисление площади самого квадрата кажется неприступным. Но заметим, что ломаная змейкой «вертится» вокруг диагонали AC. Может, «распрямим» её? Для этого рассмотрим прямоугольный треугольник AEC, гипотенуза которого равна диагонали AC квадрата $ABCD$, а стороны треугольника параллельны звеньям ломаной (рис. 2). Катеты будут равны: $AE = 1 + 3 + 5 + 7 = 16$, $EC = 2 + 4 + 6 = 12$, тогда по теореме Пифагора $AC^2 = 16^2 + 12^2 = 400$, значит, гипотенуза $AC = 20$.

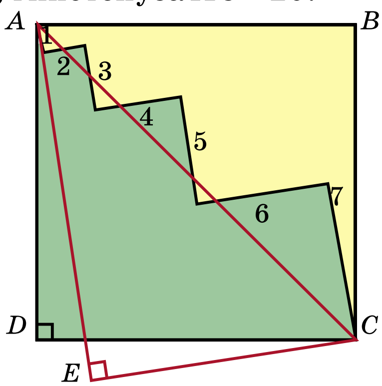


Рис. 2

Зная диагональ квадрата, можно вычислить его сторону, она будет в $\sqrt{2}$ раз меньше диагонали и равна $\sqrt{200}$. Заметим, что $\sqrt{200} = \sqrt{4 + 196} = \sqrt{2^2 + 14^2}$, это значит, что сторона AB равна гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами 2 и 14 или удвоенной гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами 1 и 7.

Наложим теперь нашу змейку на квадратную сетку (чтобы она шла по сторонам клеток). Вершины A и C квадрата автоматически будут в узлах, а две другие вершины восстанавливаются однозначно и тоже попадут в узлы: это видно из выделенных на рисунке 3 прямоугольных треугольников с катетами 2 и 14.

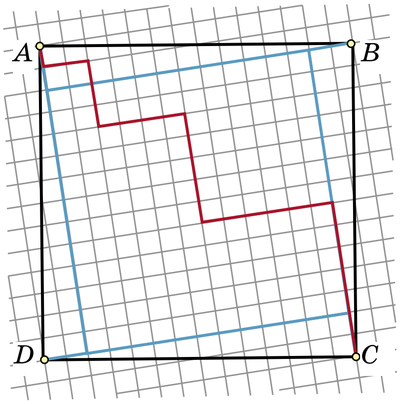


Рис. 3

Иногда площади фигур находят с помощью палетки. Палетка – это прозрачная плёнка, расчерченная на квадратные единицы. Фигуру накрывают палеткой и считают число клеток, попавших в фигуру. Обычно с помощью палетки вычисляют приближённое значение площади. В нашем же случае это можно сделать точно.

Попробуйте сделать себе палетку и подсчитать площади жёлтой и зелёной частей квадрата самостоятельно, а потом сравнить с ответом (рис. 4).

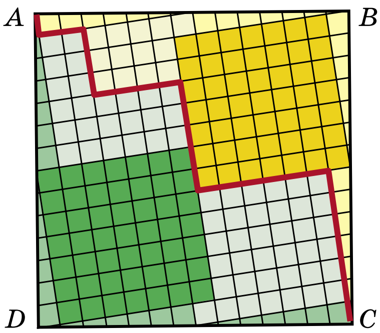


Рис. 4

Вот что у нас получилось. Для удобства в каждой части выделены по четыре треугольника с катетами 1 и 7 и по квадрату 7×7. Тогда $S_{жел}=2\cdot7+7\cdot7+13=76$, $S_{зел}=2\cdot7+7\cdot7+37+24=124$, поэтому отношение площадей равно $\frac{76}{124}$, или $\frac{19}{31}$. **Ответ:** $\frac{19}{31}$.

Попробуйте решить похожие задачи для других таких ломаных. Например, отношение площадей для ломаной 1-2-3 равно $\frac{3}{7}$, а для ломаной 1-2-...-10-11 равно $\frac{51}{71}$. Имейте в виду, что некоторые ломаные выходят за границы квадрата и задача теряет смысл.

Художник Алексей Вайнер

ТРИДЦАТЬ ПРОТИВ ОДНОГО

Учительница и её класс из 30 учеников играют на бесконечном во все стороны клетчатом листе бумаги. Сначала ходит учительница, потом по очереди все ученики, снова учительница и т.д. За ход можно покрасить любой отрезок, по которому граничат две соседние клетки. Учительница побеждает, если после чьего-то хода на доске образуется прямоугольник 1×2 или 2×1, у которого вся граница окрашена, а внутренний отрезок – нет. Сможет ли учительница победить?

Из Всероссийской математической олимпиады 2021 года, авторы: Максим Дидин, Александр Кузнецов

Художник Мария Усеинова

ЗАСТОЛЬНАЯ ИГРА

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Константин Кохась

– В последнее время настольные игры совсем испортились, – проворчала Огрыза. – Огромная коробка, столько всяких карточек, схем, кубиков, фишек, жетонов...

– А я как раз узнал правила новой застольной игры, – важно сказал Кузька. – Она ужасно интересная!

– Пока выучишь все правила... – продолжила Огрыза.

– У неё очень простые правила, – перебил её Кузька, – и чтобы в неё играть, не нужно никаких шишек и фишек! Для игры требуется... только шоколадка!

– Весь шоколад мы съели вчера, – сказала Огрыза. – Остались только шоколадные конфеты.

– Нет, нужна именно шоколадка.

– Может быть, тебе подойдёт батончик «Спруззи»? – предположила Бусенька. – Он, правда, с орехами...

– Можно и «Спруззи», – согласился Кузька. – Главное не то, из чего он сделан, а то, что его удобно ломать на кусочки. Значит, так. Объясняю правила. Играют двое. Шоколадка – это на самом деле прямоугольник, который бороздками разделён на клеточки.

– То есть батончик «Спруззи» – это всего лишь клетчатый прямоугольник 2×5? – уточнила Бусенька.

– Да. Каждым ходом игрок может разломать любой из имеющихся на столе кусков шоколада на две части. Ломать нужно прямо по бороздке. А если на кусках уже больше нет бороздок, по которым их можно ломать, то есть если шоколадка уже разломана на отдельные клеточки, – игра закончилась. Тот, кто оказался в этой ситуации, – проиграл.

– А после игры все кусочки можно съесть! – сообразила Бусенька.

– Да уж, второй раз с этой шоколадкой сыграть уже не получится.

– Какая хорошая игра, – похвалила Огрыза, – действительно, застольная.

– Какая-то она нелепая, – сказала Бусенька. – В начале игры у нас один кусочек, после первого

хода – два, после следующего – три... после девятого – десять кусочков, и всё: шоколадка полностью разломана. Кто у нас делает девятый ход? Понятно, что первый игрок...

– Значит, первый всегда выигрывает? – спросил Кузька.

– Да.

– Это ужасно! – воскликнул Кузька. – Ты убила мою игру! Теперь в неё невозможно играть.

– Ты бы и сам это заметил. Да и что это за игра, если в ней совершенно не важно, как совершаются ходы. При любых действиях игроков первый всё равно выиграет. Это называется «игра-шутка».

– Ну и шуточки у тебя! Не смешно! – Кузька от огорчения стал метаться по столу и заполз под перевёрнутую кружку. – Была такая интересная игра, а теперь... теперь в неё никто не согласится играть!

– Ну, Кузенька, не расстраивайся, я тебе таких игр сколько хочешь придумаю, – сказала Бусенька.

– Не придумаешь! Эта – самая-самая лучшая, таких хороших больше не найти, – раздалось из-под кружки.

– Ну как же не найти, – подключилась к успокоению Кузьки Огрыза. – Вот смотри. Испечём пирог в форме 12-угольника, поставим его на стол и пожалуйста – играть подано! Двое по очереди будут его резать на кусочки. – Всхлипывания под кружкой притихли. – Каждым ходом можно провести прямой разрез от одной вершины до другой. Разрезы не должны пересекаться. Если провести много разрезов, пирог разделится на части треугольной формы и дальше его резать уже будет невозможно. Тот, кто в этой ситуации должен делать ход, проиграл.

Кузька вылез из-под кружки и недовольно покрутил усами.

– Это опять ваши шуточки, – сказал он, немного подумав. – За те же 9 ходов пирог будет разрезан на треугольники, и первый игрок опять выиграет! У меня никогда больше не будет такой интересной игры! – снова раздалось нытьё из-под кружки.

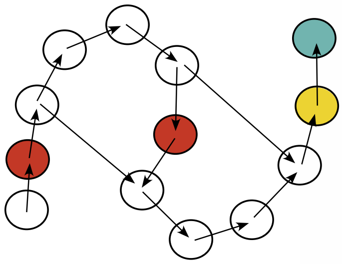
– Ну тогда давай возьмём игру с конфетами, – не сдавалась Огрыза. – На одной тарелке лежит 5 конфет, на другой – 6. Играют всё те же двое. За один ход разрешается выбрать тарелку, где лежит больше одной конфеты, и часть конфет с этой тарелки положить на новую тарелку.

Кузькины усы снова показались из-под кружки.

– Например, можно взять первым ходом тарелку, где лежат пять конфет, и две из них отложить на новую тарелку. Игрок, который не может совершить ход (это произойдёт, когда на каждой тарелке лежит ровно по одной конфете), проигрывает.

– Ничего не получится, эта игра тоже заканчивается за 9 ходов! Вы испортили мою жизнь!

– Тогда мы будем играть вот во что, – уверенно сказала Бусенька и нарисовала схему. – Расставим тарелки как на схеме, на каждую тарелку положим одну конфету. За один ход можно передвинуть любую конфету два раза по стрелке. Либо, если на какой-то тарелке лежит несколько конфет, можно взять две из них и обе передвинуть в направлении стрелки один раз. Тот, кто не может сделать ход, проиграл.



– И через 9 ходов игра не закончится? – с надеждой спросил Кузька.

– Я бы сказала, что через 9 ходов ещё ничего как следует даже не начнётся! К тому же смотри: из некоторых клеток выходят сразу две стрелки – прекрасная возможность для стратегического манёвра.

Кузька с подозрением рассматривал схему.

– Мы можем добавить ещё немного разнообразия: одиночную конфету, лежащую на красной тарелке, за один ход можно передвинуть по стрелке не два раза, а шесть! (А пару конфет с красной тарелки двигаем не один раз, а три.)

– Я пойду принесу тарелки? – спросила Огрыза.

– Ну... – неуверенно произнес Кузька, – давайте попробуем... За какого игрока вы хотите играть – за первого или за второго?

– Конечно, за первого! – хором сказали Бусенька и Огрыза.

Художник Инга Коржнева

Михаил Гельфанд

МОНЕТЫ ИЗ ЭФИОПИИ

В 1972 году в Эфиопии отчеканили серию памятных монет. На лицевой стороне монет были, в частности, указаны дата чеканки и номинал; на оборотной – помещены портреты императоров с датами их правления. Были выпущены серебряные и золотые монеты в 5 и 50 быр соответственно. Вот эти монеты (первые два изображения – варианты лицевой стороны, остальные четыре – оборотной; для простоты здесь и далее все монеты изображены в одном размере).

፭ ብር | ፲፱፻፷፬ | 1972 | E$5

፶ ብር | ፲፱፻፷፬ | 1972 | E$50

፲፰፻፵፯ | ፲፰፻፷ | 1855–1868

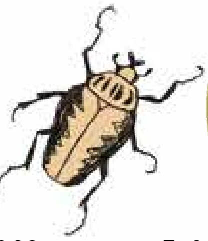
፲፰፻፷፬–፲፰፻፹፩ 1872–1889

፲፰፻፹፪ | ፲፱፻፭ | 1889–1913

፲፱፻፱–፲፱፻፳፪ 1916–1930

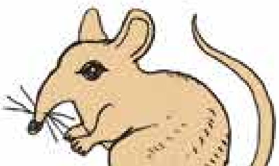
Выпускались и другие памятные монеты, например, к юбилею императора и к чемпионату мира по футболу (приведены только стороны с обозначением номинала и года чеканки):

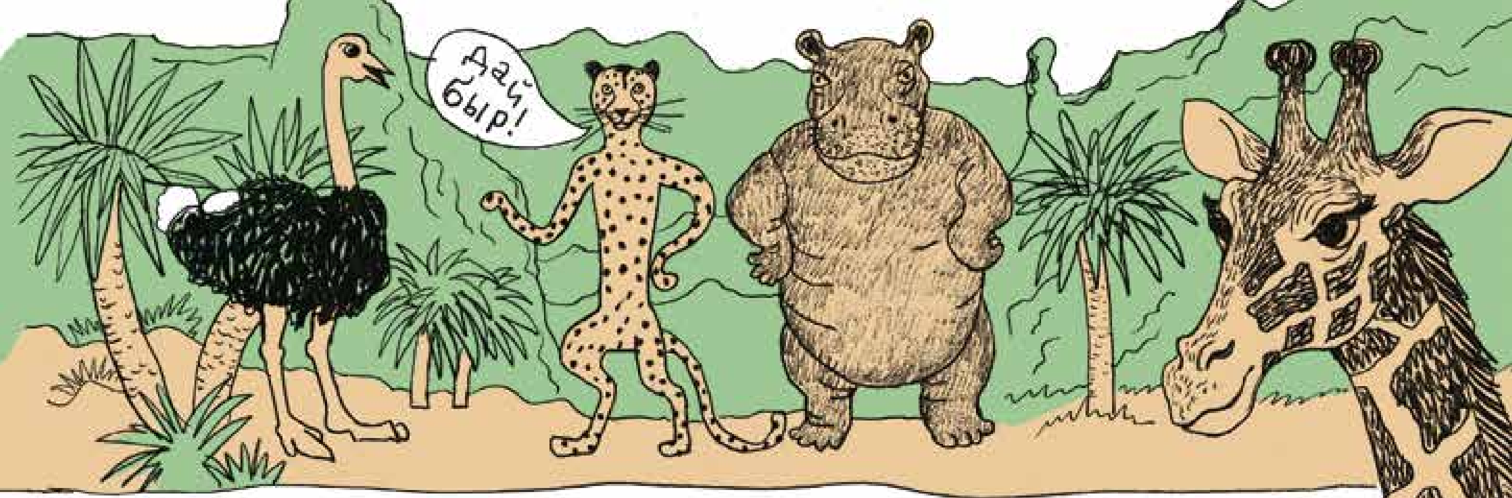
፲ ብር | 10 E$ | ፲፱፻፶፰ | 1966



፻ ብር | E$ 100 | ፲፱፻፷፬ | 1972

1982 | ፳ ብር Birr 20 | ፲፱፻፸፬





Для удобства даты и номиналы монет напечатаны под изображениями.

Дата (год) по эфиопскому календарю меньше, чем в обычном григорианском календаре, на 7 или 8 лет (в зависимости от месяца); это связано с различиями в исчислении предполагаемой даты рождения Иисуса Христа в эфиопской церкви и остальных христианских церквях.

Задание. Определите номинал и дату чеканки монет:


1982 | ፪ ብር Birr 2 | ፲፱፻፸፬


፲ ብር: ፲፱፻፸


፳፭ ብር: | ፲፱፻፸


፮፻ ብር: | ፲፱፻፸

Художник Артём Костюкевич

Определите номинал и дату чеканки этой монеты:


፩ ብር | 1 Birr | አንድ ብር


፳፻፪

БАРНЕТТ РОЗЕНБЕРГ

Марина Молчанова

Чарльз Гудьир

Фамилию этого изобретателя мы часто видим на шинах автомобилей (Goodyear – это фамилия, а не пожелание хорошего года).

История, которую мы вам сегодня хотим рассказать, – повод поговорить о роли удачи в науке. Иногда важные открытия совершаются как будто бы случайно. Учёные очень любят такие истории, но не всегда понятно, где тут правда, а где выдумка. Мы не знаем, помогло ли Ньютону яблоко, падение которого он видел в саду. Мы не видели, как французский химик Бернар Куртуа работал в лаборатории и действительно ли йод был открыт благодаря тому, что любимый кот Куртуа неудачно (или удачно) прыгнул и опрокинул склянку с кислотой на золу морских водорослей. Мы понятия не имеем, как американский изобретатель Гудьир придумал вулканизацию, то есть метод получения резины из каучука. Одни говорят, что Гудьир от досады на многочисленные неудачи швырнул смесь каучука с серой на горячую плиту, другие – что не швырнул, а просто уронил, третьи – что он пытался спрятать в печке свои опытные образцы от жены, которая давно уже хотела, чтобы муж занялся чем-то более осмысленным...

Тем не менее, судя по всему, часть историй всё-таки правдива, и некоторые из них радикально изменили жизнь всего человечества. Вот несколько примеров.

Однажды вечером в ноябре 1895 года немецкий физик Вильям Конрад Рентген изучал электрический разряд в вакуумной трубке. Трубка была закрыта чехлом из плотного картона. Поблизости лежал маленький картонный экран, покрытый светочувствительным веществом. И вдруг Рентген заметил, что в полутьме лаборатории этот экранчик светится! Он не был подсоединён к трубке, никакие видимые лучи от неё не проходили сквозь чехол, но свечение было несомненным. Чем ближе Рентген подносил экран к трубке, тем ярче было свечение. Так были открыты новые лучи, по-русски они так и называются – *рентгеновскими*. И совсем скоро выяснилось, что они проходят через многие материалы и позволяют «заглянуть внутрь» человеческого тела и других объектов.

Вильям Конрад Рентген

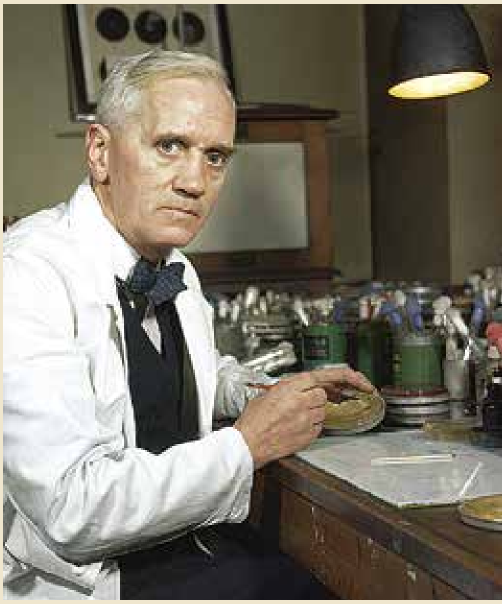
В феврале 1896 года французский физик Антуан Анри Беккерель исследовал фосфоресценцию солей урана*: освещал их ярким светом и смотрел, что будет дальше. Но день, назначенный Беккерелем для одного из опытов, оказался пасмурным. Ну что же, придётся отложить опыт – и Беккерель, аккуратно завернув в чёрную ткань соль урана и фотопластинки для обнаружения фосфоресценции, положил их в ящик. Но... когда он вновь открыл ящик, оказалось, что фотопластинки засвечены! Значит, дело не в фосфоресценции – просто соли урана сами по себе испускают какое-то излучение! Это было открытие радиоактивности.

В 1928 году видный английский бактериолог Александр Флеминг впервые после отпуска зашёл в лабораторию, где хранились культуры стафилококков – микробов, которые он изучал. Образцы долго стояли покинутыми, и один из них, не закрытый крышкой, успел подёрнуться сине-зелёной плесенью. Ах, какая досада! Но Флеминг заметил, что колонии стафилококков вокруг выросшей плесени стали прозрачными – это означало, что бактерии разрушаются. И через некоторое время из плесневых грибов было выделено вещество, губительное для бактерий, – *пенициллин*. Когда люди научились получать его в промышленных количествах, началась эра антибиотиков.

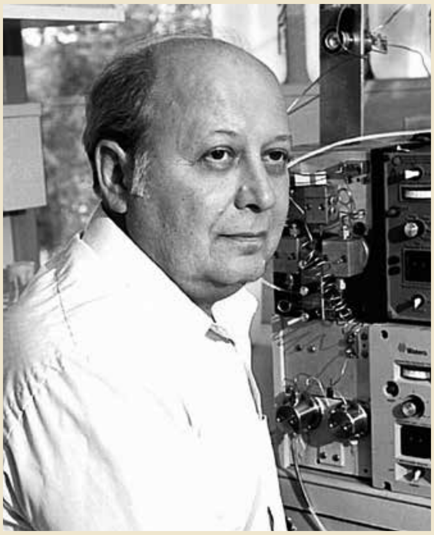
А ещё открытие микроволновой печи, сахарина, глицеринового раствора для хранения замороженных клеток, некоторых лекарств и красителей...

Но есть популярная фраза, которую приписывают разным учёным: *Serendipity favors the prepared mind*. В вольном переводе – «Счастливая догадка приходит в ту голову, которая к ней готова». Флеминг не первый заметил, что плесень останавливает рост некоторых бактерий, – но история пенициллина началась именно с него. Для открытия должны сойтись счастливый случай, ум учёного и исторический момент – когда развитие науки уже позволяет понять, что именно открыто и почему это важно.

* Фосфоресценция – явление, которое вы почти наверняка видели в ёлочных и других игрушках: предметы, которые перед этим были освещены ярким светом, потом некоторое время сами светятся в темноте.

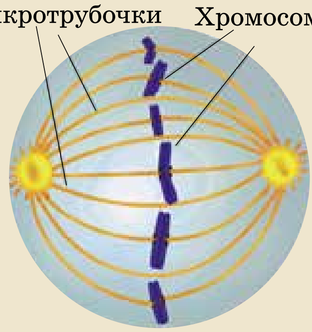


Александр Флеминг



Барнетт Розенберг
Barnett Rosenberg
(1926–2009)

БАРНЕТТ РОЗЕНБЕРГ



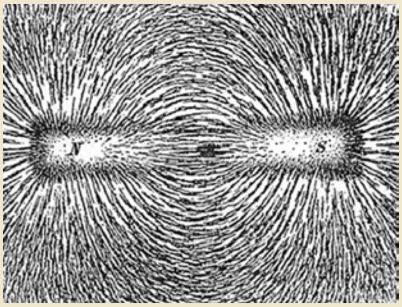


Рис. 1. Сверху – в ходе деления клетки образуется эта структура, называемая веретеном: чтобы могли образоваться дочерние клетки, микротрубочки «растаскивают» хромосомы по направлению к полюсам.

Снизу – железные опилки на листе бумаги, помещённом над постоянным магнитом (они выстроились вдоль линий магнитного поля)

Открытие. Розенберг и Лоретта ван Камп

Всё это было длинным предисловием к рассказу об одном открытии. Оно не так широко известно, но очень показательно и красиво. Барнетт Розенберг не был ни врачом, ни химиком. Он закончил Нью-Йоркский университет по специальности «физика» и работал в качестве биофизика в университете штата Мичиган. Однажды Розенбергу пришла в голову необычная идея, которая, наверное, могла осенить только физика, а биологу сразу показалась бы безумной.

Если посмотреть на клетку в процессе деления, мы видим, что очертания так называемого *веретена деления* по форме похожи на силовые линии магнитного поля (рис. 1). А ещё на силовые линии электрического поля, возникающего между положительным и отрицательным зарядами. Случайно ли это сходство? Может быть (подумал Розенберг), механизм деления клетки как-то связан с электромагнетизмом? Может быть, электрическое поле повлияет на деление? Почему бы не проверить?

Сказано – сделано. И в 1965 году Розенберг поставил опыт, причём с очень простой клеткой, где даже не образуется веретено деления. Он взял любимый объект всех биологов – кишечную палочку *Escherichia coli*. В раствор, содержавший эти бактерии, были введены платиновые электроды (платина химически и биологически неактивна, поэтому её использование как материала для электродов – обычное дело для лаборатории) и пущен электрический ток.

Чего бы ни ожидал Розенберг, результат был совершено не похож на любые предсказания. Бактерии не стали делиться быстрее. Но и не остались как были. Они стали расти в длину, выросли в 200–300 раз, и картинка напоминала то ли клубок худых змей, то ли обрывки пряжи. Будто клетки растягивались, потому что хотели поделиться, но не могли (рис. 2).

Ага, значит, ток и правда влияет на деление клеток! Розенберг с коллегами начали двухлетнее исследование. И... со временем стало ясно, что электричество тут ни при чём! Вернее, при чём, но не напрямую.

Фактически то, что получилось в опыте, было результатом совпадения двух обстоятельств: что в качестве материала для электродов была использована именно платина и что раствор, через который проходил ток, содержал хлорид аммония. Платина (вот вам и химически инертный металл!) в этих условиях переходила в раствор, и образовывалось какое-то вещество или вещества, которые и не давали клеткам делиться.

Оказалось, что деление клеток блокируется давно известным соединением (рис. 3) – ещё в 1845 году его открыл итальянский химик М. Пейроне. Просто тогда оно не привлекло особого внимания.

А теперь – прыжок в сторону. Надо понимать, что 60-е годы XX века были временем бурного развития противоопухолевой терапии. Причём это была эра именно «классической» химиотерапии: создавались всё новые и новые вещества, не дающие клеткам делиться. Ведь опухолевые клетки делятся быстрее здоровых, и, подавляя их деление, мы вызываем их гибель – значит, рак отступает. Конечно, это очень тяжёлое лечение, но уже к середине 60-х годов стали появляться первые протоколы химиотерапии, не просто дающие временное облегчение, а спасающие жизни больных при некоторых онкологических диагнозах.

И Розенбергу пришла в голову новая мысль. Раз противоопухолевые лекарства блокируют деление клеток и открытое (ладно, переоткрытое) химическое соединение – тоже, не может ли оно стать лекарством?

В 1969 году группа Розенберга опубликовала результаты экспериментов на мышах. И да, мышиные опухоли после введения этого вещества исчезали в считанные дни. Конечно, новое лекарство было токсичным, но удавалось подобрать такую дозу, при которой обречённая мышь выживала, а опухоль исчезала.

Настал черёд клинических испытаний с участием людей. Многие были в ужасе: традиционно считалось, что все соединения тяжёлых металлов крайне ядовиты. Но специалисты Национального института онкологии (США) решили попробовать. И оказалось,

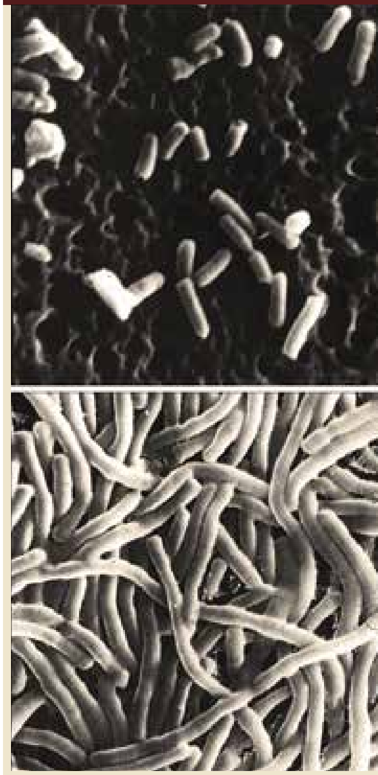


Рис. 2. Бактерии несколько изменились

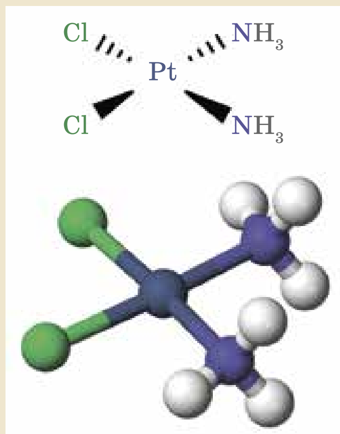


Рис. 3. Цисплатин, он же соль Пейроне. Формула и модель молекулы

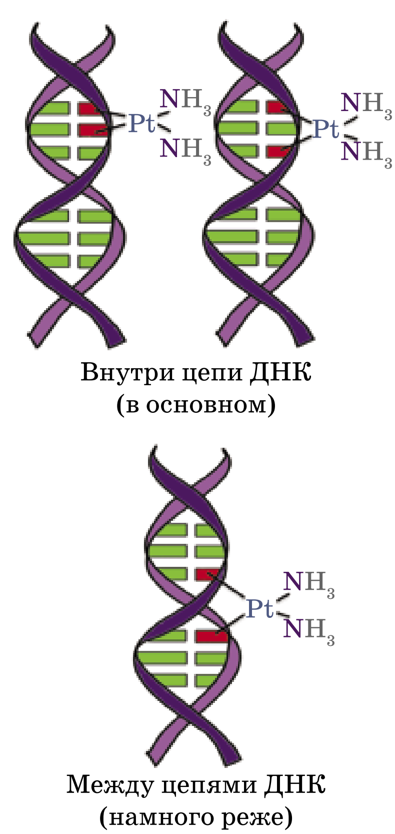


Рис. 4. Сшивки в нитях ДНК не дают клетке делиться

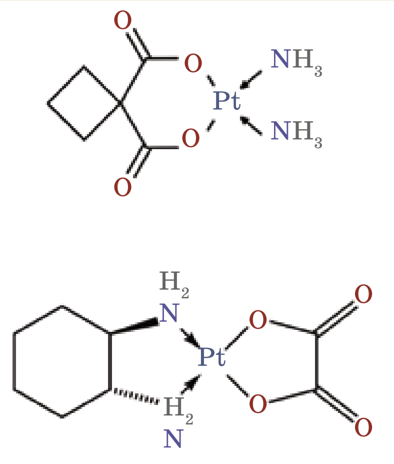


Рис. 5. Карбоплатин (вверху) и оксалиплатин

что препарат, получивший название *цисплатин*, в сочетании с другими лекарствами помогает многим больным даже с запущенным раком. Для некоторых опухолей эффект был поразительным: смертность снизилась втрое! В 1978 году цисплатин официально одобрили в США, потом в других странах, и до сих пор это одно из важнейших лекарств в арсенале онкологов.

Сейчас уже химикам понятно, как именно действует цисплатин (рис. 4). Как и многие другие противоопухолевые препараты, он мешает клетке делиться, «сшивая» нити ДНК. Эти сшивки мешают ДНК копировать себя при делении клетки, опухолевая клетка не может завершить процесс деления и в конце концов погибает. Интересно, что *трансплатин* (аналог этого же вещества, где группы NH_3 находятся не рядом, а друг напротив друга) не обладает противоопухолевой активностью: не та геометрия молекулы, чтобы образовывать сшивки.

У цисплатина, конечно, есть и недостатки. Даже на фоне других лекарств химиотерапии он тяжело переносится. И эффективен не при всех опухолях. Поэтому позже были разработаны и другие лекарства на его основе – карбоплатин и оксалиплатин (рис. 5). И они, опять-таки, активно используются врачами.

Барнетт Розенберг получил несколько престижных премий за своё открытие – правда, не Нобелевскую, хотя был несколько раз на неё номинирован. Он работал ещё много лет, интересовался самыми разными темами и даже открыл ещё одно вещество с противоопухолевой активностью – но там, в отличие от цисплатина, не удалось продвинуться дальше мышей.

Итак, удачное стечение обстоятельств. Но и кругозор учёного, который позволил ему быстро переключиться на другую тему. И неоценимая помощь коллег – Лоретты ван Камп, Эндрю Томсона и других. И своевременность открытия – оно произошло именно тогда, когда появилась надежда успешно лечить рак. Так что удача удачей, но счастливая догадка приходит… а об этом сказано выше.

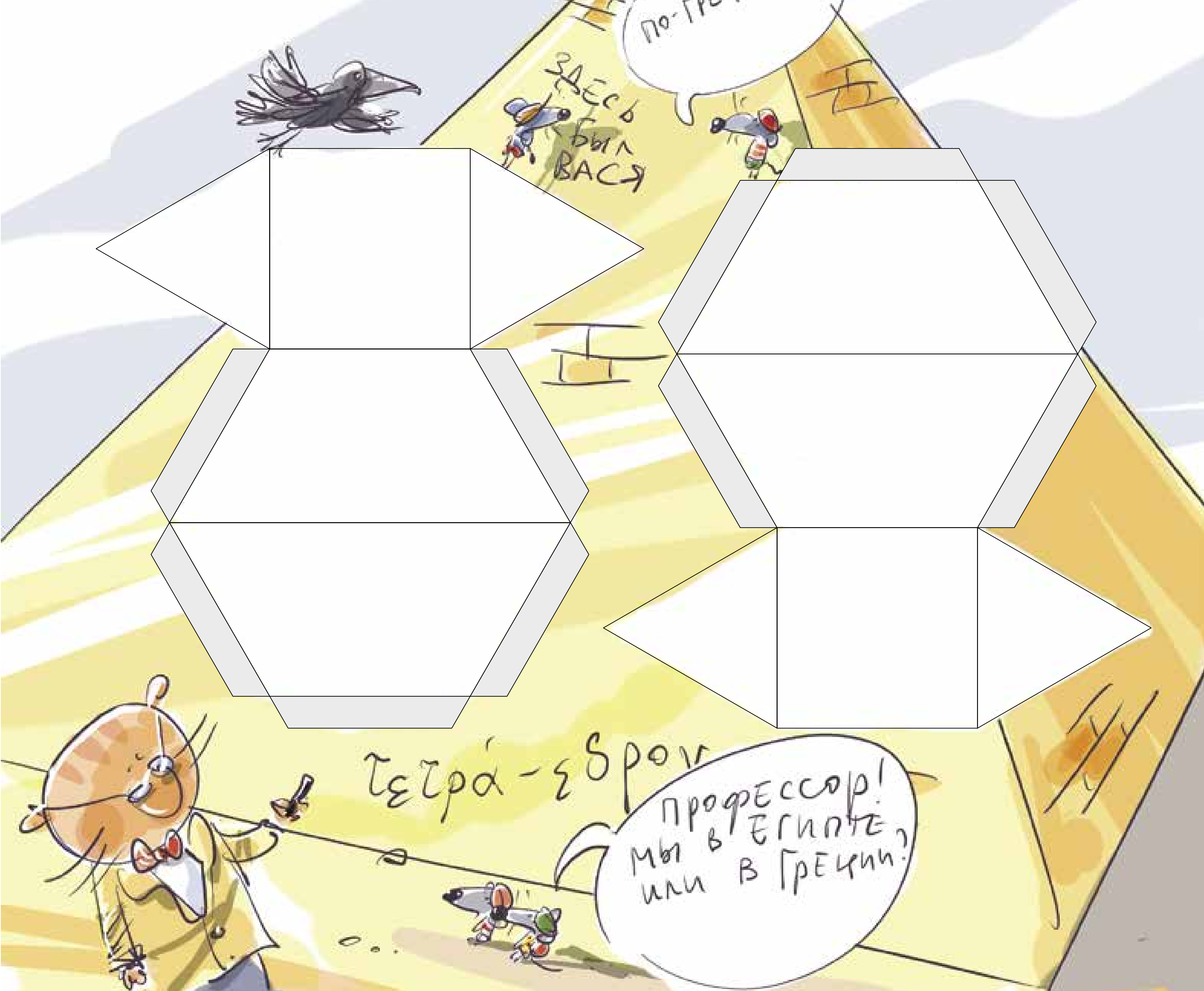
ПОЛОВИНКИ ТЕТРАЭДРА

СВОИМИ РУКАМИ

Древнегреческий корень τετρά – тетра, четыре – прочно вошёл в нашу жизнь. Это и школьная тетрадь (четвертушка), и игрушка «Тетрис», и геометрическое тело «тетраэдр». Правильный тетраэдр, τετράεδρον, – это пирамида с четырьмя вершинами, шестью рёбрами и четырьмя одинаковыми гранями – правильными треугольниками. Вторая часть слова – εδρον – и означает «основание», «грань».

Если правильный тетраэдр разрезать плоскостью, проходящей через середины четырёх его рёбер, как на фото 1, что будет в сечении?

Фото 1



Удивительно, но получится квадрат! И этот квадрат разделит тетраэдр на две одинаковые половинки (фото 2).

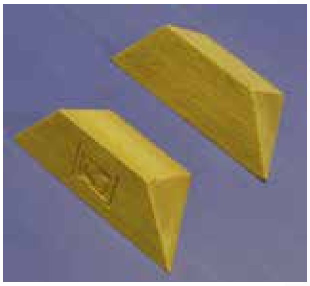
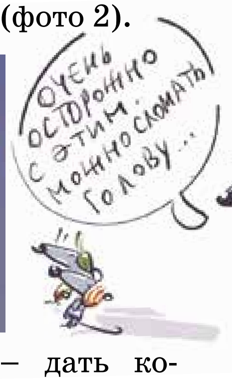


Фото 2



Отличная головоломка – дать кому-нибудь, например, родителям, две такие части и попросить собрать из них что-то очень знакомое по форме и по названию. Только не называйте слова «тетраэдр» или «пирамида». И вы увидите, что взрослые довольно долго будут ломать голову, прежде чем соберут пирамиду. Они несколько раз пройдут через такое состояние, как на фото 3, пока не сделают ещё один шаг – поворот.

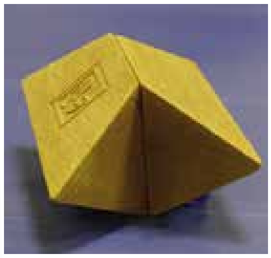
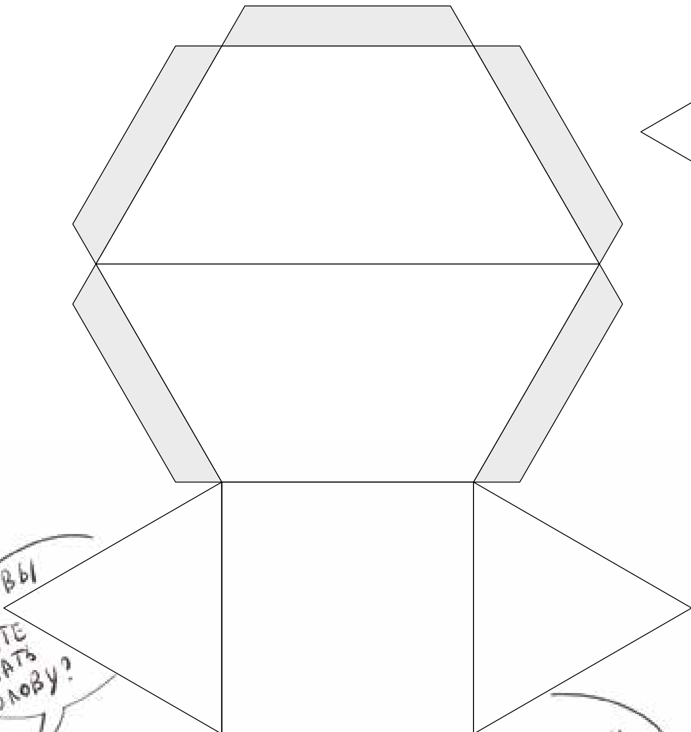


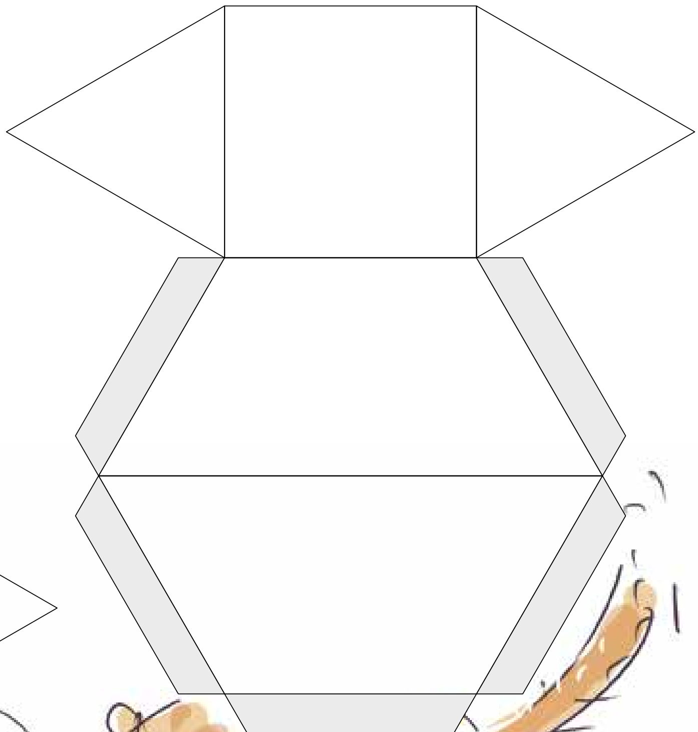
Фото 3

Ведь это вы теперь знаете, что сечение имеет форму квадрата, а взрослые-то про это не помнят!

Сделать две части можно, вырезав их из вспененного материала или склеив из плотной бумаги по развёртке ниже (см. также kvan.tk/tetra-halves).

По материалам проекта etudes.ru





Художник Сергей Чуб

ЛАЗЕР И ЗЕРКАЛО

Однажды Квантик изучал, как лазер отражается обычным зеркалом. Получалось не только яркое пятно отражённого луча на стене, но ещё немного освещалась область вокруг кисти с лазером, где бы она ни находилась. Как же так происходит?

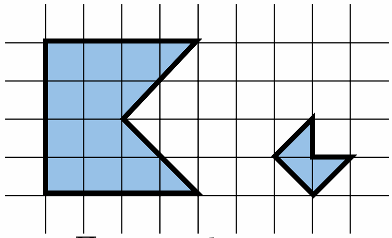
Автор Александр Бердников
Художник Алексей Вайнер

XXXII МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРАЗДНИК

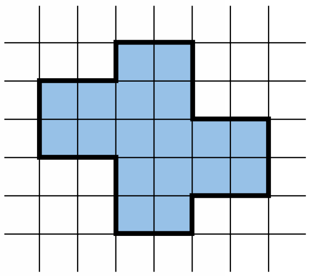
ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

Очередной Математический праздник для 6 и 7 классов состоялся 18 апреля 2021 года. Приводим избранные задачи олимпиады (в скобках после номера задачи указаны классы, в которых она предлагалась). Подробности – на сайте mccme.ru/matprazdnik

1 (7). Будем называть *флажком* пятиугольник, вершины которого – вершины некоторого квадрата и его центр. Разрежьте фигуру ниже справа на флажки (не обязательно одинаковые).



Примеры флажков



М. А. Волчкевич, Т. В. Казицына

2 (6, 7). Братья Петя и Вася решили снять смешной ролик и выложить его в интернет. Сначала они сняли, как каждый из них идёт из дома в школу – Вася шёл 8 минут, а Петя шёл 5 минут. Потом пришли домой и сели за компьютер монтировать видео: они запустили одновременно Васино видео с начала и Петино видео с конца (в обратном направлении); в момент, когда на обоих роликах братья оказались в одной и той же точке пути, они склеили Петино видео с Васиным. Получился ролик, на котором Вася идёт из дома в школу, а потом в какой-то момент вдруг превращается в Петю и идёт домой задом наперёд. А какой длительности получился ролик?

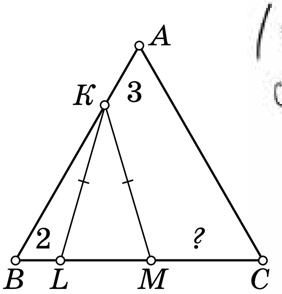
И. В. Ященко

3 (6, 7). Внутри клетчатого прямоугольника периметра 50 клеток по границам клеток вырезана прямоугольная дырка периметра 32 клетки (дырка не содержит граничных клеток). Если разрезать

эту фигуру по всем горизонтальным линиям сетки, получится 20 полосок шириной в 1 клетку. А сколько полосок получится, если вместо этого разрезать её по всем вертикальным линиям сетки? (Квадратик 1×1 – это тоже полоска!)

А. В. Шаповалов

4 (7). Дан правильный треугольник ABC. На стороне AB отмечена точка K, на стороне BC – точки L и M (L лежит на отрезке BM) так, что $KL=KM$, $BL=2$, $AK=3$. Найдите CM.



Е. В. Бакаев

5 (7). Пять друзей подошли к реке и обнаружили на берегу лодку, в которой могут поместиться все пятеро. Они решили покататься на лодке. Каждый раз с одного берега на другой переправляется компания из одного или нескольких человек. Друзья хотят организовать катание так, чтобы каждая возможная компания переправилась ровно один раз. Получится ли у них это сделать?

А. В. Грибалко

6 (6). На витрине ювелирного магазина лежат 15 бриллиантов. Рядом с ними стоят таблички с указанием масс, на которых написано 1, 2, ..., 15 карат. У продавца есть чашечные весы и четыре гирьки массами 1, 2, 4 и 8 карат. Покупателю разрешается только один тип взвешиваний: положить один из бриллиантов на одну чашу весов, а гирьки – на другую и убедиться, что масса на соответствующей табличке указана верно. Однако за каждую взятую гирьку нужно заплатить продавцу 100 монет. Если гирька снимается с весов и в следующем взвешивании не участвует, продавец забирает её. Какую наименьшую сумму придётся заплатить, чтобы проверить массы всех бриллиантов?

А. В. Грибалко

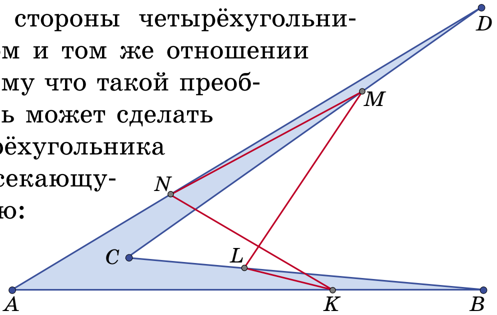
Художник Сергей Чуб

КВАНТИК, НОУТИК И ФИГУРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ («Квантик» № 4, 2021)

Решение задачи. Пусть h – длина высоты, опущенной из вершины B на сторону AC. Тогда площадь треугольника ABC равна $AC\cdot\frac{h}{2}$, а площадь треугольника ABC' равна $AC'\cdot\frac{h}{2}$, откуда эти площади относятся как $AC : AC'$.

Ответ на последний вопрос Ноутика см. в решении задачи 40 нашего конкурса (с. 29).

На чердаке не было преобразователя, делящего стороны четырёхугольника в одном и том же отношении 1 : 2, потому что такой преобразователь может сделать из четырёхугольника самопересекающуюся линию:

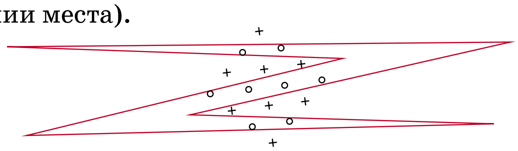


НАШ КОНКУРС, VIII тур («Квантик» № 4, 2021)

36. *Можно ли построить замкнутый шестиугольный забор так, чтобы овцы, обозначенные ноликами, оказались внутри забора, а волки, обозначенные крестиками, – снаружи?*

○ × ○ ×
× ○ × ○
○ × ○ ×
× ○ × ○

Ответ: да, см. рисунок (он повёрнут для экономии места).



37. а) *У Тани есть 3 гири весом 1001, 1002 и 1003 г (неизвестно, где какая), а у весовщика Степана Ильича – двухчашечные весы. Таня отдаёт гири весовщику и заказывает ему два взвешивания (заказ делается сразу, менять его после первого взвешивания нельзя). Может ли она гарантированно установить, какая гиря сколько весит?*

б) Тот же вопрос, если у весов Степана Ильича левая чашка на 1 г легче правой, так что весы показывают равновесие, если вес на левой чашке на 1 г больше, чем на правой.

Ответ: а) нет; б) да.

а) Весы не покажут равенства, поэтому у двух взвешиваний 4 возможных исхода (<<, <>, ><, >>). По исходу мы должны однозначно восстановить веса. Но вариантов «перемешать» их между трёмя гирями всего 6, что больше 4.

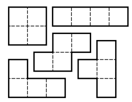
б) Закажем такие два взвешивания: на левой чаше – гиря 1, на правой – 2; на левой – 3, на правой – 1. По исходам взвешиваний веса определяются, как видно из таблицы вариантов:

1	2	3	1 или 2	3 или 1
1001	1002	1003	<	>
1001	1003	1002	<	=
1002	1001	1003	=	=
1002	1003	1001	<	<
1003	1001	1002	>	<
1003	1002	1001	=	<

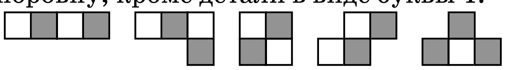
38. *В каждой клетке квадратной таблицы стоит 1 или –1. Сумма всех чисел в таблице равна 1. Можно ли определить, чему равно их произведение?*

Ответ: да. Так как все числа нечётны и их сумма нечётна, то и их количество нечётно. Значит, сторона таблицы состоит из нечётного числа клеток: $2k+1$. Тогда всего клеток в таблице $4k^2+4k+1$. Так как сумма всех чисел равна 1, среди них единиц на одну больше, чем минус единиц. Тогда минус единиц $2k^2+2k$ – чётное число. Поэтому произведение всех чисел равно 1.

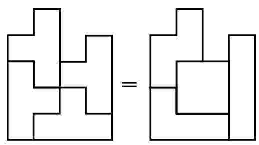
39. *У Ани и Тани было пять деталей, изображённых на рисунке. Аня взяла одну из деталей и вырезала ещё три таких же, а Таня забрала себе оставшиеся четыре. После этого Аня сложила фигуру из своих четырёх деталей, а Таня – из своих. Выяснилось, что фигуры у Ани и Тани вышли одинаковые. Для каждой детали определите, могла ли она достаться Ане.*



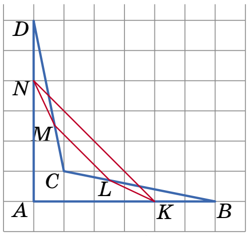
Ответ: могла достаться лишь деталь в виде буквы Т. Раскрасим клетки обеих фигур в одинаковом шахматном порядке. Детали тоже раскрасятся, и в каждой чёрных и белых клеток будет поровну, кроме детали в виде буквы Т.



Если эту деталь забрала Таня, в её фигуре разное количество чёрных и белых клеток, а у Ани – поровну. Поэтому Аня могла взять только деталь в виде буквы Т. Получить одинаковые фигуры можно, например, как на рисунке справа.



40. *Точки K, L, M и N лежат на сторонах AB, BC, CD и DA четырёхугольника ABCD. Каждая точка делит соответствующую сторону в отношении 1 : 2 (для стороны AB либо AK : KB = 1 : 2, либо BK : KA = 1 : 2, и т.д.). Могло* *ли оказаться, что площадь четырёхугольника KLMN больше площади четырёхугольника ABCD?*



Ответ: могло. Рассмотрим невыпуклый четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках (0,0), (3,0), (a,a), (0,3) и выберем K, L, M, N так, что $AK:KB = BL:LC = 2:1$, $CM:MD = DN:NA = 1:2$ (как на рисунке). Возьмём a очень маленьким. Площадь $ABCD$ будет тогда почти нулевой. При этом четырёхугольник $KLMN$ будет близок к трапеции с вершинами в точках (0,1), (0,2), (2,0), (1,0), и его площадь будет близка к 1/2.

ЗВУК И ВЕТЕР («Квантик» № 4, 2021)

Ветер на разной высоте дует с разной скоростью: ведь около земли он о неё тормозится. Эта разность скоростей разворачивает направление звука, уводя его от земли и от слушателя.

Представьте, что вы толкаете тележку в супермаркете, но её правое колесо заедает. В результате её правая половина отстаёт, что разворачивает тележку направо (туда, где движение тормозится). Так и со звуком: вверху встречный ветер сильнее, звук там отстаёт от звука внизу, и это разворачивает звук целиком, так что он отклоняется вверх.

Аналогия с тележкой кажется сомнительной. Звук – это же не монолитное тело; он не упирается в пол, он распространяется сразу во все стороны и заворачивает за углы – как наплыв воды, или скорее как волны на воде: ведь сам звук – это тоже волны давления в воздухе. Но сам процесс разворота происходит для звука действительно похожим образом.

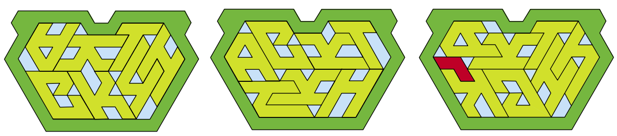
Поясним это иначе. Ветер мешает звуку, замедляя горизонтальное движение звука вверху. Это явление можно смоделировать и без ветра, если наверху звуку нужно будет проходить большее расстояние в неподвижном воздухе. Вот изначальная земля и воздух из пластилина:

Растянем – буквально – пространство по горизонтали в верхней части. Появятся оборочки:

Если теперь их распрямить, лента воздуха изогнётся. И станет видно, что слушатель теперь будто отделён холмом от источника звука:

Конечно, небольшой холмик звук обойдёт, но за большой горой слышимость уже куда хуже, чем на открытой равнине: чем больше звук ответвлялся в сторону, тем меньше его дошло. И если «вернуть всё как было», выпрямив ленту, обходивший гору звук завернёт вверх:

«СУП КВАНТИК», ИЛИ ПИЩА ДЛЯ УМА («Квантик» № 5, 2021)



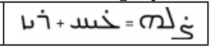
СИРИЙСКИЕ КВАДРАТЫ («Квантик» № 5, 2021)

1. Приписав 7-й квадрат ко 2-му квадрату из списка, получим 12-й квадрат. Предположив, что приписывание обозначает сложение, имеем $x^2+(x+5)^2=(x+10)^2$. Единственный натуральный корень этого уравнения равен 15, а значит, нам даны квадраты чисел от 14 до 25.

2. Разряды пишутся от большего к меньшему справа налево: единицы – десятки – сотни. Можно предполагать, что для каждого количества единиц от 1 до 9 и десятков от 10 до 90 есть свой знак (не все они попали в условие, но мы увидим недостающие в задании 3); для сотен отдельные знаки есть только от 100 до 400, а 500 и 600 записываются как 400 + 100 и 400 + 200; в задании 3 мы также увидим, что 700 записывается как 400 + 300, а 900 – как 400 + 400 + 100.

Значит, в западносирийском алфавите только 9 + 9 + 4 = 22 буквы, и поэтому не хватило обозначений для сотен от 500 до 900.

3. Во втором способе записи сотни от 500 до 900 обозначаются не как суммы, а знаками для десятков от 50 до 90 с точкой сверху.

217 + 718 = 935	

ЗЕРКАЛЬНАЯ КОМНАТА

(«Квантик» № 5, 2021)

Как расположить зеркала на 24 квадратиках внутри комнаты 6 × 6, показано на рисунке 1. Докажем, что комната 5 × 5 не подходит. Ясно, что ребята не могут стоять у стены, ведь с каждой из четырёх сторон должно быть кого-то видно. Аналогично, если между кем-то и стеной всего одна клетка, то в ней должно быть зеркало. Если Аня и Боря стоят как на рисунке 2, то Аня в верхнее зеркало увидит либо себя, либо Борю, которого она и так видит справа. Поэтому в восьми квадратиках вокруг центральной клетки никакие две соседние не заняты ребятами. Остаётся разобрать два случая. Если ребята стоят как на рисунке 3 или рисунке 4, то Аня не видит Даню.

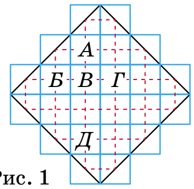


Рис. 1

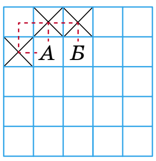


Рис. 2

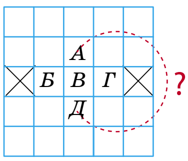


Рис. 3

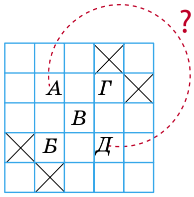
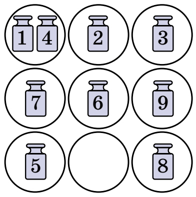


Рис. 4

ГИРИ В ПИАЛАХ

Падишах требовал разложить гирьки по пиалам, но не упомянул, что в каждой пиале должно быть *строго по одной гирьке*. И если допускается в одну пиалу положить сразу две гирьки (и одна пиала останется свободной), требования соблюсти возможно, см. рисунок.



ПЛАНЕТАРНАЯ НЕДЕЛЯ

1. Семь видимых невооружённым глазом небесных тел Солнечной системы использовались для обозначения 24 часов суток.

Пусть сутки начались с часа, связанного с X. Следующие сутки начнутся через $24 = 7 \cdot 3 + 3$ часа. Поэтому их первый час связан с тем Y, который стоит в списке небесных тел на 3-м месте после X. Начнём с Луны и будем восстанавливать порядок дней: Луна, ____ , ____ , Марс, ____ , ____, Меркурий и т.д., см. рисунок (порядок по кругу соответствует порядку названий часов, а стрелки показывают порядок названий дней).

2. Начинался порядок небесных тел с Сатурна (самого далёкого от Земли), а заканчивался Луной (самой близкой к Земле). То есть неделя начиналась с дня, связанного с Сатурном, – субботы (а заканчивалась пятницей).

Комментарий. Порядок небесных тел А, ..., Ж получился такой:

Сатурн, Юпитер, Марс, Солнце, Венера, Меркурий, Луна.

Этот порядок древние связывали с удалённостью небесных тел от Земли. Считалось, что чем больше период обращения тела по небесной сфере относительно звёзд, тем дальше оно от Земли (вокруг которой, считалось, всё вращается).

Для Сатурна, Юпитера и Марса этот период примерно равен периоду их обращения вокруг Солнца (29,5 лет, 12 лет, 687 суток). Венера же и Меркурий совершают оборот по небесной сфере примерно за 1 год, как и Солнце, потому что они ближе к Солнцу, чем Земля. Почему Венера, Меркурий и Солнце располагались в календаре именно в таком порядке, не очень понятно.

Сейчас мы знаем, что эти три тела в разные моменты времени могут располагаться в любом порядке по удалённости от Земли, а Марс бывает ближе к Земле, чем Солнце. А по расстоянию от Солнца небесные тела идут в таком порядке:

Сатурн, Юпитер, Марс, Земля вместе с Луной, Венера, Меркурий.

НЕ ЕШЬТЕ НА НОЧЬ

1. Парни в одежде привидений не отбрасывают тени – значит, они настоящие привидения.

2. Вова просто присел в углу, и огромный мяч не смог до него достать.

3. Вове надо достать бумажку и сунуть её в факел, пусть сгорит. Тогда в мешочке останется бумажка «смерть». Если в мешочке было две бумажки – «жизнь» и «смерть», а осталась только «смерть», то Вова вытащил «жизнь».

ТРИДЦАТЬ ПРОТИВ ОДНОГО

Пусть учительница покрасит границу квадрата 100×100. Дети не успеют покрасить его внутренность (внутри $2 \cdot 99 \cdot 100$ отрезков, а дети покрасят максимум $30 \cdot 400$). Получился квадрат с окрашенной границей, а внутри закрашено не всё. Далее учительница красит отрезки внутри, и за один ход до полной закраски образуется нужный прямоугольник (ведь если убрать отрезок изнутри закрашенного клетчатого квадрата, возникнет пустая «доминошка»).

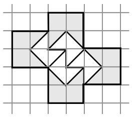
ЛАЗЕР И ЗЕРКАЛО

Стена шершавая и рассеивает свет во все стороны, поэтому пятно от лазера на стене само немного освещает всё вокруг. А рука и живот Квантика освещены через зеркало, как на рисунке.

XXXII МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРАЗДНИК

Избранные задачи

1. Ответ: см. рисунок.

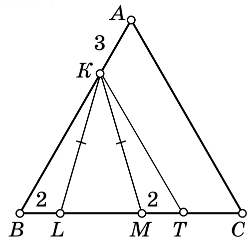


2. Ответ: 5 минут. Запустим на одном мониторе итоговый ролик, а на другом – Петино видео с конца. Мониторы будут показывать разное, пока братья не окажутся в одной точке пути, после чего они будут показывать одно и то же. Поэтому длительности этих видео равны.

3. Ответ: 21. Для каждой горизонтальной полоски отметим её левую и правую стороны, а для каждой вертикальной – верхнюю и нижнюю. Ясно, что мы по одному разу отметили все границы клеток на контуре прямоугольника и контуре дырки, то есть $50+32=82$ границы. Каждая полоска давала нам по две границы, так что всего полосок $82:2=41$. Горизонтальных среди них 20, значит, вертикальных 21.

Замечание. Это решение работает и в том случае, когда фигура и дырка (тех же периметров) имеют сложную многоугольную форму.

4. Отметим на продолжении отрезка LM за точку M такую точку T, что $MT=2$. Углы BLK и TMK равны как смежные с равными углами равнобедренного треугольника KLM. Значит, треугольники BLK и TMK равны по двум сторонам и углу между ними. Тогда $BK=BT$, и треугольник BKT равнобедренный с углами $60°$ при основании, то есть равносторонний. Тогда $BK=BT$, а так как ABC тоже равносторонний, $BA = BC$, откуда $CT = AK=3$ (и точка T лежит именно на стороне BC, а не на её продолжении). Тогда $CM=3+2=5$.



5. Ответ: не получится. Пусть друзьям удастся осуществить желаемое. Подсчитаем, сколько всего компаний можно составить из пяти человек (столько же раз переплывёт лодка с одного берега на другой). Каждый человек может либо войти, либо не войти в компанию, поэтому всего вариантов $2^5=32$. В том числе мы учли вариант, когда никто не попал в компанию. Но лодка пустая не плавает, поэтому всего компаний $32-1=31$, нечётное число. Выходит, друзья должны переплыть реку нечётное количество раз, и в итоге лодка окажется на противоположном берегу. Значит, хотя бы один из друзей завершит катание на другом берегу, пусть это будет Вася. Посмотрим, сколько раз Вася мог переправиться. Каждый его друг может либо плыть, либо не плыть с ним, поэтому Вася входит в $2^4=16$ различных компаний (в том числе может плыть и один). Но это число чётно, то есть в итоге Вася вернётся на исходный берег. Противоречие.

6. Ответ: 800 монет. Вот пример:

Какие гири покупаем	Что взвешиваем	Сколько монет мы заплатили
1	$1=1$	100
2	$1+2=3$, $2=2$	200
4	$2+4=6$	300
1	$1+2+4=7$, $1+4=5$, $4=4$	400
8	$4+8=12$	500
1	$1+4+8=13$	600
2	$1+2+4+8=15$, $2+4+8=14$, $2+8=10$	700
1	$1+2+8=11$, $1+8=9$, $8=8$	800

Докажем, что меньшей суммы не хватит. Переходя к каждому взвешиванию, мы либо покупаем одну или несколько гирек, либо отдаём их. Поэтому мы в сумме купили и отдали $N \geqslant 15$ гирек. Но после последнего взвешивания у нас на руках есть хотя бы одна гирька, так что мы купили больше, чем отдали. Но тогда мы купили более половины от N, то есть минимум 8 гирек, а значит, заплатили не менее 800 монет.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач X тура, с которыми справитесь, не позднее 5 июля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

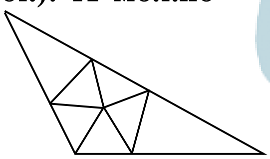
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

X ТУР

46. Петя пытался разрезать тупоугольный треугольник на остроугольные треугольники, но у него ничего не получалось. В какой-то момент он узнал из одной книги, что такое разрезание возможно для 7 треугольников (см. рисунок). А можно ли разрезать какой-нибудь тупоугольный треугольник на 8 остроугольных треугольников?



47. а) Ноутик записал по числу в вершинах треугольной пирамидки и про каждое из шести её рёбер сообщил Квантику, какова сумма чисел на концах этого ребра. Как Квантику восстановить числа в вершинах?

б) Удастся ли однозначно восстановить числа, если Ноутик запишет числа в вершинах куба и сообщит сумму на каждом ребре?

Авторы: Григорий Гальперин (46), Александр Перепечко (47, 48), Михаил Евдокимов (49), Игорь Акулич (50)

48. Дан ржавый циркуль с фиксированным раствором 10 см. С его помощью нарисуйте несколько линий на прямоугольнике 10 см × 20 см так, чтобы после разрезания по этим линиям среди кусков нашлась фигура площади 100 см².

49. На экране дан белый клетчатый квадрат 4 × 4 без угловой клетки. Одна из оставшихся 15 клеток призовая. За одну попытку игрок нажимает на любую клетку, и та становится зелёной, если она призовая, жёлтой, если призовая клетка соседняя (по стороне или углу), и красной иначе. Может ли игрок наверняка узнать, какая клетка призовая, после трёх попыток?

50. В строку записаны несколько букв О и Р в произвольном порядке (назовём это «словом»). Первым ходом между каждыми двумя соседними буквами исходного слова впишем дополнительные буквы по таким правилам:

- если соседние буквы одинаковые, между ними вписывается О;
- если соседние буквы разные, между ними вписывается Р.

Вторым ходом по тем же правилам впишем буквы между каждыми двумя соседними буквами полученного слова, и т.д. (например: OOP, OOOPP, OOOOOPPOP, ...).

Пусть мы начали со слова OP и сделали 55 ходов. Каких букв – О или Р – будет в получившемся слове больше и во сколько раз?

Художник Николай Крутиков

ЛОВИСЬ, РЫБКА, БОЛЬШАЯ И МАЛЕНЬКАЯ

Семеро рыбаков из племени уро рассказывают на языке *аймара* про свой улов:

1. Mä hach'a challwawa challwataxa.
2. Kimsa challwawa challwataxa.
3. Mä challwa mä hach'a challwampiwa challwataxa.
4. Mä hach'a challwa kimsa challwallampiwa challwataxa.
5. Paya challwallawa challwataxa.
6. Mä challwalla paya challwampiwa challwataxa.
7. Kimsa challwa paya challwallampiwa challwataxa.

Кто из рыбаков произнёс какую фразу?

По задаче П. Литтелла из книги «Лингвистика для всех. Летние лингвистические школы 2007 и 2008»

Художник Николай Воронцов

ISSN 2227-7986 21006
9 772227 798213