e-mail: kvantik@mccme.ru Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) № 2| февраль 2015

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№2
февраль 2015

ДВЕНАДЦАТЬ МЕСЯЦЕВ ОЛЕНЕВОДА

ПРОЕКЦИИ ФИГУР

ТЁМНАЯ И СВЕТЛАЯ СТОРОНЫ ЧАЯ

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252

Первые четыре выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012 и 2013 года,
а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

ISSN 2227-7986
02
9 772227 798152

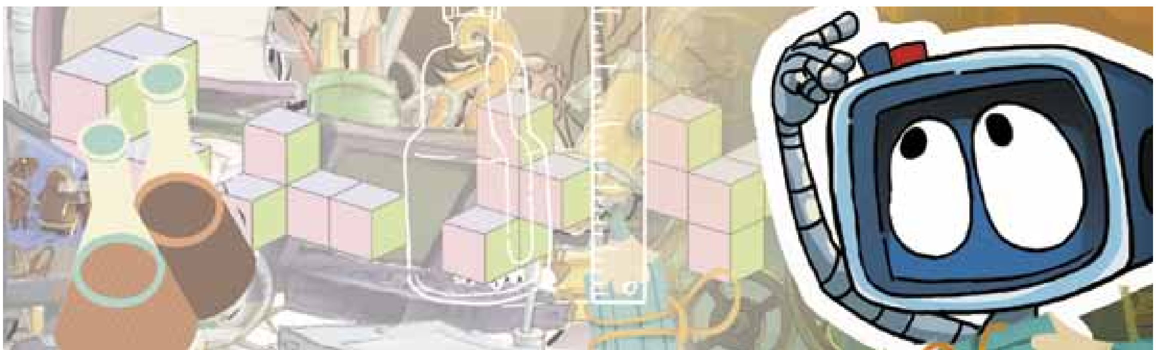
Открыта подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Александр Бердников, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художник Евгений Паненко
Формат 84x108/16.
Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 5000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-08-04.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ



Иван Кобиляков

Знаете ли вы о том, как живут на Севере России оленеводы? Скорее всего нет, ведь их жизнь сильно отличается от городской жизни. Из года в год оленеводы кочуют вместе со стадами оленей, подчиняясь установившимся тысячи лет назад законам природы. Давайте вместе совершим путешествие в страну оленеводов, на полуостров Таймыр, и понаблюдаем за тем, как устроен этот удивительный мир.

Двенадцать месяцев оленевода

Зима

Крайний Север России. Юг Таймырского полуострова. Посреди полярной ночи, со всех сторон окружённое заснеженной тайгой, раскинулось стойбище оленеводов. Третьи сутки воет метель. Люди греются в чумах и стараются понапрасну не выходить на мороз.

Солнце уже очень долго не появлялось из-за горизонта, и за временем следят по тому, сколько раз поели олени.

В одном из чумов все спят. Не спят только мальчик по имени Тала и его отец, недавно вернувшийся с неудачной охоты с одним желанием – выспаться. Тала спрашивает у отца:

– Бабай[1] , а когда метель кончится и тепло будет?

Отец, едва приоткрыв глаза-щёлочки, сквозь сон отвечает сыну:

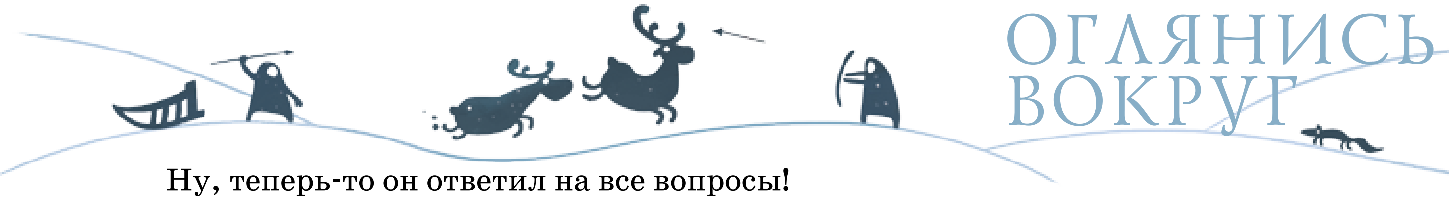
– Скоро кончится, Тала.

Ветер снаружи бушует всё сильнее. Проходит минута, а может быть, час… Отец Талы снова погружается в приятную дремоту.

– Бабай, – опять звенит в темноте голос Талы – а когда солнце над горой появится?

– В своё время, сын…

[1]Бабай в славянском фольклоре – это страшный человек, которого надо бояться, потому что он придёт ночью за непослушным ребёнком и заберёт его. В стойбище у оленеводов по-другому. Принято называть бабаем отца и стариков, подчёркивая этим своё уважение.



Ну, теперь-то он ответил на все вопросы!

Отец Талы с чувством выполненного долга закрывает глаза. Ему снится, как красавец-соболь, забравшись на вершину лиственницы, дразнит его длинным пушистым хвостом. Шубка соболя очень ценится, и её можно обменять у богатого русского купца на соль, порох или даже на новенький топор... Отец Талы во сне поднимает с земли большую шишку и кидает в соболя. Соболь падает с дерева и летит к нему прямо в руки...

– Бабай! Ты спишь? – раздаётся голос Талы над самым ухом. – А что другие люди в тундре делают, пока пурга? Мне скучно!

– Спят, сын.

– Не хочу спать! Хочу, чтобы ты что-нибудь рассказал.

– Ну хорошо, – сдаётся наконец отец. – Расскажу тебе, как оленеводы на Таймыре живут и как солнце по небу ходит. Может, тогда поймёшь, что всему своё время.

Тала притих и теперь внимательно слушает отца.

– Не знаю, может, и по-другому теперь. Всё меняется, – начинает свой рассказ отец Талы, – но раньше на Таймыре кочевали пять народов. Эвенки – умелые охотники и отличные воины – жили на плато Путорана. Ненцы занимали берега Енисея. Энцы, сами себя называвшие «сомату», кочевали рядом с ненцами. Ещё были нганасаны – самый древний народ на Таймыре. И долганы – самый молодой народ, который возник лишь 200-300 лет назад.

Все мы оленеводы, потому что без оленей на Севере не выжить. Всё-всё у нас от оленей. Чум обтянут оленьей шкурой, парка[2] твоя из оленьей шкуры и на обед у нас чаще всего оленина. Выйди, посмотри – и нарты наши тянут олени. Никакая машина таких переходов не выдержит, какие выдерживает олень.

[2]Парка – шуба.

Декабрь

На Севере темнота, наступила полярная ночь. В это время оленеводы живут в чумах на границе леса и тундры. В старину декабрь был месяцем сбора ясака: все оленеводы должны были приходить в ясачные зимовья и сдавать государству шкурки пушных зверей, которые им удалось добыть за год.

Традиционные названия декабря у народов Таймыра: месяц большой темноты (ненцы); время платежа ясака (эвенки).

Оглянись вокруг

– Бабай! Ты обещал рассказать про то, когда солнце появится, – взволнованно перебивает отца Тала, боясь, что тот забудет рассказать о самом главном.

– Вообще-то про то, что всему своё время, я и рассказываю... Для начала тебе хорошо бы понять, что счёт времени у нас, оленеводов, ведётся с оглядкой на природу. Мы следуем её законам. Месяц начинается не потому, что прошло 30 дней предыдущего месяца и пора начинать новый отсчёт, а потому, что что-то изменилось в окружающем нас мире.

– То есть солнце взойдёт тогда, когда придёт его время, и мы никак не сможем его поторопить?

– Правильно, Тала. И если уж тебе так интересно, полярная ночь закончится в начале февраля, как сказали бы русские, то есть после 65 дней темноты. Но кому нужна такая точность? Русские названия месяцев появились у оленеводов не так давно[3]. До этого у нас были свои названия.

– А потом, когда начнётся февраль, сразу светло станет? – робко спрашивает Тала, возвращаясь к своему любимому вопросу. Кажется, бабай снова начинает засыпать. Надо успеть спросить у него самое важное.

– Нет, конечно... – бормочет в ответ отец. – Потом будет долгое время сумерек. Но в сумерки уже можно будет ходить на охоту и чинить нарты... Настоящая весна придёт, лишь когда родятся первые оленята и станет совсем светло... Тогда мы

[3] Отряды казаков пришли на Таймырский полуостров в XVII веке. Скорее всего, общепринятый теперь календарь местные народы узнали от русских в то время или чуть позже.

Январь

На Севере полярная ночь – самое холодное и трудное время. К январю семьи оленеводов успевали откочевать из тундры в тайгу, где не было проблем с дровами. Жили зимой осёдло в тёплых чумах-землянках (голомо) или в балках. Ловили капканами соболей, песцов и заготавливали дрова. Те из оленеводов, кто зимовал у воды, в озёрах ловили сетями рыбу.

Традиционные названия января у народов Таймыра: месяц орла (ненцы); месяц истоков озёр (долганы); тёмный месяц (нганасаны); середина года (энцы).

соберём зимние чумы и будем откочёвывать на север, чтобы к лету поспеть на хорошие пастбища в тундру. А потом…

Последние слова отец говорит очень тихо, и Тала уже не может их разобрать. Отец устал после охоты и теперь спит. Ему снова снится соболь на дереве.

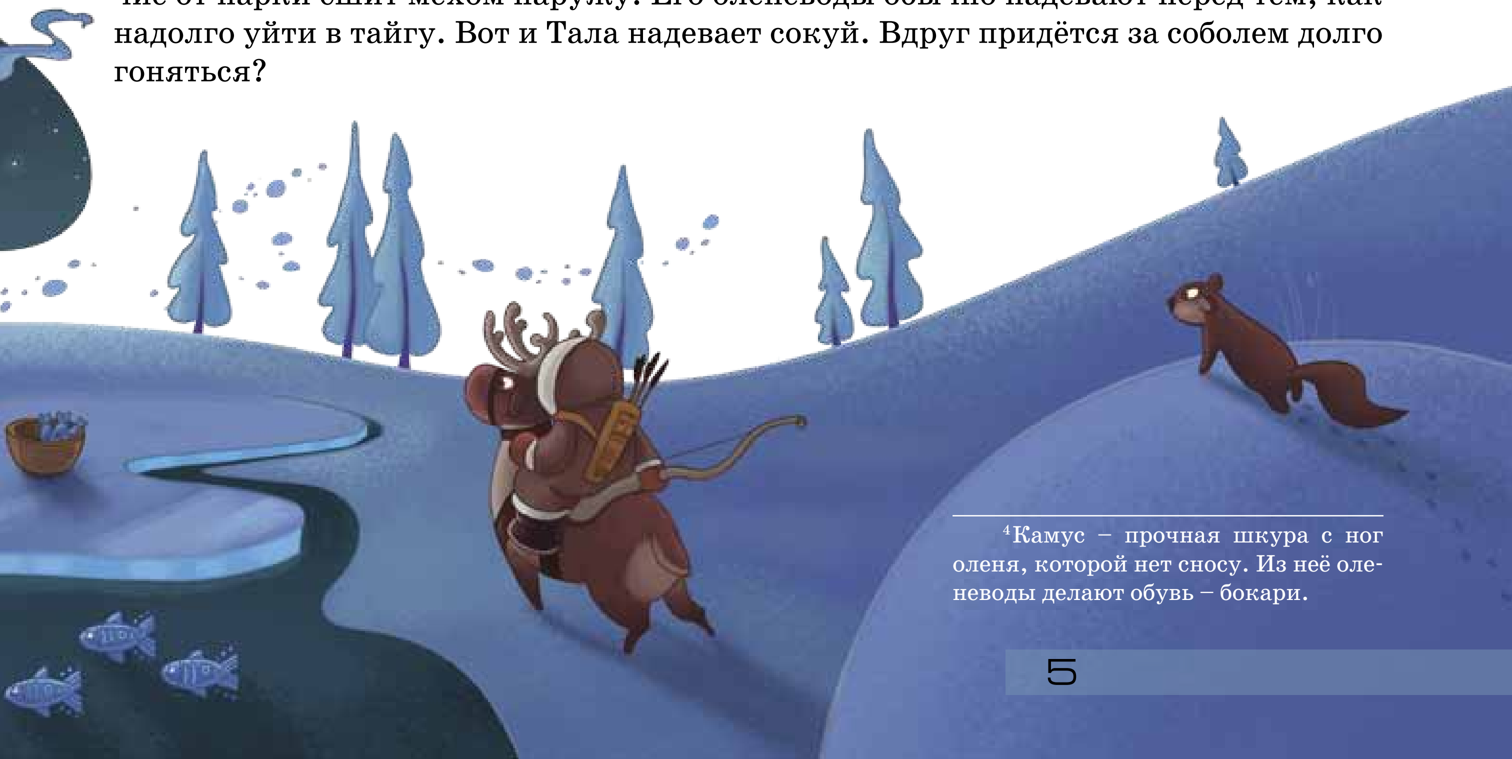
Тала слышит, как отец зовёт во сне соболя, и ему тоже хочется посмотреть на этого диковинного зверька… Но выследить соболя очень сложно, тем более полярной ночью… Разве только он сам придёт к чуму?

Вдруг снаружи что-то царапает по покрышке чума. Ещё и ещё раз. Похоже – какой-то зверь пришёл. Тале и до этого было страшно от шума ветра, а тут становится совсем не по себе.

– Кто здесь? – спрашивает он темноту и потом долго прислушивается к тайге. Но звуки больше не повторяются.

Скоро страх Талы перерастает в любопытство: кто же это всё-таки был? А вдруг тот самый соболь, которого видит во сне бабай?

Тихо-тихо, чтобы не разбудить отца, Тала одевается. Надевает меховые штаны. Надевает парку – длинную, до колен, куртку из оленьей шкуры, сшитую мехом внутрь. К рукавам у неё пришиты рукавицы, а капюшон оторочен мехом росомахи. В такой не замёрзнешь! На ноги Тала надевает меховые носки и бокари, сделанные из камуса[4]. Подумав ещё немного и решив, что одной паркой в такой лютый мороз не обойтись, Тала накидывает поверх парки отцовский сокуй. Сокуй в отличие от парки сшит мехом наружу. Его оленеводы обычно надевают перед тем, как надолго уйти в тайгу. Вот и Тала надевает сокуй. Вдруг придётся за соболем долго гоняться?



[4]Камус – прочная шкура с ног оленя, которой нет сносу. Из неё оленеводы делают обувь – бокари.

Оглянись вокруг

Тала очень спешит, чтобы увидеть ночного гостя. Но стоит ему откинуть полог и высунуть любопытный нос из чума, как в лицо ему ударяет резкий порыв ветра, и колючий снег противно лезет в лицо. За мгновение до того, как получить от полярной ночи снежную пощёчину и зажмурить глаза, Тала замечает совсем рядом пушистого зверька. Теперь никаких сомнений не остается: это соболь! Но когда Тала вытирает лицо от снега и, выскочив из чума, всматривается в темноту, то видит, что на снегу осталась только узенькая дорожка следов, уходящая в лес.

– Бабай! – зовёт Тала, стараясь перекричать ветер. – Смотри, что здесь такое! – но тут же вспоминает, что бабай устал. Нельзя его будить. Надо ловить соболя самому.

С большой осторожностью Тала возвращается в чум. Там среди оленьих шкур спрятан его хоть и небольшой, но от этого не менее грозный лук. Тала берёт лук, берёт отцовские стрелы с оперением из вороньих перьев и железными наконечниками и спешит обратно в тайгу, пока следы зверька не замело снегом… «Ну погоди, соболь. Сейчас я тебя поймаю!»

А соболь в это время удирает со всех ног, крепко сжимая в зубах украденную им рыбу (так вот зачем он приходил!). Рыба лежала у входа в чум, и стащить её было не так трудно. Воришка уже давно приглядывался к стойбищу оленеводов, тайно наблюдал за ним и наизусть знал, как тут всё устроено, каким путём лучше всего уходить от погони.

Чумы оленеводов стоят на берегу глубокого озера. Отсюда соболю надо бежать мимо загона для оленей в лес, к лабазу[5]. Рядом с лабазом растёт большое дерево. «Если удастся забраться на дерево, никто меня оттуда не достанет», – думает соболь.

Ветер быстро заметает след соболя, но Тала ещё быстрее узнаёт этот след и бежит по нему, не сбиваясь. У могучей лиственницы след вдруг обрывается. Куда же подевался хитрец?

[5]Лаба́з – небольшой домик на сваях, выстроенный посреди леса, где оленеводы хранят припасы.

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

«Так вот же он! Сидит на дереве и ест рыбу. А ведь бабай хотел сделать из этой рыбы на обед строганину[6]. Теперь остались без обеда...» – думает Тала, заметив соболя на верхушке лиственницы.

Разозлившись на воришку, Тала стреляет в него из лука. Но соболь сидит слишком высоко. Стрела не долетает даже до середины лиственницы. Надо скорее звать бабая. Уж он-то наверняка сможет сбить соболя с дерева.

– Подожди, пожалуйста, здесь, – говорит Тала соболю, – я сейчас сбегаю в чум и принесу тебе ещё одну рыбу. Ты только никуда не уходи!

Очень надеясь, что соболь поверит его хитрости, Тала возвращается в чум и будит отца. Дело ведь очень важное.

– Там соболь на дереве сидит! Он нашу рыбу забрал! – кричит Тала. – Пойдём его снимем оттуда скорее!

– Ну будет тебе кричать, – отвечает отец. – Всех в чуме перебудишь. Если говоришь, что соболя видел, пойдём посмотрим.

Приходят Тала с отцом к лиственнице, а соболя уже нет. Не поверил соболь хитрости Талы. Съел украденную рыбу и убежал в лес.

– Ну ничего, – говорит отец. – Это, наверное, дух леса к нам приходил. Иначе как бы он осмелился к чуму подойти? Может, теперь погоду хорошую даст взамен рыбы, которую утащил? Простим его, Тала! Всем в тайге зимой тяжело. Надо делиться. А рыбу для строганины мы новую возьмём, тем более что лабаз близко.

Сказав так, отец лезет в лабаз с припасами и достаёт ещё одну рыбу. Уж из этой рыбы получится хороший обед!

Немного расстроенные проказами соболя, Тала с отцом идут обратно в чум. Но не успевают они дойти до чума, как метель кончается. Над стойбищем оленеводов загорается северное сияние.

Художник Анна Горлач

Февраль

Ещё один тёмный зимний месяц, который предпочитали пережидать дома, в тепле и уюте. Считалось, что если северное сияние посередине неба – значит, будет плохая погода, а если оно появилось на севере – погода будет хорошей. Погоду еще предсказывали и по поведению животных. Перед метелью олени и собаки собирались вместе и ложились на снег, обогревая друг друга.

Традиционные названия февраля у народов Таймыра: месяц освобождения самцов оленей от оснований прошлогодних рогов (ненцы); месяц глубин (долганы); месяц восхода солнца (нганасаны).

[6] Строганина – одно из традиционных блюд северных народов. Замороженная рыба нарезается ломтиками и употребляется вместе с гусиным, оленьим или рыбьим жиром.

Игорь Акулич

ТАЙНА ЧЁРНОЙ ПЯТНИЦЫ

«Пятница, тринадцатое число…». Зловещее сочетание. Суеверные люди называют такой день *чёрной пятницей* и стараются в это время делать поменьше резких движений[1], дабы случайно не влипнуть в какую-нибудь неприятную историю.

Более трезвомыслящие не принимают это всерьёз, хотя и им частенько бывает не по себе. И для них тем более неожиданным может оказаться следующий давно известный факт (кто первый его установил – неизвестно): *тринадцатое число чаще бывает пятницей, чем каким-либо другим днём недели*!

Чтобы лучше осмыслить данное утверждение, сформулируем его чуть поиному. Пусть вам предложили сыграть в такую игру. Вы называете любой день недели. После этого *совершенно наугад* выбирается какой-либо год (может, даже ещё не наступивший или давно прошедший). В выбранном году также *совершенно наугад* выбирается какой-либо месяц. Далее выясняется, на какой день недели выпало 13-е число выбранного месяца. Если этот день совпадёт с названным вами, вы получаете приз, в противном случае – платите штраф. Какой день недели надо выбрать, чтобы шансы на выигрыш были как можно больше? Оказывается, *пятницу*!

В это трудно поверить. В самом деле, в каждом месяце своё число дней, и дни недели соответствуют 13-м числам (как и любым другим) совершенно хаотически. Да зачем далеко ходить – в 2014 году, например, было два «чёрных» (то есть приходящихся на 13-е число) понедельника, один вторник, одна среда, три четверга, одна пятница, две субботы и два воскресенья. Заметим – пятница вовсе не «перевешивает». В другом году будет как-то по-другому, но *в среднем*, несомненно, все дни должны выровняться, и никакого преимущества у той же пятницы быть не может!

[1] А лучше – вообще ничего не делать.

Дабы разобраться с парадоксом, поговорим немного о само́м календаре и о принципах его «построения». С древних времён было известно, что астрономический год (время, за которое Земля совершает один оборот вокруг Солнца, или, по-другому, время от одного весеннего равноденствия до другого) продолжается примерно 365 с четвертью суток. Чтобы календарный год (в котором целое число суток) более-менее соответствовал астрономическому, во времена Юлия Цезаря был принят календарь, названный, естественно, юлианским, в котором за каждыми тремя обычными годами по 365 суток следовал високосный год из 366 суток. Чтобы не сбиться, было принято решение: считать високосными годы, номера которых делятся на 4 (то есть, например, 2016 год будет високосным). Позже, однако, выяснилось, что на самом деле год чуть короче, чем $365^{1}/_{4}$ суток, вследствие чего за каждые 400 лет образуются три «лишних» дня. Пришлось вводить поправки в юлианский календарь и считать, что если номер года делится на 100, но не делится на 400, то такой год високосным не является. Таким образом, 2000-й год был високосным, а 2100-й – не будет. Это позволяет «сбросить» три лишних дня с каждой «четырёхсотлетки», а исправленный календарь назвали *григорианским* (в честь Римского папы Григория XIII, который его внедрил). Им мы пользуемся и поныне.

Но при чём здесь всё это? Каков бы ни был календарь – как это может повлиять на «равномерность» распределения 13-го числа среди дней недели? А вот как. Возьмём промежуток времени продолжительностью в те самые 400 лет и подсчитаем, сколько это дней. Как мы знаем, каждый 4-й год – високосный, за исключением трёх «выброшенных» лет. Поэтому среди 400 лет подряд окажется $400 : 4 - 3 = 97$ високосных, а остальные $400 - 97 = 303$ –

«обычные».Так что всего получается $366 \times 97 + 365 \times 303 = 146097$ дней. Обратим внимание – это число делится на 7. То есть 400 лет подряд содержат *целое число недель*. То есть если, скажем, 2001 год начинался с понедельника, то и 2401 тоже начнётся с понедельника. Поэтому хаотичности, о которой мы говорили, на самом деле *нет*. Значит, мы можем взять любой 400-летний период и просто *напрямую* подсчитать, сколько каких дней недели приходится на 13-е число. Разумеется, проделать это вручную – колоссальный труд, но компьютеры на что?

И такая работа была выполнена. Результат оказался следующим. За 400 лет 13-е число оказывается четвергом и субботой по 684 раза, понедельником и вторником – по 685 раз, средой и воскресеньем – по 687 раз, а пятницей – 688 раз. Действительно, чёрный день! Разница, конечно, не очень-то велика, но она есть – и это главное.

Как видим, даже самый обычный календарь скрывает в себе немало математических тайн. Именно поэтому он часто используется в сюжетах различных занимательных задач. Попробуйте, например, решить такую:

Мисс Марпл купила набор – 200 свечей для торта – и решила в каждый день своего рождения выпекать и ровно в 12:00 подавать на стол торт с зажжёнными свечами, количество которых равнялось бы числу прожитых ей лет. Первый раз она это сделала на свой двадцатилетний юбилей и в дальнейшем никогда не отступала от своего решения, причём свечей не ломала и дважды не использовала. Как-то в очередной раз она открыла коробку и обнаружила, что там имеется лишь четверть от необходимого количества свечей. Сколько же их осталось?

Предупреждение: задача содержит ловушки. Не попадитесь! А если всё-таки попадётесь – правильный ответ в конце номера.

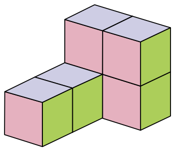
Художник Екатерина Ладатко

Математический КРУЖОК

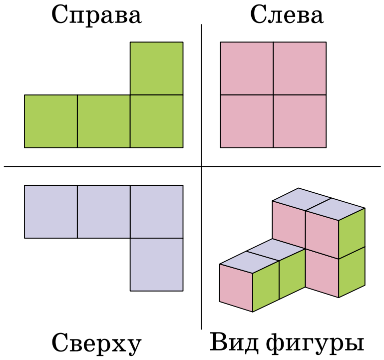
Сергей Агаханов

Проекции фигур

Нарисуем какую-нибудь фигурку, составленную из кубиков:

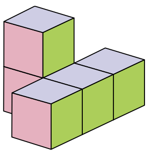


Если посмотреть на неё слева, мы увидим только те грани, которые закрашены розовым, а если сверху, то только сиреневые. Будем рисовать рядом с фигуркой её проекции (виды с разных сторон). Слева от фигурки будет располагаться вид сверху, сверху будет вид слева, а по диагонали – вид справа (важно следить за тем, чтобы виды фигур располагались именно так, иначе возникнет путаница).



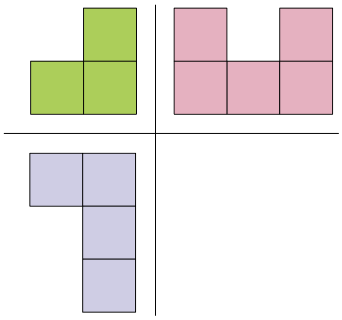
Упражнение 1

Нарисуйте виды фигуры:
(ответ см. в конце статьи)

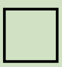


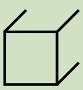
Упражнение 2

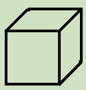
Нарисуйте фигуру по её проекциям:
(ответ см. в конце статьи)



Не все умеют рисовать кубик. Вот как это можно делать – не так красиво, как в этой статье, зато очень просто:

1. Сначала рисуем квадратик: 

2. Затем рисуем три одинаковых палочки от трёх вершин квадратика: 

3. Соединяем их концы: 

Если возникают затруднения, то можно воспользоваться таким приёмом:

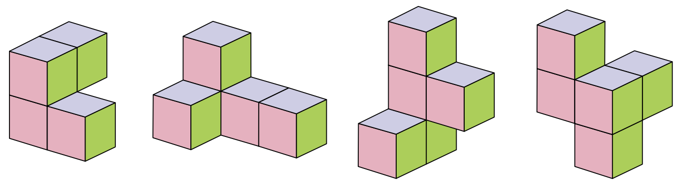
Рисуем сначала основу (вид сверху), затем расставляем цифры – где сколько кубиков в высоту.

2	1	2
1		

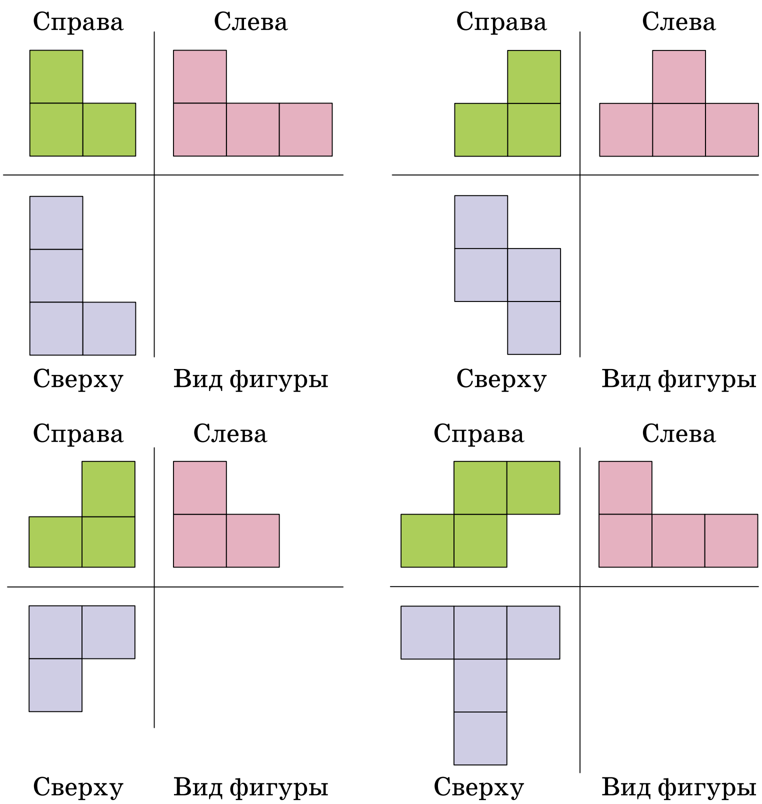
Обратите внимание, что высота у вида слева и вида справа должна быть одинаковая, так же как и ширина у вида сверху и вида слева. Это логично, ведь, например, ширина фигуры должна быть одной и той же, неважно, смотришь ты сверху или сбоку.

Задачи:

1. Нарисуйте виды фигур:



2. Восстановите фигуру по её проекциям:

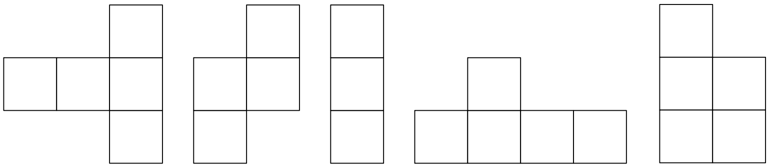


3. Существует ли фигура, у которой все три вида одинаковые?

4. Существуют ли две разные фигуры с одинаковыми видами?

5. Сколько существует фигур (связных), у которых все три проекции являются квадратиками 2×2?

6*. Из данных клетчатых фигур выберите три, которые могут быть проекциями какой-нибудь фигуры (вращать фигурки нельзя).



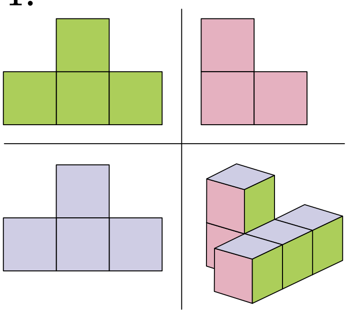
Как мы убедились в задаче 4, существуют фигуры с одинаковыми видами. То есть недостаточно указать все три вида фигуры, чтобы можно было однозначно восстановить её. Может, можно дополнить проекции какой-то информацией так, чтобы можно было это сделать? Возникает пара следующих задач:

7. Нарисовали три проекции некоторой фигурки и на виде сверху проставили числа – сколько кубиков в высоту имеется над каждым квадратиком. Достаточно ли этих данных, чтобы однозначно восстановить исходную фигуру?

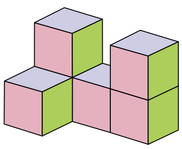
8. Нарисовали три проекции фигуры и на каждом квадратике каждой проекции написали, сколько кубиков находится над этим квадратиком. Можно ли по этим данным однозначно восстановить исходную фигуру?

Ответы к упражнениям

1.



2.



Художник Максим Калякин

Михаил Старшов

Поющий алюминий

Общеизвестно, что металлы музыкальны, в том смысле, что большинство металлических предметов звучат при коротких ударах по ним чем-нибудь твёрдым («Раздаётся звон мечей»!). Поэтому металлы идут на изготовление колоколов и многих других музыкальных инструментов и устройств. Естественно, для хорошего звука мало выбрать металл, важно уметь придать ему необходимую форму. И гениальные мастера уже в очень давние времена умели сделать такие отливки для колоколов, что каждый обладал собственным «голосом», и больше того, – подбор нескольких колоколов при одном храме создавал гармоничное звучание, безошибочно узнаваемое и глубоко воздействующее на слушателей.

А мы все с детства знаем «ниточный телефон», хотя не так уж многие делают эту простенькую игрушку. Достаточно любым способом закрепить прочную длинную нитку на донышках двух пластиковых стаканчиков и растянуть нитку во всю длину. Один человек приближает стаканчик открытым краем к уху, а другой что-либо не очень громко говорит в свой стаканчик, тогда звуки достаточно успешно проходят по нитке и речь вполне различима на другом конце.

Для тех же, кто не любит в точности повторять всем известный опыт, можно посоветовать совсем другую забаву со звуком. При этом объединяются в эксперименте нитка и металл. Начнём и этот рассказ с давно известного: «К серебряной или мельхиоровой ложке привязывают проволоку, концы которой вкладывают в уши. Если ложку заставить качаться, и притом так, чтобы она ударялась о край стола, то передача звука в момент удара будет до такой степени сильна, что наблюдателю кажется, будто он слышит звон церковного колокола» – так написал почти полтора века назад Гастон Тиссандье (1843–1899), автор самой первой книги с описанием занимательных научных опытов.

Для первого автора и исполнителя этого опыта всё описано довольно прилично. Хотя... Вот он советует вкладывать в уши концы проволоки, о которой вообще ничего нам не сообщает. И это делает опыт по-настоящему опасным – наш орган слуха настолько нежен, что конец проволоки может нанести ему непоправимый ущерб. Гораздо безопаснее подвесить ложку, хотя бы чайную, на нитке, другой конец которой прижать пальцем неглубоко в ушной раковине. Вторая неточность описания старого учёного заключена в слове «момент». Звенящий и красивый мелодичный звук продолжается некоторый промежуток времени после удара ложки о столешницу. Это напоминает замечательный инструмент с красивым названием *камертон*, применяемый для настройки музыкальных инструментов.

О ложке. Непременно надо искать «серебряную или мельхиоровую ложку»? Испытывать «на звук» можно любой металлический предмет. И даже такой явно неподходящий металл, как алюминий, ведёт себя в этом опыте совершенно неожиданно – он звучит ничуть не хуже серебра или мельхиора! Можно проверить дюралюминиевые трубки – отрезки старой лыжной палки. Да и не только металлы годятся для этих опытов, очень красиво звучит стекло, например, стеклянная трубка толщиной в карандаш.

И в заключение ещё один совет. Во время экспериментов со звучащими металлами в коробке со всякой всячиной, которую жалко выбросить, я увидел беленькую фарфоровую шайбу. Помню, конечно, что она изолировала в старом телевизоре огромное по нынешним наномасштабам сопротивление. Сквозь эту шайбу я пропустил обычную нитку, завязал петельки на её концах, вставил в петли отрезок старой алюминиевой проволоки, оставшийся после смены электропроводки в квартире, и прибор готов. Шайбу слегка прижал внутри ушной раковины, наклонился и задел концом проволоки край стола – проволока замечательно зазвенела, и этот звук продолжался несколько секунд. И самое интересное: ухо слышало периодическое изменение громкости звука вращающейся проволоки. Если такой шайбы у вас не найдётся – возьмите вместо неё пластиковый дюбель.

Короче говоря, эта игра так же неисчерпаема, как и все физические эксперименты. Пробуйте разные варианты, изменяйте условия опыта, и вы получите немало удовольствия, а отсюда шаг до пользы.

Художник Ольга Демидова

Сергей Федин

МАЛЕВИЧ, ЕВКЛИД И КАРАНДАШ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

МАЛЕВИЧ

В начале прошлого века жил в России замечательный художник Казимир Малевич. Он любил всяческие эксперименты и однажды по совету известного художника и критика Бенуа попробовал нарисовать картину в полной темноте. Сидя в мастерской, куда не проникал ни один луч света, он пытался вслепую изобразить крестьянина на ослике. Чувствуя, что у него ничего не получается, он от злости написал на туловище несчастного животного: БЕНУА – ОСЁЛ!

И в этот момент он услышал в прихожей голос... Бенуа, который пришёл посмотреть на результат эксперимента. В ужасе Малевич схватил тюбик с чёрной краской и мгновенно замазал кистью неприличную надпись. Через секунду дверь в мастерскую отворилась, вспыхнул свет, и Бенуа стремительно подбежал к картине. Прямо перед собой он увидел абсолютно чёрный квадрат в рамке.

– Что это? – вскричал в изумлении Бенуа.

– Это чёрный квадрат, – растерянно пробормотал Малевич и неуверенно добавил: – Моя новая картина.

– Это гениально! – воскликнул ничего не подозревающий Бенуа. – Вы создали настоящий шедевр!

Так появилась знаменитая на весь мир картина Малевича «Чёрный квадрат». В 2002 году музей Эрмитаж купил её за один миллион долларов! В дальнейшем Малевич не раз пытался повторить свою гениальную картину, но у него ничего не получалось.

ЕВКЛИД

Самая интересная часть школьной математики – геометрия. Первый учебник по геометрии написал две с лишним тысячи лет назад древнегреческий учёный Евклид. Интересно, что почти все факты школьной геометрии были известны уже тогда.

Как-то раз Евклида спросили:

– Что бы ты выбрал – два целых яблока или же четыре половинки?

– Четыре половинки, – ответил Евклид.

– Но почему? Разве это не одно и то же?

– Конечно, нет. Ведь выбирая половинки, я сразу увижу, червивые ли эти яблоки или нет.

КАРАНДАШ

Лет пятьдесят назад самый известный наш клоун работал в цирке и звали его Карандаш. Однажды ему переслали деньги за какое-то выступление. Карандаш взял паспорт и пошёл на почту, чтобы получить их. Но фотография на паспорте была перепачкана чернилами, и служащая на почте сказала, что Карандаш не похож на свое фото. Тогда Карандаш обмакнул палец в чернильницу, а потом провел им несколько раз по лицу.

Ну как, теперь похоже? – спросил он.

Посмотрев на измазанную чернилами физиономию Карандаша, служащая тут же выдала ему деньги.

Художник Капыч

Сергей Дворянинов

ПАРАДОКС С ПОДОБНЫМИ ПРЯМОУГОЛЬНИКАМИ

Художник Евгений Паненко

Вам приходилось в парке аттракционов видеть комнату смеха? Вы заходите внутрь и видите своё отражение во множестве зеркал. В одном вы оказываетесь тощим великаном – зеркало вытягивает вас по вертикали и сжимает с боков. В другом – наоборот, вы предстаёте коротышкой-толстяком. Всё потому, что по вертикали и горизонтали ваши размеры зеркало изменяет по-разному.

Такой же фокус вы легко можете проделать с компьютерной фотографией. Изображение исказится, если увеличить в два раза только длину фотографии. Для сохранения изображения изменение должно быть пропорциональным и по длине, и по ширине. Иногда в книгах при описании какого-либо героя автор пишет, что сложен он был непропорционально. Например, при небольшом росте непомерно большая голова.

Математическим выражением пропорциональности фигур служит понятие подобия. Подобные фигуры имеют одну и ту же форму. Подобны все круги, все квадраты, все правильные треугольники, легко нарисовать подобные пятиконечные звёздочки.

Но вот что интересно. Как вы думаете, если две противоположные стороны прямоугольника $ABCD$ увеличить в восемь раз, а две другие стороны – только в два раза, то может ли новый прямоугольник быть подобным исходному?

На первый взгляд – нет, не может. Но давайте нарисуем на клетчатой бумаге два прямоугольника: один размером 1×2, второй – 8×4. Всё точно: сторона длины 1 увеличилась в восемь раз, сторона длины 2 увеличилась в два раза.

Но при этом большой прямоугольник подобен маленькому с коэффициентом подобия $k=4$. Эти два прямоугольника имеют одну и ту же форму.

Значит, так же можно поступить и с фотографией: в одном направлении её можно увеличить в восемь раз, в другом – в два раза! Согласны?

Нет, что-то здесь не так. Так что же?..

АЛЕКСАНДР ГРОТЕНДИК

Сергей Львовский

13 ноября 2014 года в городке Сен-Лизье во французских Пиренеях в возрасте 86 лет умер Александр Гротендик, один из величайших математиков XX века, работы которого полностью преобразили современную науку.

ДЕТСТВО И ЮНОСТЬ

Гротендик был человеком во многих отношениях необычным, с непростой биографией. Он родился 28 марта 1928 года в Берлине. Его мать была журналисткой; его отец – еврей родом из России – был в царской России революционером-подпольщиком, боровшимся за свержение самодержавия, а после прихода к власти большевиков эмигрировал. В 1933 году, когда к власти в Германии пришли нацисты, родители Александра переехали во Францию и занялись там политической деятельностью. Сына они оставили в Германии, в Гамбурге, на попечении лютеранского священника и школьного учителя Вильгельма Хейдорна. Однако в 1939 году Хейдорн не без оснований начал опасаться за безопасность своего подопечного, да и ему самому грозили нацистские репрессии за «укрывательство еврея». В результате Хейдорн настоял на том, чтобы Александр переехал во Францию к родителям. К несчастью, через год немецкие войска вторглись во Францию, и для Александра и его родителей это возымело весьма печальные последствия. Отец Гротендика был еврей и антифашист – любого из этих двух обстоятельств по отдельности хватило бы для того, чтоб нацистская Германия стала считать его смертельным врагом. Вскоре после немецкого вторжения он был арестован и через несколько лет убит в Освенциме.

К счастью, матери и сыну повезло больше: их отправили не в лагерь смерти, а всего лишь в специальный лагерь для иностранцев, причем Александр, находясь в этом лагере, имел возможность учиться в школе. В дальнейшем с матерью его разлучили; последние годы войны Гротендика укрывали от немецких облав в детском доме, руководимом швейцарской благотворительной организацией.

К концу войны Александр успешно закончил среднюю школу и поступил в университет города Монпелье на юге Франции. Вскоре выяснилось, что уровень провинциального университета для способного студента

Ханка Гротендик, мать Александра Гротендика

Александр Шапиро, отец Александра Гротендика

АЛЕКСАНДР ГРОТЕНДИК

В возрасте 12 лет
в лагере для иностранцев
(Франция, 1940)

Гротендик во время поездки
в США (1955)

недостаточен, и в 1948 году преподаватель математического анализа написал Гротендику рекомендательное письмо в аспирантуру.

УЧЁБА В ПАРИЖЕ

В 40-е – 50-е годы прошлого века Франция была ведущей математической державой. Такие учёные, как Анри Картан, Жан-Пьер Серр, Андре Вейль, Жан Лере, Жан Дьёдонне публиковали работы, определявшие передний край тогдашней математики, а позднее ставшие классическими. Приехавшему из провинции Гротендику было поначалу очень трудно: ведь ему пришлось участвовать в семинарах, где обсуждались совершенно новые, но уже хорошо развитые математические теории – а молодому человеку не хватало даже базовых знаний. И тем не менее Гротендику удалось включиться в работу своих старших коллег, догнать их, а затем и перегнать. Помимо его выдающихся способностей и выдающегося же трудолюбия (без этого бы точно ничего не вышло), свою роль сыграла чрезвычайно доброжелательная обстановка: к мало что знающему новичку никто из окружающих его маститых профессоров не относился свысока, никто над ним не насмехался, и все его всячески поддерживали. Позднее Гротендик неоднократно будет отзываться о своих первых годах в Париже как о золотом времени в его жизни.

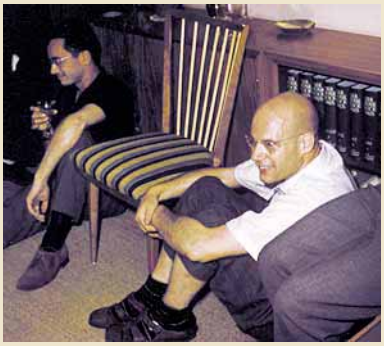
Сначала Гротендик занимался функциональным анализом. Он опубликовал несколько важных работ, по этой же тематике защитил диссертацию, но его дальнейшие исследования в области функционального анализа зашли в тупик, и он переключился на алгебраическую геометрию. Именно в этом разделе науки Гротендика ждали самые замечательные достижения.

МАТЕМАТИКА

Не так просто рассказать в журнале для школьников про достижения современного математика: как быть, если даже для того, чтобы понять формулировки его результатов, требуется образование, выходящее за рамки университетского курса? Вклад Гротендика в математику можно описать так: он ввёл очень большое количество важных новых понятий и продемонстрировал, как их можно применять к решению трудных задач.

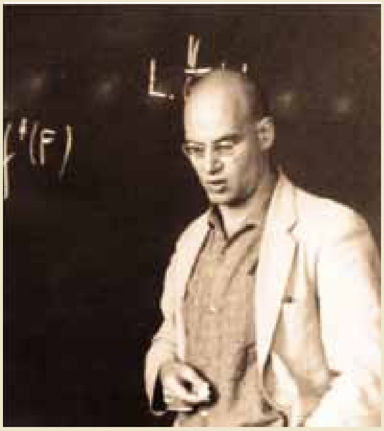
Философы до сих пор спорят, что происходит, когда возникает новое математическое понятие: изобретают его или открывают. Например, вот что такое отрицательные числа? Это изобретённый когда-то удобный искусственный приём для упрощения записи вычислений или на самом деле отрицательные числа были всегда, просто люди до какого-то времени не подозревали об их существовании и не догадывались ими воспользоваться? Так вот, Гротендик открыл (или изобрёл?) в математике целый новый мир, и теперь математику без его открытий так же трудно представить, как школьную арифметику – без дробей и отрицательных чисел.

Это всё, что мы скажем про внутреннее содержание его работ, с внешней же точки зрения его карьера складывалась вполне успешно. Правда, сначала у Гротендика были трудности с поиском работы во Франции. Возможно, одна из причин этих трудностей была в том, что долгое время у него не было французского гражданства (более того, он вообще не был гражданином ни одного государства). Поэтому несколько лет Гротендик провёл на временных должностях в университетах других стран, но затем его приняли на работу в только что созданный негосударственный Институт высших научных исследований (IHES), расположенный в окрестностях Парижа. В этом институте Гротендик провёл свои самые творчески продуктивные годы. Общий объём написанных им, вместе с учениками и сотрудниками, текстов составляет многие тысячи страниц. К середине 60-х годов прошлого века Александр Гротендик достиг в математическом мире всеобщей славы и признания. В 1966 году его наградили Филдсовской медалью – самой престижной из международных математических наград. Казалось, всё так же и будет продолжаться: со временем выйдут все обещанные двенадцать томов трактата «Элементы алгебраической геометрии» (к 1970 году успело выйти четыре тома в восьми книгах, и на этом публикация оборвалась) и будет завершено доказательство «гипотез Вейля» (Гротендик с учениками разработали для этого средства



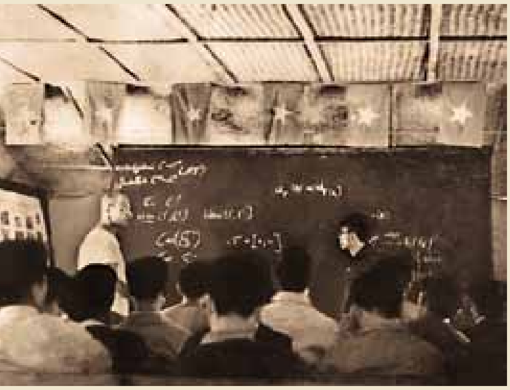
Александр Гротендик и Жан-Пьер Серр

Вход на территорию Института высших научных исследований (IHES)



На семинаре в IHES

АЛЕКСАНДР ГРОТЕНДИК



Гротендик в Ханойском университете (Вьетнам, 1967 год). В это время Ханой подвергался американским бомбардировкам; иногда лекции приходилось прерывать и спускаться в бомбоубежище

Конференц-зал IHES

Семинар по алгебраической геометрии в IHES.

и доказали часть этих гипотез; до конца дело довёл позднее Пьер Делинь). Однако в 1970 году в жизни Гротендика произошли резкие перемены.

УХОД ИЗ НАУКИ

У разных учёных отношения с политикой складываются по-разному. Многих политика вообще не интересует – лишь бы им не мешали работать. Таким был, например, уже упоминавшийся замечательный французский математик Андре Вейль. Бывает и так, что политические взгляды у учёного есть, но он предпочитает держать их при себе и публично не высказывает – таким, по некоторым свидетельствам, был выдающийся советский тополог П.С. Александров. Но случается и так, что учёный политикой активно и деятельно интересуется – вот это и был случай Гротендика. Он считал несправедливым и неправильным, когда людей наказывают за то, что они говорят или пишут, – и поэтому в 1966 году отказался приехать в Москву на награждение медалью Филдса (как раз в этом году в СССР посадили в тюрьму писателей А.Д. Синявского и Ю.М. Даниэля за книги, которые они написали). Он считал несправедливым, что из-за наличия государственных границ людям не позволяют жить и работать там, где они хотят, – и поэтому выступал за права мигрантов, у которых были не в порядке документы. Он считал, что человечество может погубить себя в ядерной войне или уничтожив своими руками природу – и он вступал в экологические и антивоенные организации. А ещё Гротендик был категорически против любой войны и любой армии. И вот в 1970 году он узнает, что Институт высших научных исследований, в котором он работал, частично финансируется военными. Это, кажется, не было особым секретом – скорее всего, Гротендик далеко не сразу об этом узнал, будучи занят чрезвычайно напряженной работой (позднее он писал, что работал подобно кузнецу, держащему на огне одновременно несколько подков: занимался параллельно несколькими задачами, а когда в одной из них что-то переставало получаться, переходил к другой). Так или иначе, в 1970 году Гротендик увольняется из Института и уходит из большой науки.

ВТОРАЯ ПОЛОВИНА ЖИЗНИ

Через несколько лет после ухода из Института высших научных исследований Гротендик возвращается в тот же университет в Монпелье, в котором он когда-то начинал учиться, и устраивается там на работу профессором. В его парижский период под его руководством защитились одиннадцать человек, многие из которых стали весьма известными математиками, но в Монпелье с этим было хуже: за полтора десятка лет, проведённых Гротендиком в этом университете, под его руководством были защищены всего три диссертации. Похоже, Гротендик неверно оценивал силу студентов провинциального университета: ему совершенно искренне казалось, что он даёт им посильные задачи, но студентам они были по большей части недоступны.

В возрасте около 60 лет Гротендик вышел на пенсию, уехал в деревню в Пиренеях и жил там отшельником: его точное местоположение знали очень немногие и знание это не разглашали. Ходили слухи, что в деревне он работал пастухом или что односельчане подкармливали его из милосердия, но ничего достоверного про это не известно.

Хотя из науки Гротендик ушёл, даже после ухода математика его до конца не оставляла. Он больше не был научным работником в общепринятом смысле слова: не делал докладов, не писал и не публиковал статей или книг, но всё же в этот период он написал и разослал коллегам несколько математических текстов, в которых указывались возможные направления дальнейших исследований. Кроме того, он написал книгу воспоминаний «Урожаи и посевы», в большой степени посвящённую его духовным исканиям. Её он также официально не публиковал, но послал несколько экземпляров знакомым математикам. За несколько лет до смерти Гротендик послал своему бывшему ученику письмо, в котором запретил, пока он жив, распространять свои сочинения и требовал изъять его книги из библиотек. Вряд ли мы когда-нибудь узнаем, что подвигло его на такой поступок. Впрочем, абсолютно строго этот запрет не соблюдался.

Деревня Ласер,
в которой Гротендик жил
последние годы

Одна из последних
фотографий

Наталья Сапрыгина

ТЁМНАЯ И СВЕТЛАЯ СТОРОНЫ ЧАЯ

Все мы знаем, как полезно зимой пить горячий чай с лимоном: не только чтобы пополнить запас витаминов, но и чтобы насладиться приятным вкусом и ароматом напитка. Я очень люблю неспешно выпить чашечку свежезаваренного чёрного чая с ломтиком лимона и чайной ложечкой сахара и подумать о чём-нибудь интересном, на что у нас обычно не хватает времени. Например… почему чай светлеет от лимона? Наверняка многие задумывались об этом. Некоторые даже ответят: потому что лимон кислый. Они будут абсолютно правы. В лимоне содержится лимонная кислота, а в чае особые вещества, которые придают ему окраску и изменяются под действием кислоты. А что сделать, чтобы чай не светлел, а темнел? Может быть, посолить его или поперчить? Ни то и ни другое: чай потемнеет, если в него добавить пищевой соды. Возьмём стакан чёрного чая, положим в него пол чайной ложки пищевой соды (попросите её у мамы), размешаем и увидим, что чай приобрёл интенсивную тёмную окраску (к сожалению, после этого эксперимента, как и после любого химического эксперимента, этот чай пить будет уже нельзя). Если снова добавить в чай кислоты, например, ещё лимонного сока, то чай посветлеет, а если потом добавить соды, то снова потемнеет. Таким способом цвет чая можно будет обращать из тёмного в светлый много раз. Лимонную кислоту можно заменить столовым уксусом (это раствор уксусной кислоты в воде), а пищевую соду – стиральной (кальцинированной) содой или нашатырным спиртом (из аптечки, это раствор аммиака в воде). Только надо быть очень осторожным: пользоваться перчатками, проводить эти эксперименты вместе с взрослыми и на открытом воздухе, чтобы не вдохнуть пары уксусной кислоты и аммиака. Кислоту и аммиак нужно добавлять по каплям, для этого вам понадобится пипетка. Попросите её тоже из аптечки, после опытов её можно будет хорошо вымыть и убрать обратно.

Кислота при попадании в воду создаёт так называемую кислотную среду, а сода и аммиак – щелочную среду. Что это значит? В молекуле воды H_2O два атома водорода и один – кислорода. Но у небольшой части молекул химическая связь, связывающая молекулу, рвётся, и молекула распадается на две заряженные частички, *ионы*: положительный H^+ и отрицательный OH^-. В чистой воде количество ионов H^+ равно количеству ионов OH^- и равно количеству распавшихся молекул. А вот кислоты распадаются на ионы водорода H^+ и остаток от кислоты, а щёлочи – на OH^- и остаток от щёлочи. Получается, что в растворе кислоты ионов H^+ больше, а OH^- меньше, чем в чистой воде, и такая среда называется кислой. А в растворе щёлочи всё наоборот: ионов H^+ меньше, а OH^- больше, чем в чистой воде, и такая среда называется щелочной.

Наш чёрный чай и другие вещества, которые реагируют на присутствие кислоты или щёлочи в воде и изменяют свой цвет, называются кислотно-осно́вными индикаторами (от латинского indicator – указатель). Химики и биологи в своих лабораториях используют индикаторы для определения кислотности среды. Для них, а ещё для садоводов, косметологов, любителей аквариумных рыбок кислотность среды имеет огромное значение. Даже мало знакомому с химией человеку понятно, что рыбки не могут жить в кислой или щелочной воде, цветы и деревья требуют определённой кислотности почвы. Для измерения кислотности химики ввели понятие pH («пэ аш»). Чтобы найти pH, нужно измерить концентрацию ионов водорода H^+ в растворе. Получится число, которое, как правило, гораздо меньше 1. У этого числа нужно, грубо говоря, посчитать число нулей перед первой ненулевой цифрой. Более точно, концентрация ионов в чистой воде – около 0,0000001 и pH равно 7; среда с таким значением pH называется нейтральной. При увеличении концентрации ионов H^+ в 10 раз

pH уменьшается на 1, а при уменьшении концентрации в 10 раз pH увеличивается на 1. Если pH меньше 7, то ионов водорода больше и среда кислая; если pH больше 7, то среда щелочная. Наверное, все вы слышали о достоинствах шампуня с pH 5,5 и недостатках обычного туалетного мыла, которое плохо влияет на чувствительную кожу.

На обычной кухне можно найти много продуктов, которые являются индикаторами pH: вишнёвый или свекольный сок, крепко заваренный чай каркаде, сок из краснокочанной капусты, отвар луковой шелухи, даже красные цветки герани. Попробуйте провести эксперимент с любым из этих индикаторов. Возьмите два прозрачных сосуда, чтобы было лучше видно, и налейте в каждый примерно 1/4 стакана индикатора. В один стакан по каплям добавляйте раствор кислоты (например, лимонной, её можно купить в магазине и растворить в тёплой воде, 1 столовая ложка на полстакана воды), а в другой – раствор соды или нашатырный спирт и наблюдайте за изменением цвета. Моим любимым является эксперимент с чаем каркаде: в кислотной среде чай ярко-розовый, а при добавлении соды синий или даже зелёный. Если вы найдёте ярко окрашенные лепестки или цветки, то их можно будет опустить в раствор лимонной кислоты или нашатырный спирт и посмотреть, что произойдёт.

А из сока краснокочанной капусты можно изготовить удобную бумажную версию кислотно-основного индикатора. Для этого нужно взять небольшой кочан, натереть его на тёрке, опустить капусту в кастрюльку с кипящей водой и прокипятить 15 – 20 минут, затем остудить и отфильтровать отвар через марлю. Полученным отваром нужно пропитать полоски белой бумаги (например, возьмите бумагу для принтера и нарежьте на полоски 10 × 1,5 см), вытащить бумажки из раствора и просушить их. Попробуйте протестировать этими полосками pH различных жидкостей, которые найдёте у себя дома: например, уксус, апельсиновый сок, шампунь, вода из-под крана, нашатырь и так далее. Если среда кислотная, то полоска окрасится в розовый или красный цвет, а если среда щелочная, то в синий или зелёный.

Художник Александра Будилкина

81-я САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

Материал подготовил
Константин Кохась

1 (6–8 класс). В сидячем вагоне поезда стоят трёхместные скамейки для пассажиров: 20 рядов по 2 скамейки. Костя заметил, что на каждом ряду сидит 3 или 5 человек. Потом Костя подсчитал, на скольких скамейках сидит 3 человека и на скольких – один человек. Найдите сумму Костиных чисел.

Константин Кохась

2 (6 класс). На межпланетный фестиваль «Радуга» прибыли 107 зелёных и фиолетовых человечков. Зелёные человечки правильно воспринимают цвета, а фиолетовым, к сожалению, зелёный кажется фиолетовым, и наоборот. Посмотрев вокруг, каждый участник фестиваля подошёл к кому-то, сказал «*Какой вы фиолетовый!*» и подарил кактус. Докажите, что хотя бы один человек на фестивале не получил такого подарка.

Антон Чухнов

3 (7 класс). На новогодний праздник пришли 99 мстительных детей. В гардеробе каждый из них обругал кого-то из остальных, причём никто не был обруган дважды. Когда Дед Мороз предложил всем загадать по два желания, первым желанием каждого ребёнка было получить огромное мороженое, а вторым – чтобы его обидчик не получил мороженое. Докажите, что у кого-то из детей сбудется ровно одно из загаданных желаний.

Андрей Солынин

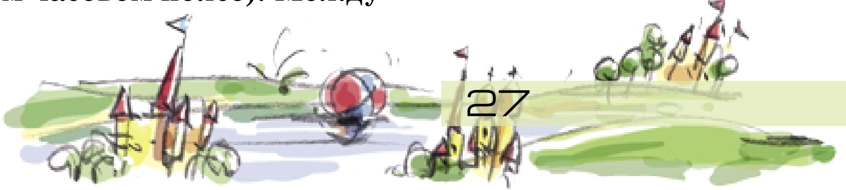
4 (7 класс). Можно ли прямоугольник разрезать на три прямоугольника A, B, C так, чтобы у A был самый большой периметр, у B самая большая площадь, а у C самая большая диагональ? Не забудьте обосновать ответ.

Константин Кохась

5 (9 класс). Даны 100 различных натуральных чисел. Они разбиты на 50 пар так, что сумма в каждой паре больше 1000. Докажите, что если выписать все 100 чисел в порядке возрастания, то сумма 40-го и 61-го чисел тоже больше 1000.

Сергей Берлов, Андрей Солынин

6 (7–8 класс). На извилистой реке расположены три города А, В и С (не обязательно именно в таком порядке и не обязательно в одном часовом поясе). Между



городами ходят катера, скорость катера в 6 раз больше скорости реки. Ниже приведён фрагмент расписания, время везде указано местное, каждое путешествие укладывается в один день.

Маршрут	Отправление	Прибытие
Из С в В	7:00	15:00
Из А в С	7:00	20:00
Из В в А	7:00	22:00

Таня, находясь в самом верхнем (по течению реки) из трёх городов, уронила мячик. Через какое время его увидят жители самого нижнего города, если мячу не мешать плыть по течению?

Андрей Солынин

Художник Сергей Чуб

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ VIII УСТНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ «ДВАЖДЫ ДВА»

Материал подготовил Егор Бакаев

1 (6 класс). На острове живут два племени: племя рыцарей, которые всегда говорят правду, и племя лжецов, которые всегда лгут. Однажды заезжий путешественник встретил трёх островитян, которых звали Билли, Вилли и Дилли. «Принадлежат ли Вилли и Дилли к одному племени?» – спросил путешественник у Билли. «Нет», – ответил Билли. «Принадлежат ли Билли и Вилли к одному племени?» – спросил путешественник у Дилли.

Что на это ответил Дилли?

Дмитрий Трущин

2 (6 класс). Расставьте в клетки квадрата 5×5 буквы А, Б, В, Г и Д так, чтобы для каждой буквы нашлось два ряда, где её хотя бы по 3 штуки. (Ряд – это строка или столбец. Буквы пишутся по одной в каждой клетке.)

Егор Бакаев

3 (6 класс). Каждую клетку доски 10×10 нужно раскрасить в чёрный или белый цвет. Сколькими способами можно раскрасить доску так, чтобы в каждом квадрате 3×3 было нечётное количество чёрных клеток?

Егор Бакаев

ЧЕТЫРЕ ЗАДАЧИ (Квантик № 12, 2014)

1. Доски можно положить как на рис. 1. Ширина рва, который таким способом можно преодолеть, равна $1{,}9/\sqrt{2}\cdot 3/2$, что больше 2 (для проверки возведите это неравенство в квадрат).

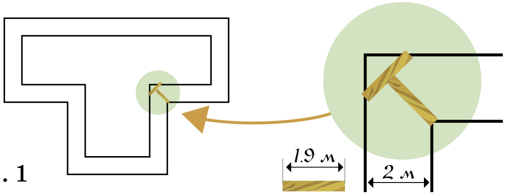


Рис. 1

2. Выпустим шар из центра прямоугольника. После каждого столкновения шара со стенкой будем симметрично отражать прямоугольник относительно этой стенки и рисовать дальнейший путь шара уже в симметричном прямоугольнике. Так как угол падения равен углу отражения, траектория шара будет превращаться в прямую линию!

Тогда, чтобы найти нужную траекторию, можно поступить наоборот. Сначала отразим прямоугольник относительно сторон несколько раз, чтобы получилась «сетка» из прямоугольников. При этом покрасим стороны исходного прямоугольника в разные цвета, а отражённые стороны будем красить в соответствующий цвет. Теперь осталось провести из центра исходного прямоугольника такую линию на сетке, которая пересечёт отрезки четырёх разных цветов и в конце впервые попадёт в точку, соответствующую лузе. «Свернув» эту линию (отражая прямоугольники обратно), мы получим нужную траекторию.

На рисунке 2 показана такая траектория, если выпустить шар из центра в направлении середины стороны одного из симметричных прямоугольников.

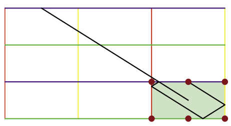


Рис. 2

3. Бутылку можно подвесить на кресте из спичек, который лежит одной перекладиной на самом краю стола, как на фото (рис. 3).

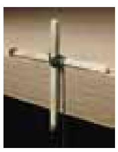


Рис. 3

4. Из часовых можно выстроить «забор», часть которого изображена на рисунке 4 (кружочки – часовые, отрезки – их поля зрения). Если такой достаточно длинный забор замкнуть вокруг штаба (часовыми внутрь), и штаб и часовые окажутся внутри, в безопасности.

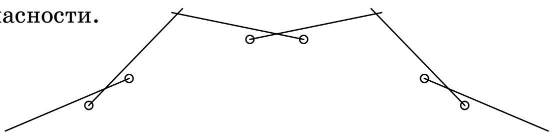
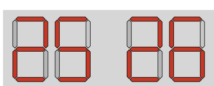


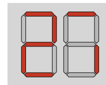
Рис. 4

СВЕТОФОР (Квантик № 1, 2015)

Такое возможно, если на табло не работает один сегмент – правый верхний. Тогда 25 на самом деле означает 29, а 26 на самом деле 28.



Через секунду табло покажет 27, но без одного сегмента:



Если считать, что первая цифра на табло правильная, то Квантику пришлось ждать 29 секунд.

ТАЙНА ЧЁРНОЙ ПЯТНИЦЫ

Начнём с «типового» добросовестного решения. Нетрудно убедиться, что $20+21+...+27=188$, поэтому после 27-летия в коробке останется $200-188=12$ свечей, чего, конечно, не хватит для торта к следующему дню рождения. Но... 12 – это вовсе не четверть от необходимого количества свечей (т.е. от 28). Как же так?

Вот она – ловушка! Но читатель, вооружённый знаниями о високосных годах, обойдет её без проблем. Обратим внимание на то, что мисс Марпл решила выпекать торт не каждый год, а в каждый день своего рождения (в условии даже указано: ровно в 12:00). Понятия «каждый год» и «каждый день рождения» – не всегда одно и то же. Есть дни рождения, которые бывают не каждый год. Это, конечно, 29 февраля, наступающее один раз в 4 года. Ничего не остаётся, как принять гипотезу о том, что мисс Марпл родилась именно в этот день, и, кстати, это косвенно подтверждается тем, что её возраст в каждый из таких дней должен делиться на 4, а 20 как раз кратно 4.

А теперь проверим. Так как $20+24+...+40=180$, то к сорокачетырёхлетию в коробке останется $200-180=20$ свечей – опять-таки не четверть от 44! Что же делать?

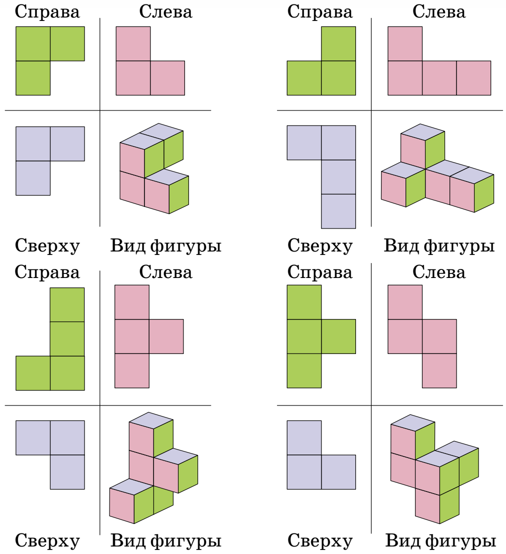
Мы не зря предупреждали, что задача содержит ловушки (во множественном числе). И здесь-то кроется вторая ловушка, основанная на том, что не каждый четвёртый год – високосный!

В условии не утверждалось, что мисс Марпл – наша современница. А раз так, то она вполне могла совершать свои хлебопекарные (или, вернее, тортопекарные) операции на рубеже веков, захватывая, скажем, тот же 1900 год, который, как мы уже знаем, не был високосным! А раз так, то в некоторых случаях это может дать дополнительные решения (ибо некоторые дни рождения могли «выпасть»). Так оно и есть.

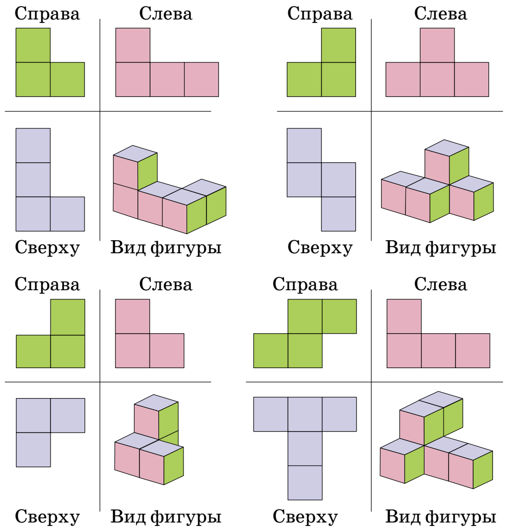
Прямой перебор показывает, что если мисс Марпл родилась в 1864 году, то в 1884, 1888, 1892 и 1896 годах она израсходовала соответственно 20, 24, 28 и 32 свечи, затем в 1900 году ей не пришлось выпекать торт (год-то невисокосный!), а после этого она в 1904 и 1908 годах затратила 40 и 44 свечи. Всего получается $20+24+28+32+40+44=188$ свечей, и потому к её сорокавосьмилетию в коробке осталось $200-188=12$ свечей – ровно четверть от требуемого количества. Всё!

ПРОЕКЦИИ ФИГУР

1.



2.

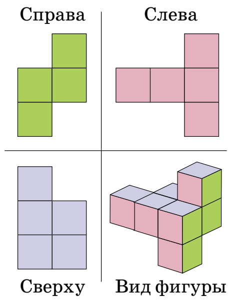


3. Да, например, кубик $2\times2\times2$.

4. Да, например, кубик $2\times2\times2$ и кубик $2\times2\times2$ без одного углового кубика.

5. 6.

6*. У любых двух проекций дожна совпадать любо высота, либо ширина. Значит, фигуры 3 и 4 не подходят – нет других фигур с размерами 1 и 4. Значит, нужные проекции – это 1, 2 и 5. Ответ:



7. Нет, этого недостаточно. Например, можно взять тот же кубик $2\times2\times2$ без одной угловой клетки. По проекциям этого кубика нельзя сказать, отсутствует кубик на верхней грани или на нижней в той же вертикали.

8. Этого оказывается тоже недостаточно. Есть много таких фигур, но догадаться до примера довольно непросто. Возьмём кубик $2\times2\times2$ и вырежем два диагональных кубика на верхней грани и два диагональных кубика на нижней грани (но по другой диагонали). Это можно сделать двумя способами, поэтому получается две разных фигурки с одинаковыми видами. Осталось сделать эти фигурки связными (чтобы они не разваливались). Просто добавим к ним одинаковую каёмку, например, заключим эти фигуры в «коробку» $4\times4\times4$.

МАЛЕВИЧ, ЕВКЛИД И КАРАНДАШ

История про Малевича верна лишь наполовину. У него действительно была знаменитая картина «Чёрный квадрат». А вот всё остальное – неправда. Ведь Малевич не мог в кромешной темноте найти чёрную краску да ещё и сделать надпись именно на теле осла. К тому же непонятно, как это ему не удавалось повторить эту картину – для этого достаточно было закрасить холст чёрной краской. И кстати, у Малевича было четыре «Чёрных квадрата».

ПАРАДОКС С ПОДОБНЫМИ ПРЯМОУГОЛЬНИКАМИ

Если мы увеличим фотографию 1×2 в одном направлении в восемь раз, в другом – в два раза, получится фотография 8×4. А если просто увеличим обе стороны фотографии 1×2 в 4 раза, получится фотография 4×8. Прямоугольники выйдут одинаковые, но рисунки на них получатся совсем разные! Во втором случае это будет тот же рисунок, что и на фотографии 1×2, только в другом масштабе. А в первом случае изображение сильно исказится. Да ещё одну из фотографий надо будет повернуть на 90 градусов, чтобы они были одинаково расположены.

81-я САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ. ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Ответ: 20.

Если на двух трёхместных скамейках сидит 5 человек, то это возможно, только если на одной скамейке сидит 2 человека, а на другой 3. Значит, Костя при подсчете учтёт в этом ряду одну скамейку. Если же на двух скамейках сидит три человека, то возможны два варианта: на одной скамейке три человека, а на другой – ноль, либо на одной скамейке два человека, на другой – один. Как видим, в обоих случаях и в этом ряду при подсчёте Костя учтёт ровно одну скамейку.

Таким образом, результат Кости равен числу рядов.

2. Каждый зелёный человечек подарил кактус кому-то из фиолетовых, а каждый фиолетовый – кому-то из зелёных. Поскольку общее число участников фестиваля нечётно, человечков какого-то цвета больше, чем человечков другого цвета. Вот кому-то из этого «большинства» и не достанется кактуса.

3. Предположим, что у каждого ребёнка сбылось либо два, либо ни одного желания. Если у ребёнка сбылось два желания, то его обидчик не получил мороженого, значит, у обидчика одно из желаний не сбылось, значит, у него оба желания не сбылись. И наоборот: если у ребёнка не сбылись оба желания, то обиженный им ребёнок получил мороженое, значит, у обиженного сбылось одно из желаний, и тогда по нашему предположению у обиженного ребёнка должны были сбыться оба желания.

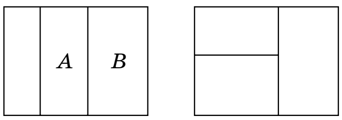
Расставим детей в две шеренги: в первую поставим всех, у кого сбылись два желания, а во вторую шеренгу поставим тех, у кого не сбылось ни одного желания, по правилу: за каждым ребёнком из первой шеренги ставим того, кто его обидел. При этом каждый, у кого не сбылось ни одного желания, найдёт себе место во второй шеренге: он будет находиться за тем, кого обидел.

Таким образом, общее количество детей должно быть чётным. По условию задачи количество детей – 99, то есть нечётно. Следовательно, предположение, которое мы сделали в первой строчке решения, не может быть верным. Таким образом, у кого-то сбылось ровно одно желание.

4. Ответ: нельзя.

Если два прямоугольника имеют общую сторону, для определённости вертикальную, то у того прямоугольника, который шире, и площадь, и периметр, и диагональ больше, чем у того, который уже. Например, на рисунке ниже прямоугольник B по этим трём параметрам больше прямоугольника A.

Очевидно, есть две различные конфигурации разрезания (см. рисунок). В обеих конфигурациях легко указать два прямоугольника, имеющих общую сторону, тогда у большего из них все три параметра – площадь, периметр, диагональ – больше, чем у второго. Это противоречит требованию условия задачи.



5. Если бы это было не так, то 40-е число в сумме с 61-м давало бы результат не больше 1000. Так как числа стоят по возрастанию, то каждое из чисел с 1-го по 40-е в сумме с 61-м давало бы результат не больше 1000. Это значит, что каждое из первых сорока чисел было в паре с каким-то числом, стоящим после 61-го. Это невозможно, так как там только 39 чисел.

6. Ответ: 105 часов.

Рассмотрим сначала случай, когда все города находятся в одном часовом поясе. Тогда суммарная длительность путешествия катера из самого нижнего города в самый верхний и обратно равна сумме длительностей упомянутых в расписании маршрутов, то есть $(15-7)+(20-7)+(22-7)=36$ часов.

Если же какие-то города, скажем A, требуют поправки на часовой пояс, то, как нетрудно видеть, в сделанном подсчёте эта поправка сокращается, потому что в этом вычислении время отправления из A и время прибытия в A присутствуют с противоположными знаками.

Итак, получилась стандартная задача: течение имеет скорость v, катер – $6v$, на дорогу туда и обратно катер потратил 36 часов, сколько потребуется плоту, чтобы проплыть от начала в конец.

Решаем её. Чтобы не возиться с формулами, сделаем пробный заплыв: пусть по течению катер проплыл 5 часов (со скоростью $7v$), тогда обратно (со скоростью $5v$) он будет плыть 7 часов, в сумме получаем 12 часов. Значит, для 36-часового рейса нужно плыть по течению 15 часов, а тогда плот поплывет в 7 раз дольше, то есть 105 часов.

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ VIII УСТНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ «ДВАЖДЫ ДВА»

1. Если Билли и Дилли принадлежат одному племени, то утверждения «Вилли и Дилли принадлежат к одному племени» и «Вилли и Билли принадлежат к одному племени» либо оба истинны, либо оба ложны. А Билли и Дилли либо оба говорят правду, либо оба лгут. Значит, они ответят на эти вопросы одно и то же.

Если же Билли и Дилли принадлежат разным племенам, то наоборот: какое-то одно из этих утверждений истинно, а другое ложно. Из Билли и Дилли кто-то один говорит правду, а второй лжёт. Значит, и в этом случае они ответят одно и то же!

Ответ: Дилли ответил «нет».

2. Один из возможных примеров изображен на картинке.

А	А	А	Г	Д
А	Б	Б	Б	Д
А	Б	В	В	В
Г	Б	В	Г	Г
Д	Д	В	Г	Д

3. Раскрасим все клетки двух верхних строк и двух левых столбцов произвольным образом, таких клеток 36.

Оставшиеся 64 клетки будем закрашивать по одной слева направо сверху вниз. Выбирать цвет для очередной клетки будем так: рассмотрим квадрат 3×3, в котором эта клетка является правой нижней. К этому моменту остальные 8 клеток этого квадрата уже покрашены, значит, цвет оставшейся клетки определяется однозначно (так как среди этих 9 клеток должно быть нечетное количество чёрных).

Таким образом, первые 36 клеток закрашиваются 2^{36} способами, а все последующие 64 закрашиваются однозначно.

Заметим, что при закрашивании этих 64 клеток мы перебрали все 64 квадрата 3×3, значит, действительно в каждом из них окажется нечётное количество чёрных клеток.

Ответ: 2^{36} способами.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 марта по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

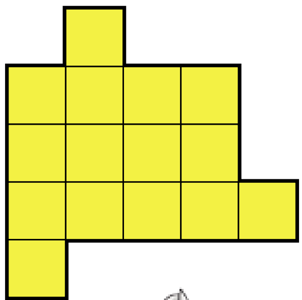
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

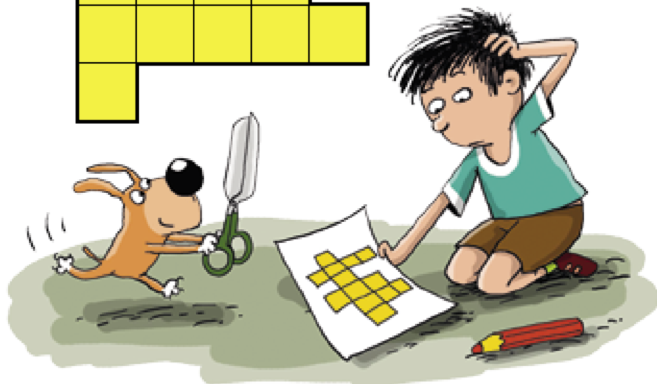
Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

II ТУР

6. Разрежьте фигуру на рисунке на три равные части.





наш КОНКУРС ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Юрий Маркелов, ученик 5 кл. (6), Андрей Меньщиков (7), Григорий Гальперин (8), Григорий Фельдман и Дмитрий Баранов (9), Егор Бакаев (10)

7. Семиклассник Коля считает семизначное число интересным, если его сумма цифр делится на 7. Коля утверждает, что двух подряд идущих интересных семизначных чисел не существует. Не ошибается ли он?

8. Какое число больше и во сколько раз:

$$A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\ldots\left(\frac{1}{97}-\frac{1}{98}\right)\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)$$

или

$$B=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)\ldots\left(\frac{1}{96}-\frac{1}{97}\right)\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{99}\right)?$$

9. На листке бумаги нарисован угол. Квантик хочет проверить, острый этот угол или нет, имея в распоряжении только циркуль. Как ему сделать это, проведя всего одну окружность?

10. а) Во дворе 16 ребят водили хоровод. У каждого в хороводе было ровно три друга – те, с кем он держался за руки, и тот, который стоял напротив. Одного из ребят мама позвала обедать, и он убежал домой. Смогут ли остальные встать в хоровод так, чтобы за руки держались друзья?

б) А если бы хоровод водили 18 ребят?

Художник Николай Крутиков

МИХАИЛ КОРШКОВ, УЧЕНИК 4 КЛАССА,
ДАНИИЛ КОРШКОВ, УЧЕНИК 6 КЛАССА

НЕПРАВИЛЬНАЯ ЗВЁЗДОЧКА

КВАНТИК НАРИСОВАЛ ФРАГМЕНТ ЗВЁЗДНОГО НЕБА С НЕПОЛНОЙ ЛУНОЙ. ЕГО ДРУГ НОУТИК ПОСМОТРЕЛ НА КАРТИНУ И СКАЗАЛ:

– КВАНТИК, ТЫ ОДНУ ЗВЁЗДОЧКУ РАЗМЕСТИЛ НЕПРАВИЛЬНО. НА САМОМ ДЕЛЕ ТАК НЕ БЫВАЕТ.

КВАНТИК ОТВЕТИЛ:

– ПОЧЕМУ НЕ БЫВАЕТ? Я ДУМАЮ, ЧТО ИНОГДА И ТАК МОЖЕТ БЫТЬ.

КАКУЮ ЗВЁЗДОЧКУ ИМЕЛ В ВИДУ НОУТИК?

КТО ПРАВ – НОУТИК ИЛИ КВАНТИК?

Художник Tory Polska