ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№11
ноябрь 2014

ГЛАЗА ЦВЕТА НЕБА

ЛОМАТЬ – НЕ СТРОИТЬ

КАК ТАКОЕ ВОЗМОЖНО?

Enter

№ 11 | ноябрь 2014

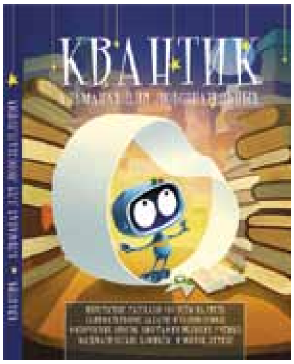
Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)

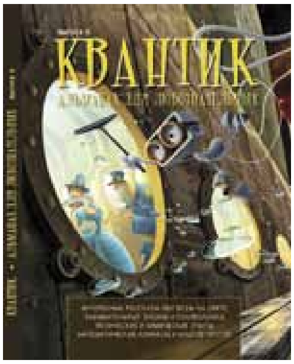
e-mail: kvantik@mccme.ru

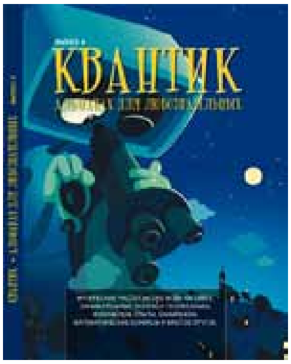
ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252







Первые четыре выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012
и 2013 года,
а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

ISSN 2227-7986 11
9 772227 798145

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

Открыта подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художник Анна Горлач
Формат 84x108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 3000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Александр Бердников

Глаза цвета неба

Обычно окраска предметов возникает таким образом. На них падает белый свет. Белый свет – это смесь разнообразных «чистых» цветов. Каждый предмет какие-то из них поглощает, а какие-то отражает. Упал белый свет на лист дерева – отразился только зелёный, поэтому мы видим лист зелёным. Но так бывает не всегда – например, цвет неба возникает иначе. Об этом мы и поговорим.

Начнём с примера, который легко сделать дома и с которым легко экспериментировать.

Опустите в банку с водой кусочек мыла и понемногу растворяйте его, пока вода не станет мутно-голубоватой. Цвет будет хорошо заметен, если смотреть сквозь бутылку на чёрный фон (фото 1, а). Помимо мыльной воды сгодится сильно разбавленное молоко.

Чем интересна мыльная вода? При взгляде сбоку она кажется голубоватой. Но посмотрите через бутылку на свет – жидкость, будто прозрачный янтарь, окрасится в оранжевые оттенки (фото 1, б).

Такая картина напоминает небо. Оно тоже бывает то голубое днём, то красное на рассвете или закате. Цвет неба – это цвет освещённого солнцем воздуха (атмосферы), который мы видим на фоне чёрного космоса. Воздух, конечно, прозрачнее нашего «неба в бутылке». Его цвет становится заметен, только если смотреть сквозь многокилометровую толщу. При взгляде на далёкий ландшафт заметно, что с удалением он становится синеватым, а затем всё более светлым и однотонным (см. рисунок на полях). На самом деле, это не цвет ландшафта (горы на рисунке покрыты зелёным лесом), а цвет воздуха, сквозь который вы смотрите. При такой толщине его синеватый оттенок уже заметен.

Как же получается, что и у бутылки, и у неба такой переменчивый цвет? Давайте разбираться.

Фото 1 а) б)

ПРОЗРАЧНОЕ КРОШЕВО БЕЛОГО ЦВЕТА

Начнём с мыльной воды. Мыло в ней собирается в микроскопические шарики. В молоке тоже есть отдельные частички: капельки жира и белковые шарики, плавающие в остальном растворе. Может, окраску создают эти частички? В таком объяснении есть проблема: если мы видим просто цвет шариков, то как же они одновременно дают и голубую, и жёлтую окраску раствора?

Может, дело в том, что шариков много? Иногда количество имеет значение: например, отдельные кристаллики сахара (фото 2) или снежинки (фото 3) прозрачны, но их куча выглядит уже не прозрачной, а белой. Почему? Когда на кучу сахара или снега попадают лучи света, они очень много раз отражаются и преломляются в частичках и вылетают из кучи практически во всех направлениях. Это и значит быть белым: белые предметы отражают одинаково во все стороны свет любых оттенков.

Фото 2. Кристаллики сахара

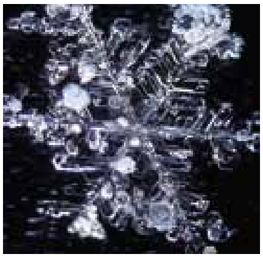


Фото 3. Снежинка

ИСТОЧНИК ОТТЕНКОВ

Мы разобрались, как себя ведёт свет, если встречает множество прозрачных крошек: прозрачность теряется, но новых цветов не появляется. Так получаются белыми облако или пар, состоящие из капелек воды, или дым, состоящий из частичек сажи…

А вот здесь уже начинаются чудеса. Если частички дыма достаточно малы (меньше миллионной доли сантиметра), он приобретает голубоватый цвет, а тень за ним, наоборот, становится рыжеватой (фото 4). То есть свет, пройдя сквозь дым, краснеет. Похожим образом вели себя мыльная вода и разведённое молоко. Может быть, всё дело в размере частичек: достаточно мелкие частицы голубую часть света

Фото 4

отражают во все стороны, а оранжевую не трогают? Тогда бы как раз вышло, что сбоку мы видим рассеянный частичками синий цвет, а сам источник света сквозь них выглядел бы краснее обычного.

Примерно так на самом деле и есть: **если частичка достаточно мала, она сильно рассеивает те цвета, которые посинее, а те, что покраснее, – рассеивает слабо и больше пропускает без изменений.** Этот закон называется законом рассеяния Рэлея, он и отвечает за изменчивость цвета неба, мыльной воды… (сложное объяснение этого закона мы оставим учебникам).

А что же с небом, что летает в нём, порождая его синий цвет? Молекулы самого воздуха, беспорядочно двигаясь, на мгновения образуют как бы «частички» – места, где плотность воздуха немного больше (молекулы сбились в кучку) или меньше (разбежались). Такие неоднородности, да и возможные пылинки, светят нам с неба синей частью света солнца. Прямой свет солнца, чуть растеряв синеву, немного желтеет.

На закате свету солнца приходится преодолевать гораздо больший слой атмосферы, так как он идёт по касательной к поверхности Земли. В результате до нас доходит только самый живучий, не сворачиваемый с пути цвет – красный или даже пунцовый. Красным становится не только солнце, но и слои воздуха около горизонта, потому что доходит до них лишь красный свет. В верхних слоях, где воздух разреженней, рассеяние меньше, и там небо остаётся синим.

Смог в воздухе усиливает рассеяние, и солнце может стать красным и далеко от горизонта – как на фото 5.

Фото 5

ГЛАЗА

Осталась одна тема, которую мы пока не затронули – голубые глаза. Тёмный цвет глаз получается обычным образом. Цвет темнее, если в радужке глаза больше

красящего вещества – пигмента меланина. Меланины часто определяют цвет кожи, шерсти, перьев животных, окрашивая их в тёмные коричневые и жёлтые цвета, как обычная краска. А вот в голубых глазах пигмента нет в передней части радужки, отвечающей за цвет глаз. Откуда тогда берётся их цвет?

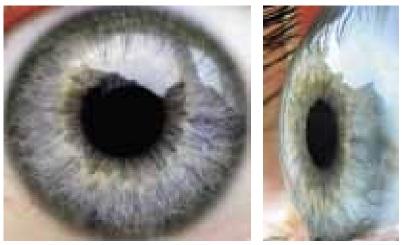
Прочитав всё предыдущее, вы заподозрите, что в радужке голубого глаза должны быть какие-то мелкие тельца. Так и есть, виновники голубого цвета – бесцветные волокна белка коллагена.

Если эти волокна редки, а меланин есть только на заднем слое радужки, делающем его непрозрачным, то глаз имеет синий цвет. Такой цвет глаз обычно бывает у многих светлокожих младенцев: волокна ещё очень редки, меланина нет в помине. Только к годовалому возрасту пигмент начинает заметно выделяться, и глаза темнеют.

Если волокон больше, глаз становится голубого цвета или серого. Будто вы смотрите сквозь бóльшую толщу воздуха на дальнюю гору: синяя дымка становится белёсой.

Различные пигменты могут придать глазу чёрный, коричневый, янтарный цвет. В сочетании с голубым отсветом волокон может получиться болотный или редкий зелёный цвет.

Тут хочется упомянуть такой неожиданный опыт. Поймайте голубоглазого человека – он будет испытуемым. Посмотрите на его глаз сначала «в лоб», а затем сбоку (фото 6), следя за цветом радужки. Она немного изменит цвет и посветлеет!



а) б)

Фото 6

Кстати, синий цвет получается без помощи пигмента не только у человека и не только в глазах. Такой способ синей окраски довольно распространён в живой природе.

ЗАДАЧИ

Наверное, можно уже передохнуть от этой синевы и остановить наш рассказ. На закуску оставляем читателю несколько вопросов.

1. Часто можно заметить, что некоторые облака (несмотря на ясное солнце и середину дня) имеют лёгкий кремовый оттенок (наиболее дальние на рисунке на полях). Как это объяснить?

2. Скорее всего, если вы видели низко стоящую луну, она была слегка жёлтого цвета. Однако солнце на закате часто окрашивается в густой красный цвет. Откуда такое неравноправие?


Фото 7

3. Широко известна ситуация, когда луна краснеет, даже высоко над горизонтом (фото 7). Это происходит при лунном затмении, когда тень от Земли падает на Луну. Почему луна краснеет в этом случае?

ДОПОЛНЕНИЕ: КАК ВОССТАНОВИТЬ ПРОЗРАЧНОСТЬ

Глядя на сахар или снег, сложно поверить, что они состоят из прозрачных частичек. Убедить себя в этом вам помогут следующие опыты. Если сахар или снег смочить холодной водой, их куча станет однородней: вода не так сильно отличается (оптически) ото льда и сахара, как воздух. Куча теперь выглядит как единое прозрачное тело, хотя всё ещё неоднородное.

Бумагу тоже можно сделать слегка прозрачной, если смочить водой или маслом (см. фото 8). В случае с водой главное – выдавить воздух, чтобы вода его полностью заместила. Бумага состоит из прозрачных волокон целлюлозы, но на воздухе из-за их большого количества выглядит белой, подобно куче сахара.

Сложнее всего будет с молоком. Оно непрозрачно из-за капелек жира – у него с водой оптические свойства различны (вклад белковых шариков в непрозрачность невелик). Но если мы растворим в молоке сахар, показатель преломления этого сиропа увеличится и станет таким же, как и у жира.

Налейте чуть-чуть воды (не более трети!) в прозрачную баночку и понемногу растворяйте в ней молоко. Остановитесь, как только жидкость станет непрозрачной (фото 9 а). Теперь растворяйте там же сахар. Его потребуется много, примерно столько же, сколько было раствора. Сахар легче растворяется, если жидкость хорошенько подогреть. Через достаточно концентрированный «коктейль» не составит труда читать текст (фото 9 б).

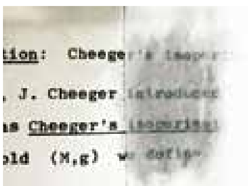
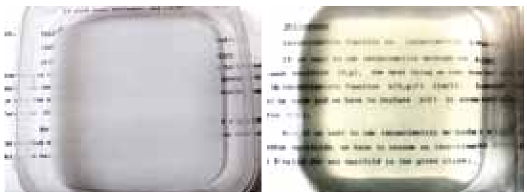


Фото 8


а) б)
Фото 9

Художник Анна Горлач

ПОЖАР НА ОСТРОВЕ

На острове с высокими обрывистыми берегами отдыхала группа туристов. Вдруг на одном краю острова возник пожар. Небольшой ветер дул в направлении от этого края к противоположному, и пожар стал приближаться к туристам. Их гибель казалась неизбежной – или они сгорят, или разобьются, упав с высоких берегов. Однако туристам удалось спастись. Как?

Художник Tory Polska

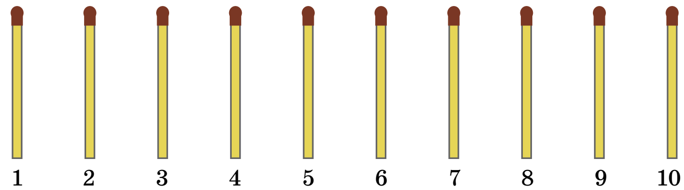
Игры и Головоломки

Игорь Акулич

ЛОМАТЬ – НЕ СТРОИТЬ

Сказать, что эта головоломка старая, – значит ничего не сказать. Она *очень* старая, скорее даже *древняя*. Имя её автора, к сожалению, сгинуло в глубине веков.

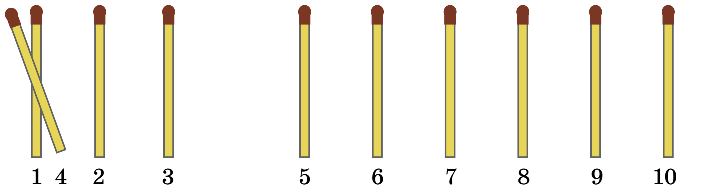
Итак, на столе выложено в ряд 10 спичек (для удобства они пронумерованы слева направо):



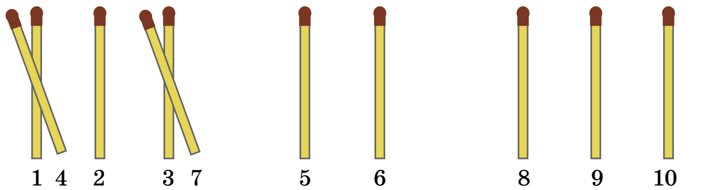
Разрешается выбрать любую спичку, перенести её влево или вправо *через две* спички и положить после этого на стол или на другую спичку (верхнюю спичку при этом кладём под углом, чтобы получился «косой крест»). Такую операцию назовем *ходом*. Требуется за 5 ходов собрать спички в 5 пар.

Ясно, что меньше чем пятью ходами обойтись невозможно. Однако и за 5 ходов это сделать не так-то просто – бездумное перекладывание спичек абы как, скорее всего, заведёт в тупик. Например:

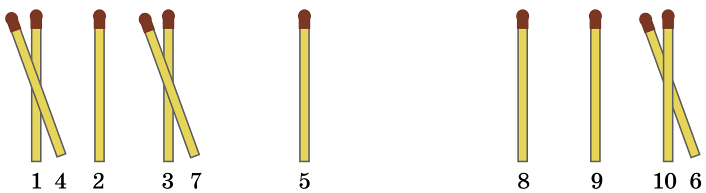
1-й ход:



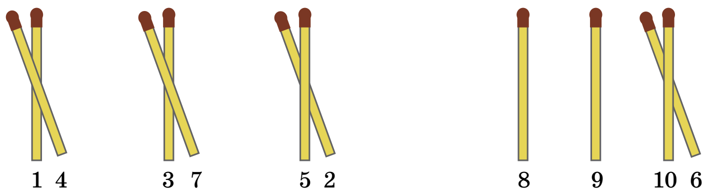
2-й ход:



3-й ход:



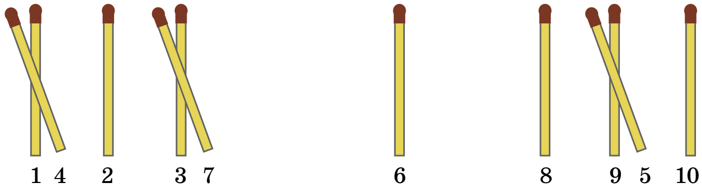
4-й ход:



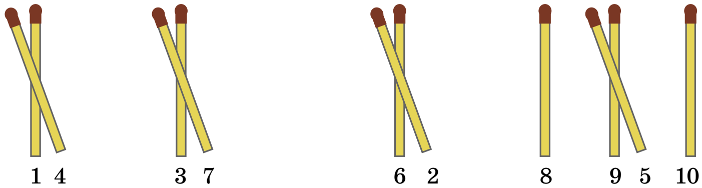
Всё – что называется, приплыли! Соединить в одну пару спички номер 8 и 9 невозможно – они лежат рядом, а должны быть разделены парой соседних спичек.

Так, может, задача вообще не имеет решения? К счастью, имеет. Сохраним в приведённом ошибочном решении первые два хода и, начиная с третьего, пойдём другим путём:

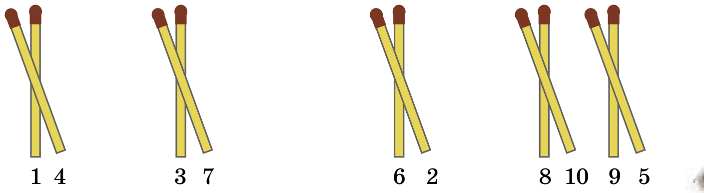
3-й ход:



4-й ход:



5-й ход:

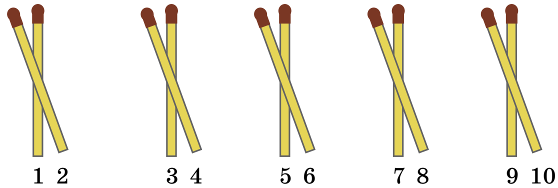


Значительно более устрашающе выглядит усложнение этой головоломки, где в ряд выложены не 10, а 15 спичек и надо укомплектовать их за 10 ходов в 5 групп по 3 спички, если переносить каждую спичку можно через 3 другие спички. Рискните! После нескольких попыток у вас может создаться впечатление, что это вообще невозможно.

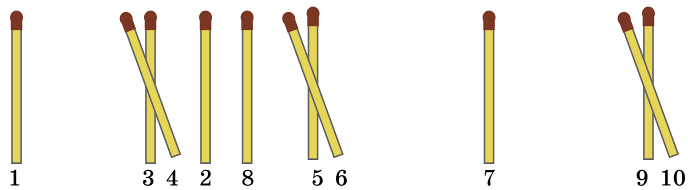
И здесь нам на помощь приходит столь же древняя, как и сама задача, народная мудрость: «Ломать – не строить: душа не болит». Давайте стартовать от итоговой конфигурации – когда спички уже собраны в пары либо тройки – и поставим перед собой цель: разрушить конструкцию, превратив её в ряд отдельных спичек. При этом каждую спичку можно, как и прежде, переносить через 2 (или соответственно 3) другие спички, после чего класть её просто на поверхность

стола. Если нам удастся провести такой «демонтаж», то, проделав затем все операции в обратном порядке, мы успешно выполним и «строительство».

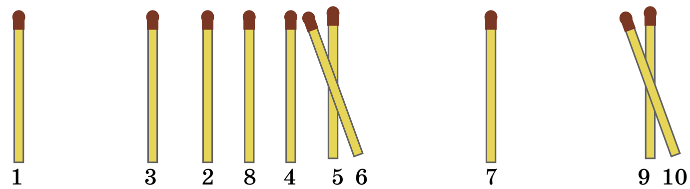
Сразу становится ясно, что такую задачу решать куда как проще (ломать – оно и впрямь не строить). Итак, рассмотрим пять пар спичек (занумеровать их удобнее по-другому – как на рисунке):



Чтобы обеспечить возможность успешного разрушения, нам надо «организовать» пару (или больше) отдельных спичек, лежащих рядом. Это проще простого: спичку номер 2 переносим через пару спичек (3, 4), а спичку номер 8 – через пару спичек (5, 6). Получится следующее:

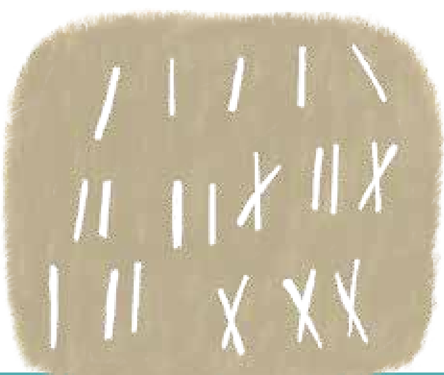


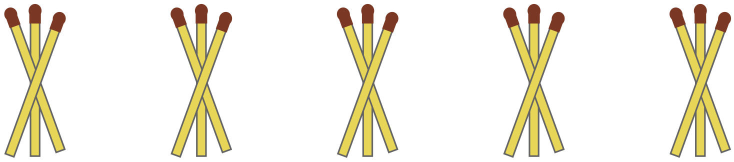
Дальше разделяем пару спичек (3, 4), используя для этого спички 2 и 8:



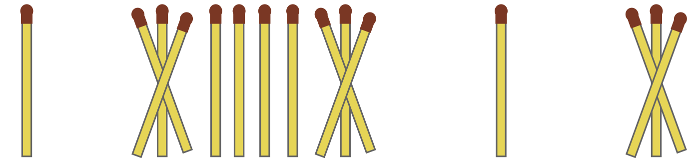
Затем очевидным образом «располовиниваем» пару (5, 6), используя для этого спички 8 и 4, а затем и пару (9, 10) посредством спичек 5 и 7. Не будем даже рисовать – и так всё ясно. А дальше – включаем задний ход, и собираем из 10 отдельных спичек 5 пар по 2 спички, что от нас и требовалось.

Ничуть не сложнее ситуация с пятью тройками спичек:





Здесь вторую и третью слева тройки спичек используем для разрушения первой и четвёртой троек. Получим следующее:



Далее, используя образовавшуюся группу из отдельных спичек, разрушаем вторую и третью тройки, а потом уже и пятую (как это сделать – вполне очевидно).

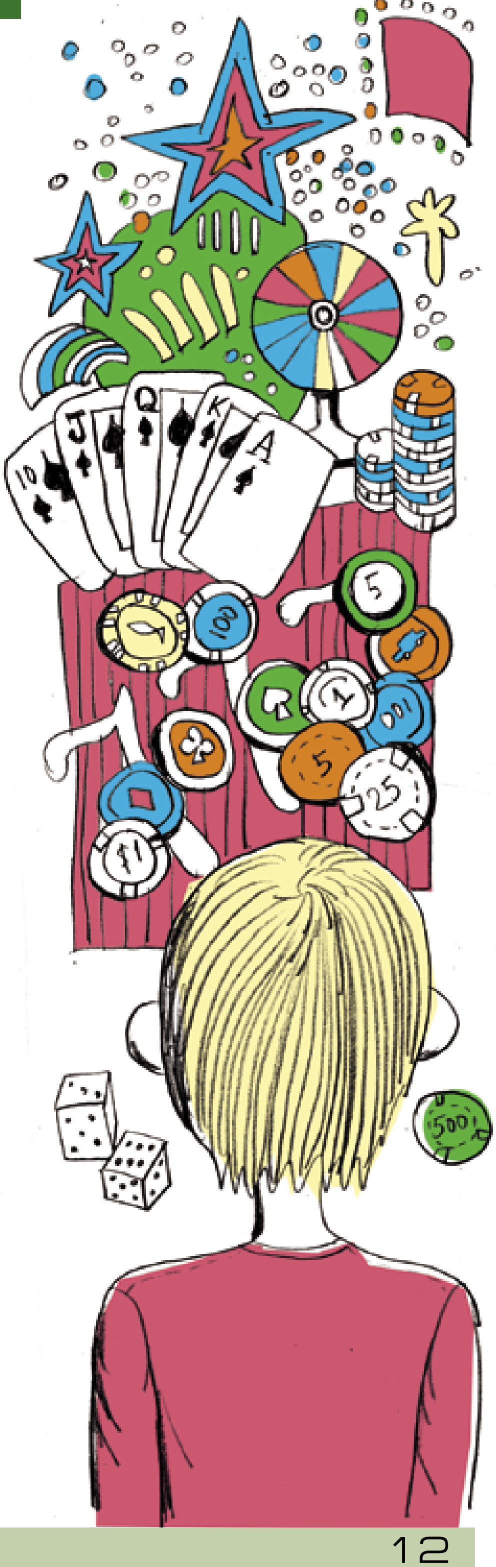
Задача допускает естественное обобщение, в котором в ряд выложено kn спичек, и требуется, каждый раз перенося спичку через n других спичек, сложить их в k групп по n спичек. Какое минимальное число ходов для этого потребуется? Так как в каждой из групп одна спичка (самая нижняя) уже лежит на месте, то сверху на неё надо положить $n-1$ спичек, и потому всего потребуется никак не меньше $k\,(n-1)$ ходов.

Но тогда возникает другой вопрос: а при каком *наименьшем* k задача разрешима? Найдите самостоятельно ответ на этот вопрос. Между прочим, известный популяризатор математики Б.А. Кордемский, также упоминающий в своей «Математической смекалке»[1] рассмотренную нами задачу, утверждает буквально следующее: «...для составления групп по n спичек в каждой путём перекладывания каждой спички через n других спичек необходимо $5n$ спичек». То есть Кордемский полагает, что минимальное значение k равно 5. Попробуйте подтвердить или опровергнуть его гипотезу.

И ещё один вопрос: при каком наименьшем k перекладка возможна, если не требовать, чтобы результат был достигнут ровно за $k(n-1)$ ходов (а допускается большее их количество)?

[1] 3-е издание, Москва, ГИТТЛ, 1956, стр.38-39.

Борис Дружинин



О ПОЛЬЗЕ РЕКЛАМЫ

Лиза и Вова путешествовали по США. Они сфотографировали статую Свободы, побывали на Ниагарском водопаде, вдоволь порезвились в Диснейленде, два дня бродили по Йеллоустонскому национальному парку и просто не могли оставить в стороне Лос-Анджелес с его легендарной аллеей славы голливудских кинозвёзд. И тут Вова принялся уговаривать Лизу съездить в Лас-Вегас.

– Всего-то 250 миль. Это же мировой центр игрового бизнеса!

– Вот-вот, – покачала головой Лиза. – Тебя нельзя к играм близко подпускать. Ты же на неделю там застрянешь и все деньги просадишь. Да и как мы доберёмся? Туда же железной дороги нет, а на самолёте слишком дорого.

– Доедем на автобусе, – предложил Вова. – Давай, рискнём. Я только посмотрю, а играть не буду.

И друзья рискнули. Походили, посмотрели на многочисленные казино и не удержались – бросили по жетончику в игральный автомат. Лиза проиграла, а Вове повезло на целых 30 долларов. Он хотел купить ещё один жетончик, но Лиза его остановила.

– Второй раз не повезёт. Лучше на эти деньги в кино сходим.

– Ты со своим знанием языка всё поймёшь, а я буду только ушами хлопать, – усмехнулся Вова. – Ты иди, а я посижу в тенёчке да мороженое съем.

На том и порешили. Когда через два часа Лиза вышла из кинотеатра, Вова действительно сидел на скамейке и ел мороженое. Но Лиза знала Вову давно и по его виду сразу поняла, что случилось что-то нехорошее. И не ошиблась. Вова, почувствовав свободу, не удержался, зашёл в казино и оставил там все деньги. А того, что осталось у Лизы, на обратную дорогу в Россию не хватало.

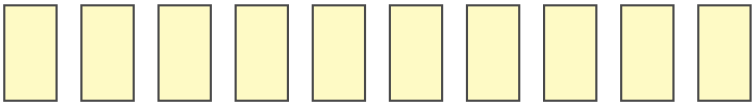
Что делать? Звонить домой родителям, чтобы те выслали деньги? Стыдно. Заработать самим мытьём посуды в каком-нибудь кафе? Для этого потребуется слишком много времени. Есть над чем задуматься. И тут Вова вспомнил, что видел в казино необычный игральный автомат. Этот автомат предлагал решить простенькую задачку и получить за правильный ответ огромный приз.

– Попробуем, – предложил Вова. – Мы что, решить задачку не сможем? Только я условие на английском толком не разобрал.

И друзья побрели к автомату. Там на экране монитора виднелись 10 прямоугольников и горела призывная надпись.

«Впиши в каждый прямоугольник только одну цифру от 0 до 9, причём все цифры должны быть разными. Порядок цифр может быть любым. Между прямоугольниками поставь знаки + и в одном месте поставь знак =. Добейся, чтобы сумма цифр слева от знака равенства была равна сумме цифр справа от знака равенства. Если тебе это удастся, получишь приз 100 000 долларов!

Цена жетона на одну попытку – 1000 долларов!»

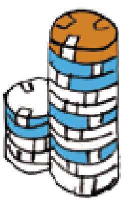


– Нет у нас таких денег, – вздохнула Лиза. – Надо что-то ещё придумать.

Возможно ли выполнить условие этой задачи?

Друзья грустно побрели по улице. Редкий в Лас-Вегасе дождь заставил их спрятаться в магазине. Ребята полюбовались новинками бытовой техники. Особенную зависть вызвал у них умный пылесос, который сам включается в установленное время, объезжает всю квартиру и возвращается на место.

Вова поупражнялся в английском языке и сам перевёл небольшое объявление:



Дождь быстро закончился, и ребята вышли на улицу. Там они заглянули в небольшое кафе и заказали себе по порции мороженого и чашечке горячего кофе. А Вова всё продолжал восхищаться своим самостоятельным переводом рекламы термоса, на что Лиза протянула ему забытую кем-то газету и предложила попрактиковаться ещё. Не прошло и получаса, как Вова торжественно прочитал и перевёл на русский язык сообщение из раздела «Судебная хроника».

«Некий Ричард Овертон подал в суд на пивоваренную компанию. Он обвинял пивоваров в том, что в рекламном ролике этой компании был сюжет о том, что человек, выпивший баночку рекламируемого пива, купил лотерейный билет и выиграл по нему 50 тысяч долларов. После просмотра ролика мистер Овертон побежал в магазин, купил упаковку пива, но сколько ни пил, в лотерее удачи не дождался.

Считая себя жертвой рекламы, Овертон тут же предъявил претензию к пивоваренной компании, обвиняя её в том, что он понёс напрасные затраты и испытал глубочайшее разочарование. Иск удовлетворён».

Вова обвёл взглядом пустые кофейные чашки и вазочки из-под мороженого и воскликнул:

– Прекрасно! Идём в магазин покупать термос.

– Да, у меня тоже похожая мысль мелькнула, – согласилась Лиза.

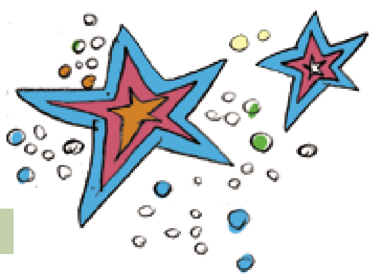
Друзья купили знакомый термос и уже через 15 минут подали в суд иск на фирму-производителя за ложную информацию.

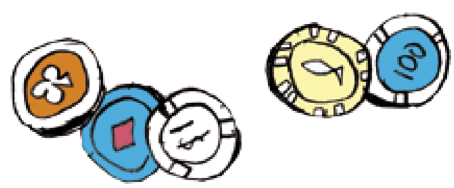
– Фирма даёт гарантию своим термосам на 24 часа. Как же вы с другом за 15 минут убедились в обмане? – спросил судья Лизу.

– Очень просто, – пояснила Лиза. – Мы ...

Что же сделали с термосом Лиза и Вова?

Суд удовлетворил иск, так что ребята не только приобрели билеты на самолёт в Россию, но и накупили множество подарков для всех знакомых.





Художник Артём Костюкевич

Игры и головоломки

Михаил Евдокимов

Сложите прямоугольник

Сложите из шести клетчатых фигурок прямоугольник без наложений и пустых клеток.

Можно вырезать фигурки из листка в клетку и складывать на столе. А можно составлять прямоугольник на компьютере с помощью программы «Уголки»: http://zadachi.mccme.ru/2012/ntz.html

Художник Анна Берналь

Четыре задачи

Материал подготовил Михаил Евдокимов

Как такое возможно?

Придумайте правдоподобные объяснения и пришлите их по адресу kvantik@mccme.ru с пометкой «Четыре задачи». Самые оригинальные ответы, а также ответы редакции будут опубликованы

ДВА ДРУГА

Два друга живут в разных квартирах в одном доме в Москве. Все окна одного выходят на юг, а все окна другого – на север. Тем не менее, друзья могут регулярно видеть друга из окон своих квартир.

Как такое возможно?

УЗЕЛ

На столе лежит верёвка длиной 1 метр, как показано на рисунке. Можете ли вы взять её за концы и, не отпуская их, завязать узел?

ЗАПРЕТ

В аэропорту ввели запрет на провоз предметов, длина, ширина или высота которых превосходят 1 м. Но Петя придумал, как провезти лыжи длиной 1 м 40 см. Придумайте и вы.

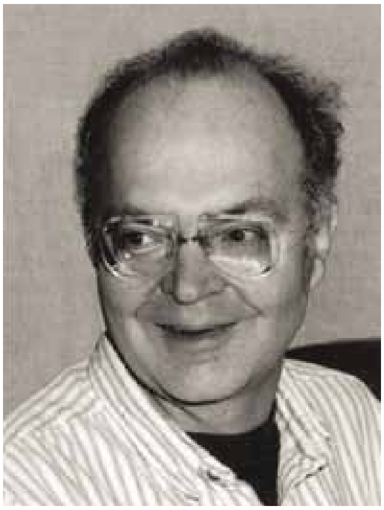
НА ОХОТЕ

Охотник прошёл 1 км строго на юг, затем 1 км строго на восток и 1 км строго на север. В итоге он оказался в исходной точке и увидел там медведя. Как такое могло произойти и какого цвета был медведь?

Художник Евгения Константинова

Григорий Фельдман

Дональд Кнут



Дональд Эрвин Кнут

1958 год. Дональд Кнут и его первый компьютер IBM-650

TEX

Логотип системы TeX (произносится не «текс», а «тех», это греческие буквы)

Покупая сегодня компьютер, можно быть уверенным: через пять лет он будет считаться устаревшим, и многие новые программы даже не запустятся на нём. Срок жизни программ тоже обычно невелик: новые программы рассчитаны на бо́льшие вычислительные мощности и потому быстрее, удобнее, красивее старых.

Так что же – пользоваться компьютерными учебниками или программами, написанными пять лет назад, бесполезно: всё равно они безнадёжно устарели? Обычно это так, но бывают исключения. Например, один из самых популярных учебников по компьютерным наукам начал печататься аж в 1968 году – это многотомник американского учёного Дональда Кнута «Искусство программирования для ЭВМ» («The Art of Computer Programming»). А бо́льшая часть физико-математической и технической литературы по сей день верстается на компьютерах с помощью системы TEX (обычно пишут: TeX), которая практически не изменялась с 1989 года. Кстати, TeX создал тот же Дональд Кнут. Что же это за уникальный человек?

Дональд Эрвин Кнут родился в 1938 году в американском городе Милуоки. В детстве он был очарован печатными изданиями и уже в пятилетнем возрасте отметил все «засечки» у букв в своей азбуке. В юности Дональд увлёкся игрой на саксофоне и трубе и думал, что станет профессиональным музыкантом. Однако поступил Кнут в Западный университет Кейза, где активно занялся физикой. На первых курсах он считал чистую математику весьма скучной, но после встречи с Полом Гюнтером, математиком с незаурядным чувством юмора, Кнут заинтересовался ею.

В 1956 году Дональд впервые познакомился с компьютером. Он внимательно анализировал примеры программ из руководства для пользователя и многие из них существенно улучшил. Через два года Кнут написал программу, подсчитывающую рейтинг игроков университетской баскетбольной команды по статистике бросков, передач и т. п.; программа имела неожиданный успех, и о ней написали в газетах.

Никто не может «владеть» математической формулой. Математика принадлежит Богу.

Дональд Кнут

о недопустимости патентов на программное обеспечение

По окончании университета Кейза в 1960 году Кнут поступил в аспирантуру Калифорнийского технологического университета, где продолжил свои изыскания в области компьютерных наук (Computer Science). В 1963 году он защитил диссертацию. Ещё будучи аспирантом, в 1962 году Кнут задумал свой многотомник, «библию для программистов», где хотел изложить фундаментальные алгоритмы, применяющиеся при написании программ. Выходившие с 1968 года тома пользовались большим успехом, и через несколько лет их решили переиздать. Но случилась весьма необычная история.

Все уже вышедшие тома «Искусства программирования» были напечатаны в типографии на *монотипе*[1]. Но в 1974–75 годах монотипы вытеснила намного более дешёвая технология *фотонаборной печати*[2], при которой сложные формулы получались уродливо. Кнут был крайне разочарован тем, как будет выглядеть его книга после фотонабора. С большим трудом он нашёл монотип и добился перевёрстки на нём. Однако после полного исчезновения монотипов было непонятно, как добиваться красиво изданных книг.

13 мая 1977 года Кнут составил план создания компьютерной системы вёрстки TeX. Он рассчитывал осуществить этот план месяцев за восемь, но сильно недооценил объём работ, затянувшихся более чем на 10 лет. В итоге помимо самой системы TeX были созданы: язык программирования METAFONT для рисования шрифтов; специальный язык программирования, на котором была написана система TeX; а также концепция «грамотного программирования» (англ. *literate programming*). Эта концепция позволяет писать программу на понятном человеку, «литературном» языке; позже «слова» из этой программы обрабатываются специальной программой, выдающей код на языке, понятном компьютеру.

Премия имени Грейс Хоппер от Ассоциации вычислительной техники (ACM) впервые была присуждена в 1971 году. Кнут получил её от самой Хоппер

[1]Монотип – это буквоотливная машина, набор на ней получался в виде строк, составленных из отдельных литер и пробелов между ними. Монотипы применялись с конца XIX века и позволяли печатать книги, свёрстанные по «классическим» канонам, с учётом всех рекомендаций великих печатников.

[2]Суть этой технологии примерно такая: на специальной площадке (шрифтоносителе) в пазы вставляются буквы и другие значки, после чего изображение «фотографируется» и «проявляется». Процесс этот быстрый, но добиться с его помощью красивой вёрстки текстов с большим количеством сложных формул мешает конструкция шрифтоносителя.

Пример записи формулы в TeX'е и сама формула:

```
$$\frac{\sqrt{3}}{\alpha^2+x^2\cdot(a-b)}$$
```

$$\frac{\sqrt{3}}{\alpha^2+x^2\cdot(a-b)}$$

> *В этом коде могут быть ошибки. Я лишь доказал, что он работает, но не проверял на компьютере.*
>
> Дональд Кнут

Квантик

Квантик

Квантик

КВАНТИК

Квантик

Шрифты, полученные программой METAFONT

`$\mathrm{F}$`	F
`$F$`	F
`$\mathbb{F}$`	$\mathbb{F}$
`$\mathcal{F}$`	$\mathcal{F}$
`$\mathsf{F}$`	F
`$\mathfrak{F}$`	$\mathfrak{F}$

Иногда в математической статье обозначений настолько много, что одна буква соответствует двум разным объектам. В этом случае можно использовать другой шрифт. Слева: запись в TeX'е, справа: напечатанная буква

Дональд Кнут за игрой на органе. Фото: Peter Badge

В 1982 году системой TeX уже можно было пользоваться для набора текстов, и новое издание «Искусства программирования» было подготовлено в TeX'е. Особенностью TeX'а стала отточенная вёрстка сложных формул, отвечающая классическим канонам. Есть даже высказывание: «TeX – стандарт для набора формул, к которому стремятся приблизиться все остальные издательские системы». Кроме того, Кнут выложил эту систему в свободный доступ, она бесплатна. В результате TeX как бы объединил всех математиков: не обязательно переписываться, вставляя в текст формулы «от руки» – каждый может легко освоить TeX и набирать тексты с формулами любой сложности. TeX стал стандартным форматом научных публикаций, и сейчас большая часть физико-математической литературы верстается в программах, основанных на TeX'е. Для набора формул в Википедии и на некоторых других сайтах также применяется TeX.

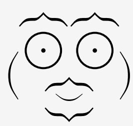
В 1989 году была выпущена версия TeX 3.0, оказавшаяся исключительно стабильной. С тех пор исправляются только небольшие ошибки, а очередные версии TeX'а нумеруются десятичными знаками числа π. На 2014 год актуальна версия 3.1415926. Кнут завещал, когда он покинет этот мир, присвоить текущей на тот момент версии номер π, а все ошибки, которые останутся, считать особенностями системы.

Первым не латинским шрифтом, появившимся в TeX'е, была кириллица. Кстати, Кнут знает русский язык – он выучил его, чтобы читать работы русских математиков в подлиннике. Одним из друзей Кнута был советский программист Андрей Петрович Ершов, чьи книги автор TeX'a очень ценит.

Кнут всегда чрезвычайно беспокоится о точности и правильности того, что он пишет. Чтобы избавиться от ошибок в TeX'е и в книге «Искусство програм-

```
$$\begin{matrix}
{\overbrace{\bigodot}\overbrace{\bigodot}
\choose \underbrace{\overbrace{\smile}}}
\end{matrix}$$
```

$\xrightarrow{\TeX}$



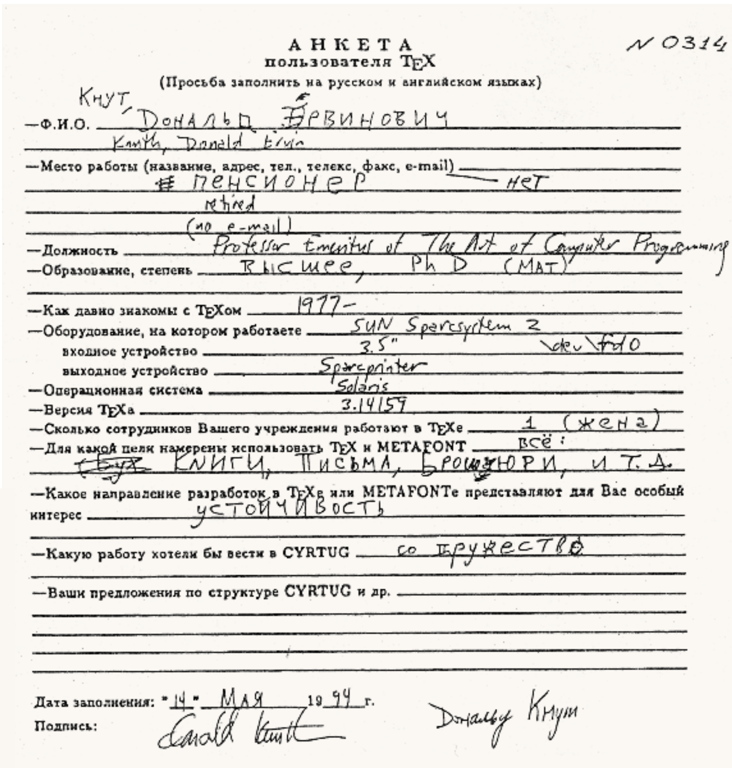
> *Я не могу прийти в ресторан и просто заказать еду, потому что начинаю изучать шрифты в меню.*
>
> Дональд Кнут

мирования», он придумал оригинальную систему: за каждую найденную ошибку выплачивалось небольшое денежное вознаграждение. Например, в первый год после выхода «Искусства программирования» каждый нашедший ошибку получал от автора чек на $2,56. Получение подобного чека – дело очень редкое и почётное, поскольку даже первоначальные версии были практически безошибочны. Большинство обладателей этих чеков не отнесли их в банк, а оставили на память. Сейчас Кнут вместо чеков высылает шуточные сертификаты.

Чек от Кнута на $2,56 = 2^8 центов

Кнут работает над «Искусством программирования» по сей день. В 1990 году он вышел на пенсию, чтобы целиком посвятить себя написанию этого труда. В 2011 году была выпущена первая часть 4 тома, а на сайте автора можно скачать несколько фрагментов второй части.

В свободное время Кнут занимается музыкой. В 1977 году он опубликовал шутливую статью «Оценка сложности песен», в которой постарался дать математическое описание популярных песен.



№ 0314

АНКЕТА
пользователя TEX
(Просьба заполнить на русском и английском языках)

—Ф.И.О. Кнут, Дональд Эрвинович
Knuth, Donald Ervin
—Место работы (название, адрес, тел., телекс, факс, e-mail) — нет
пенсионер
retired
(no e-mail)
—Должность Professor Emeritus of The Art of Computer Programming
—Образование, степень высшее, PhD (мат)
—Как давно знакомы с TEXом 1977–
—Оборудование, на котором работаете SUN Sparcsystem 2
входное устройство 3.5" \dev\fd0
выходное устройство Sparcprinter
—Операционная система Solaris
—Версия TEXа 3.14159
—Сколько сотрудников Вашего учреждения работают в TEXе 1 (жена)
—Для какой цели намерены использовать TEX и METAFONT всё:
~~букв~~ книги, письма, брошюры, и т.д.
—Какое направление разработок в TEXе или METAFONTе представляют для Вас особый интерес устойчивость
—Какую работу хотели бы вести в CYRTUG со дружество
—Ваши предложения по структуре CYRTUG и др.

Дата заполнения: «14» мая 1994 г.
Подпись: Donald Knuth Дональд Кнут

В «почётные пользователи» собственной издательской системы и её кириллической версии Дональд Кнут был принят в мае 1994 г., когда по приглашению Санкт-Петербургского университета посетил Санкт-Петербург для получения звания доктора honoris causa СПбГУ.

Как вы думаете, какую формулу описывает это TeX-выражение:

```
$$\sqrt{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{x^2}{2}}$$
```

Анна Могилева

Попасть в точку

Бусенька, Горгулий и Ушася шли к лесному озеру и рассказывали друг другу смешные истории.

– И тут она говорит: давай ещё раз познакомимся! – завершил свой рассказ Горгулий, и друзья дико захохотали.

– Бусенька, – внезапно спросил Ушася,– ты знакома с дятлом Спятлом?

Горгулий вежливо перестал дико хохотать и уставился на Ушасю.

– С дятлом Спятлом? Конечно, знакома! И ещё раз познакомлюсь! – сказала Бусенька, и все опять захохотали, но уже не так дико. Прохохотавшись, Бусенька как ни в чём не бывало продолжила:

– Что же ты хочешь узнать о дятле Спятле?

– Не помнишь, когда у него день рождения? – спросил Ушася совсем без интонации, опасаясь вызвать новый приступ хохота.

– Ещё как помню. Я ходила к дятлу Спятлу на день рождения в прошлом году, – заявила Бусенька. – Но вам не скажу! Угадайте!

– Но ка-а-а-ак?

– Вероятность угадать одна триста шестьдесят пятая. Дерзайте! А я буду управлять процессом. Ушасик, в году четыре времени года. Какие ты знаешь? Разбей их на пары и скажи нам.

– Сентябрь, ноябрь, июнь и… май! – попытался вспомнить Ушася.

– Это же месяцы! – вмешался Горгулий.

– Да-а-а, Ушасик… – удивленно протянула Бусенька.

– А давай я разобью! Год делится на зиму, весну, лето и осень. Разбиваю на пары: зима–лето, весна–осень, – со знанием дела сказал Горгулий.

– Отлично! Ушасик, выбери одну из пар! Любую!

– Зима и лето! – припоминая, что такие времена года действительно существуют, произнёс Ушася.

– Молодец! Горгулий, следующим выбираешь ты: зима или лето? – таинственно прошептала Бусенька, словно от этого выбора зависело, будет круглый год зима или лето.

– Я выбираю лето! Это прекрасный сезон вкусных бабочек, цветов, ягод и тёплого душа из дождя, – мечтательно произнёс Горгулий.

– И купания в озере, – добавил Ушася.

– Вам потрясающе везёт! Но всё ещё впереди! Ушасик, ты у нас эксперт по месяцам! Назови нам три летних месяца и выбери один из них!

– Янв… ой, нет-нет! Июнь, июль и август! Выбираю июнь.

– Продолжаем дальше. Горгулий, выбери один из оставшихся месяцев!

– Август! – твёрдо и решительно произнес Горгулий.

– Итого, у нас остался июль. Переходим к следующему угадыванию.

– А когда мы будем купаться? – нетерпеливо спросил Ушася.

– Терпение, мой друг, терпение! В июле 31 день. Горгулий, выбирай: чётные или нечётные дни?

– Чётные!

– Следующий раунд. Ушася, нам остаются нечётные дни. Разбиваем их на две половинки: нечётные от 1 до 15 и от 17 до 31. Выбирай любую!

– Выбираю вторую, сколько можно, мне всё надоело, хочу купаться!

– Мы почти у цели. Остались нечётные числа от 1 до 15. Горгулий! Снова разбиваем их на две группы: 1, 3, 5, 7 и 9, 11, 13, 15. Твой выбор?

– Выбираю первую группу!

– Великолепный выбор! Ушасик! Разбиваем эту группу на две: 1, 3 и 5, 7. Выбирай!

– 5 и 7! Всё, я бегу купаться, ничего больше не хочу знать о дятлах Спятлах! – и Ушася прыгнул в воду.

– Горгулий! Осталось всего два числа, это 1 и 3! Решайся!!! – торжественно произнесла Бусенька и тоже прыгнула в воду.

Когда Бусенька и Ушася вылезли из воды, Горгулий всё ещё не выбрал.

– Горгулий! 1 или 3? – спросили хором Бусенька и Ушася.

–Мм… Гм… 3!

– Умница! Вот, видите, как просто угадать день рождения!

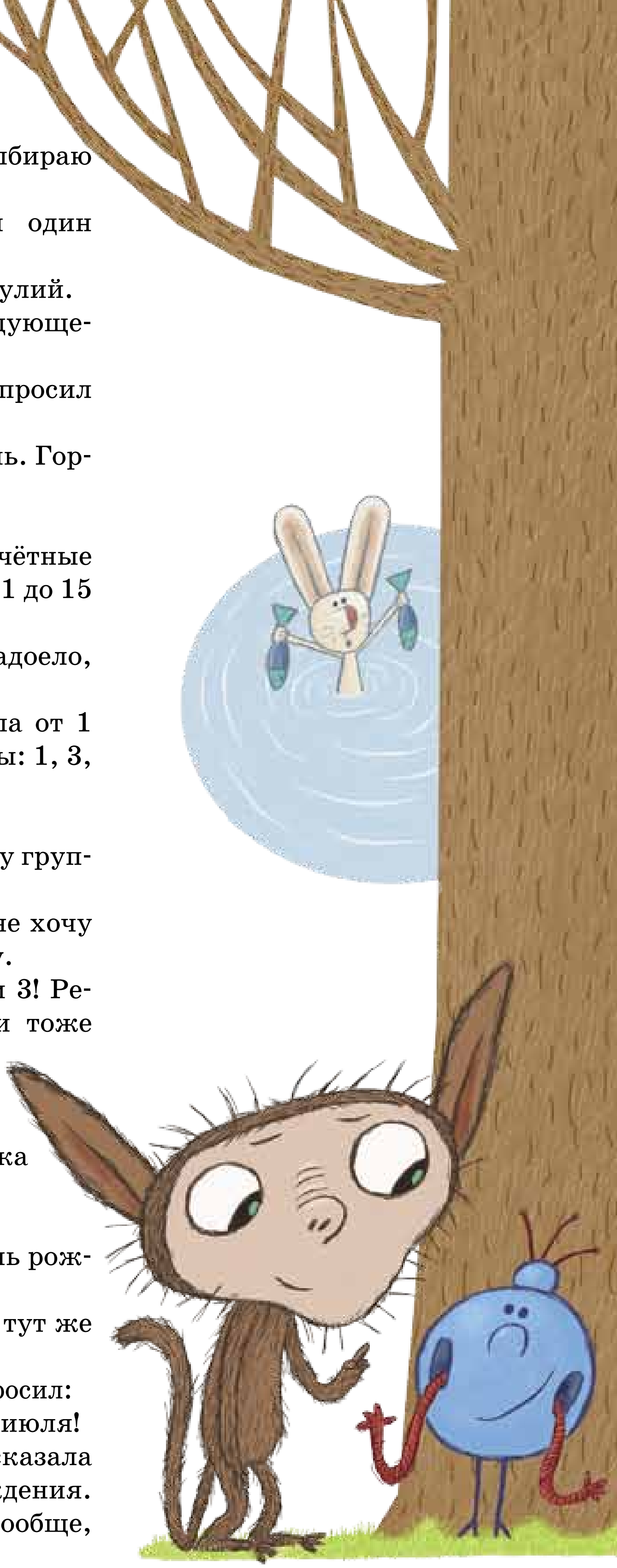
– Невероятно!!! 3 июля! – завопил Горгулий и тут же бросился в воду.

Через секунду Горгулий высунулся из воды и спросил:

– Но ведь я же мог выбрать не третье, а первое июля!

– Тогда я не стала бы тебя хвалить, а просто сказала бы, что остаётся третье – и это тот самый день рождения. На самом деле, не очень-то много вы угадали. И вообще, хватит об этом. Дятел Спятел надоел!

Горгулий медленно ушёл под воду.



Художник Инга Коржнева

ВЫПУСК 4 2/3 ПРАВ/ДЫ

Сергей Федин

КУНЬЛУНЬ, КРЫЛОВ И АЛЕХИН

Две из этих историй известны, а одна совершенно невероятна. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

КУНЬЛУНЬ

У каждого народа есть свои герои-весельчаки. У турок, например, это неунывающий Ходжа Насреддин, о проделках которого мы уже рассказывали. А вот любимый герой китайских анекдотов – Куньлунь, живший почти тысячу лет назад.

Рассказывают, что Куньлунь больше всего на свете любил тишину. И надо же так случиться, что ему достались очень шумные соседи. С одной стороны целый день грохотал в своей кузнице кузнец, а с другой все время стучал молотком столяр. По несколько раз в день совершенно измученный Куньлунь уговаривал обоих соседей куда-нибудь переехать, обещая в этом случае устроить им настоящий пир. И вот как-то раз кузнец и столяр пришли к Куньлуню с радостной вестью, что они переехали. Счастливый Куньлунь устроил им праздник, а под конец спросил, куда же всё-таки они переехали.

– Я в его дом, а он в мой, – ответили кузнец и столяр.

КРЫЛОВ

Если ты ещё не слышал о дедушке Крылове, то скоро обязательно услышишь. Ведь его басни – «Стрекоза и муравей», «Мартышка и очки», «Лебедь, рак и щука» – проходят в школе.

2/3 ПРАВ/ДЫ выпуск 4

Крылов очень любил покушать и был невероятно толстым. Однажды, плотно пообедав, он, как обычно, прогуливался в парке. Тут ему попалась группа веселых студентов. Завидев приближающуюся к ним необъятную фигуру Крылова, один из них решил сострить:

– Вот идёт туча, – громко произнёс он. – Сейчас будет дождь.

– Ну да, – не растерялся баснописец, – оттого-то, наверно, и лягушки расквакались.

АЛЕХИН

Самый известный из российских шахматистов – Александр Алехин, дважды бывший чемпионом мира. Первый раз он надел чемпионскую корону, победив знаменитого кубинца Капабланку. История этого поединка весьма интересна.

Перед последней партией Алехин выигрывал очко, и для победы ему достаточно было свести эту партию вничью. Однако, к несчастью, он разыграл неудачную комбинацию и попал в безвыходное положение. И тогда Алехин придумал маленькую хитрость. Делая правой рукой очередной ход конем на g9, он левой незаметно положил рядом с шахматной доской монету. После чего неожиданно спросил Капабланку:

– Чья эта монета?

Кубинец машинально ответил:

– Ничья.

– Согласен, – радостно согласился Алехин и, поднявшись с места, пожал руку ошеломленному сопернику. Судья тут же зафиксировал ничью, и Алехин стал чемпионом мира.

Художник Капыч

Игорь Акулич

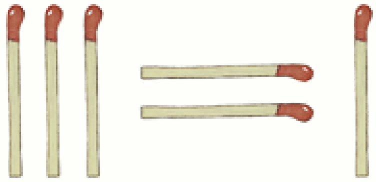
Как можно меньше

Лучше меньше, да лучше
В.И. Ленин

Вниманию читателя предлагаются две задачи, в каждой из которых требуется найти что-либо наименьшее. Иначе говоря – минимум. Но когда вы его достигнете, прежде всего подумайте – а нельзя ли ещё чуть-чуть уменьшить? Итак…

Задача 1

Из спичек выложено следующее числовое равенство:



Какое наименьшее число спичек надо переложить, чтобы оно оказалось верным?

Задача 2

Какое наименьшее число одинаковых треугольников требуется, чтобы составить из них (без «дырок» и наложений) равносторонний шестиугольник?

Художник Елена Цветаева

«НАШ КОНКУРС» (**«Квантик» №9**)

41. *Средний возраст 11 игроков футбольной команды равен 22 годам. Во время матча один игрок получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?*

Ответ: 32 года. Средний возраст – это сумма всех возрастов, делённая на количество людей. Значит, суммарный возраст всех одиннадцати футболистов равен $22 \cdot 11 = 242$ годам. А суммарный возраст оставшихся десяти равен $21 \cdot 10 = 210$ годам. Получается, что возраст ушедшего с поля футболиста равен $242 - 210 = 32$ годам.

42. *У окна стоят четыре девочки (см. рисунок). Каких двух девочек надо попросить повернуться, чтобы выяснить, истинно ли такое утверждение: «Если девочка без очков, то у неё в волосах бантик»?*

Ответ: должны повернуться две центральные девочки. Утверждение «если девочка без очков, то у неё в волосах бантик» неверно в том случае, когда среди этих девочек есть хотя бы одна без очков и без бантика. Таковыми могут оказаться две центральные девочки, их и надо попросить повернуться.

43. *а) Можно ли в таблице размером 6×6 расставить числа так, чтобы сумма четырёх чисел в каждом квадрате 2×2 была отрицательной, а сумма всех чисел таблицы – положительной?*

б) Решите ту же задачу для таблицы 5×5.

Ответ: а) нет: б) да.

а) Нельзя. Разделим квадрат 6×6 на девять квадратиков 2×2. Если бы в каждом из них сумма чисел была отрицательной, то она была бы отрицательной и во всём квадрате.

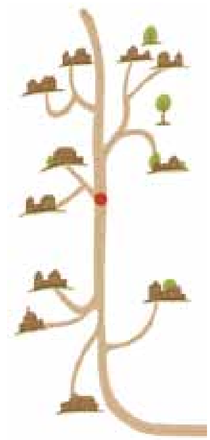
б) Можно. Например, расставим в квадрате 21 единицу и четыре числа «–4» так, как показано на рисунке. Тогда в каждом квадрате 2×2 сумма чисел будет равна $3 - 4 = -1$, то есть отрицательной, а сумма во всей таблице будет равна $21 - 4 \cdot 4 = 5$, то есть положительной.

1	1	1	1	1
1	–4	1	–4	1
1	1	1	1	1
1	–4	1	–4	1
1	1	1	1	1

Есть и много других примеров, например, расставленные в шахматном порядке 13 чисел «100» и 12 чисел «–101»:

100	–101	100	–101	100
–101	100	–101	100	–101
100	–101	100	–101	100
–101	100	–101	100	–101
100	–101	100	–101	100

44. *От шоссе отходят несколько дорог к сёлам (см. рисунок). Укажите на шоссе точку, в которой нужно расположить автобусную остановку, чтобы сумма расстояний от неё до сёл (по дорогам и шоссе) была наименьшей.*



Искомая точка отмечена на рисунке красным.

Предположим, что мы стоим на шоссе в некой точке A, которая находится сверху от красной точки. Тогда в направлении от A к красной точке (и дальше) находятся хотя бы 6 сёл, а в обратном направлении – не более 5 сёл. Сдвинемся в сторону красной точки до ближайшего перекрёстка B – пусть расстояние до него равно s. Тогда мы хотя бы к 6 сёлам приблизимся на расстояние s, и не более чем от 5 сёл удалимся на расстояние s. Значит, сумма расстояний от точки B до сёл будет хотя бы на s меньше, чем от A. Теперь сдвинемся к следующему перекрёстку, и так далее, пока не дойдём до красной точки – сумма расстояний будет всё время уменьшаться!

Аналогично разбирается случай, если A находится ниже красной точки. Значит, красная точка искомая.

45. На плоскости дана точка.

а) Нарисуйте на плоскости несколько кругов так, чтобы они не соприкасались ни с точкой, ни друг с другом, но «заслоняли» точку, то есть чтобы любой луч, выходящий из точки, упирался бы в один из кругов.

б) Какое наименьшее число кругов для этого потребуется?

а) Пример показан на рисунке 1.

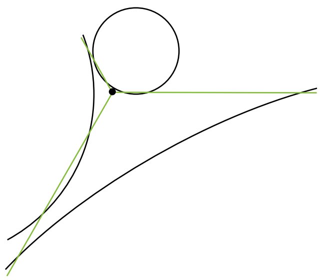


Рис. 1

Проведём из нашей точки три луча под равными углами друг к другу. Эти лучи разделят плоскость на три части – три угла, меньших развёрнутого. Нарисуем первый круг так, чтобы он не задевал точку, но пересекал два из трёх лучей. В результате одна из частей окажется заслонённой. Второй круг нарисуем дальше и так, чтобы он не касался точки и первого круга, но пересекал бы другую пару лучей. Так ещё одна часть окажется заслонённой. Аналогично нарисуем третий круг. В результате любой луч, выходящий из нашей точки, упрётся в один из кругов.

б) **Ответ:** 3 круга.

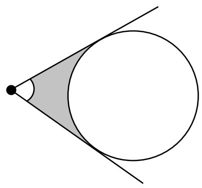


Рис. 2

Лучи, выходящие из точки и упирающиеся в один из кругов, образуют угол, величина которого меньше 180° (это видно из рисунка 2). Так как сумма двух углов, меньших 180°, будет меньше 360°, два круга не смогут «заслонить» точку. Пример с тремя кругами приведён в предыдущем пункте.

КРУГ И ДЫРКА («Квантик» №10)

Идея решения – «выпрямить» дырку, то есть сложить лист так, чтобы дырка превратилась в щель в виде отрезка. Длина окружности-дырки равна $8\pi \approx 25{,}1$ см, поэтому длина идеально «распрямлённой» дырки будет вдвое меньше, около 12,5 см, и диск должен в неё пройти. Но на практике выпрямить дырку не так-то просто.

Если лист с дыркой очень легко гнётся (как ткань) или диаметр дырки немного больше (например, 9 см), можно просто положить диск в складку на дырке (рисунок 1а) и развести края в стороны (рисунок 1б). Дырка частично распрямится, и диск легко в неё проскользнёт.

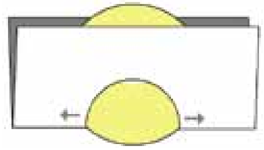


Рис. 1а

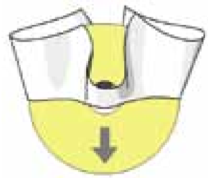


Рис. 1б

Если же диаметр дырки равен 8 см, то, действуя, как показано на рисунке 1, мы можем порвать бумагу. Чтобы этого не случилось, можно заранее аккуратно «выпрямить» дырку, например, как показано на рисунке 2. Синие уголки на рисунке 2а сгибаем внутрь и получаем что-то вроде цилиндра из красных полосок с уголками внутри. Если аналогичным образом просовывать диск в такой цилиндр (рисунок 2б), лист уже не будет рваться, и диск свободно проскользнёт в дырку.

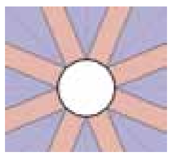


Рис. 2а

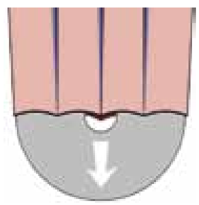


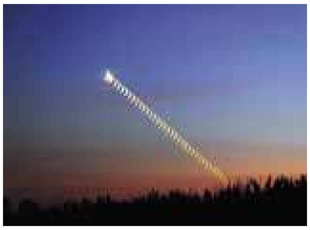
Рис. 2б

ГЛАЗА ЦВЕТА НЕБА

1. Дальние облака краснеют по тем же причинам, что и закатное солнце. Любопытно, что верхняя часть облака краснеет при его отдалении, а низ облака (тоже практически бесцветный вблизи) синеет. Так происходит потому, что низ у облака темнее, и его цвет определяет синева воздуха перед ним (как в случае с горами на иллюстрации на странице 2), а не кремовый цвет самого облака.

2. Чтобы солнце приобрело густой красный цвет, нужно основательно приглушить все остальные цвета. При этом, естественно, яркость сильно падает, так что, бывает, на такое солнце можно не щурясь смотреть.

Если подобную процедуру провести с луной, она, будучи и так не очень яркой, станет совсем тусклой. К тому же, подойдя к горизонту, луна, скорее всего, за чем-нибудь скроется от глаз. Солнце в такой ситуации «выручают» небо и облака, которые оно освещает красным. Так что луна краснеет, как солнце, просто мы на неё в это время не обращаем внимания.



Луна, приближаясь к горизонту, выглядит всё краснее. Фото: Thomas Bresson.

3. При затмении на луну попадают только преломлённые земной атмосферой солнечные лучи, а они по пути теряют все оттенки кроме красных. Вот луна и подсвечена красным. Она, образно говоря, наблюдает закат/восход солнца почти по всей поверхности Земли сразу.

В отличие от заходящей луны, луна при затмении выглядит красной в том числе из космоса, а не только из-под толщи нашей искажающей свет атмосферы.

ПОЖАР НА ОСТРОВЕ

Туристы немного отошли от обрыва в сторону огня, затем развернулись в сторону обрыва и подожгли траву впереди себя (сделали второй фронт огня параллельно первому). Ветер погнал огонь в сторону обрыва, и через некоторое время (до того, как пожар добрался до туристов) трава выгорела. Туристы перешли на выжженную землю и оказались в безопасности.

ЛОМАТЬ – НЕ СТРОИТЬ

Сначала ответим на первый вопрос: при каком наименьшем k можно разложить kn спичек в k групп по n спичек за $k(n-1)$ ходов?

Наименьшее значение k равно 4, то есть Б.А. Кордемский на это раз немного промахнулся. Как видим, и у корифеев бывают оплошности.

Как мы поступили и ранее, будем решать обратную задачу, превращая k групп по n спичек в лежащие по отдельности kn спичек. Принцип действий здесь точно такой же, как и в рассмотренной нами проблеме с пятью тройками спичек. А именно, рассмотрим четыре самые левые группы по n спичек. Используя вторую и третью группы, разукомплектуем очевидным образом первую и четвертую группы. В результате между 2-й и 3-й группами появятся подряд лежащие $2(n-1)$ спичек. При $n \geqslant 2$ это значение заведомо не меньше n. Поэтому в дальнейшем эту образовавшуюся совокупность из отдельных спичек используем для разрушения остальных групп спичек (сначала ближайших, потом – отдалённых). Понятно, что для любого $k \geqslant 4$ мы своего добьёмся.

А вот для $k \leqslant 3$ задача неразрешима. Почему? Для $k=1$ мы не сможем сделать даже самый первый ход – ведь каждую спичку надо переносить через n других спичек, а у нас общее количество этих самых других спичек равно $n-1$, то есть меньше n.

Если $k=2$, то мы имеем изначально 2 группы по n спичек. В силу симметрии можно начать снимать спички с любой из них, например – с левой. И что же мы получим? Единственные доступные для нас действия – это $n-1$ раз подряд перекладывать по одной спичке из левой группы через правую, пока в левой группе не останется единственная спичка, при этом справа будет лежать $n-1$ отдельных спичек. А убрать хотя бы одну спичку из правой группы мы *вообще не сможем*! Конечно, если и последнюю спичку левой группы перенести через правую, то можно и правую группу разрушить, но мы тогда не сможем соблюсти минимальное количество ходов, в данном случае равное $2(n-1)$ – ведь для наименьшего числа ходов при разрушении любой группы последнюю оставшуюся в ней спичку переносить нельзя!

Если же $k=3$, то есть два варианта, какую группу разрушать первой: среднюю или какую-либо из крайних. Если среднюю, то после первой же переложенной спички (куда бы она ни «направилась» – вправо или влево) мы не сможем разрушить никакую из крайних групп. Придется и дальше разрушать среднюю группу, пока в ней не останется единственная спичка, и на этом всё – тупик. Ну, а если крайнюю (скажем, левую), то опять-таки после первой же переложенной спички мы никак не сможем приступить к разрушению средней или правой группы. Вновь безвыходное положение!

Теперь ответим на второй вопрос: при каком наименьшем k перекладка возможна, если не требовать, чтобы результат был достигнут за минимальное возможное число ходов?

Здесь ответ прост: даже если допустить лишь один дополнительный ход (то есть разрешить выполнить $k(n-1)+1$ ходов), то перекладку можно выполнить для любого $k \geqslant 2$.

Ясно, что для $k=1$ это невозможно (доказательство чему см. в ответе на первый вопрос). Если же $k \geqslant 2$, то сначала перенесем все n спичек из самой левой группы через вторую слева группу (что как раз потребует одного «сверхлимитного» хода). А далее, используя n отдельных спичек, лежащих подряд, разрушаем и все остальные группы.

О ПОЛЬЗЕ РЕКЛАМЫ

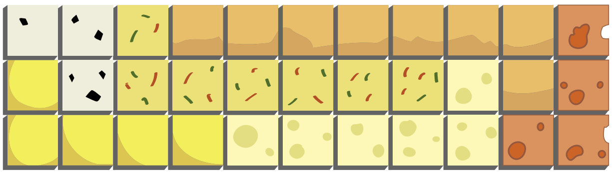
■ Сумма цифр от 0 до 9 равна 45, поэтому равенства не получится. Слева и справа от знака равенства должны получиться одинаковые суммы, а для этого надо общую сумму разделить пополам. Однако 45 разделить пополам нацело невозможно.

■ – Фирма даёт гарантию своим термосам на 24 часа. Как же вы с другом за 15 минут убедились в обмане? – спросил судья Лизу

– Очень просто, – пояснила Лиза. – Мы налили в термос горячий кофе, а потом положили туда ещё и мороженое. Через 15 минут заглянули в термос – ни того, ни другого, а только какая-то непонятная едва тёпленькая серая жидкость.

Судья посмотрел прилагавшийся к термосу рекламный проспект и убедился, что там не сказано, что в термосе нельзя хранить одновременно холодное и горячее. Поэтому он присудил победу нашим друзьям.

СЛОЖИТЕ ПРЯМОУГОЛЬНИК



ДОНАЛЬД КНУТ

$$\sqrt{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{x^2}{2}}$$

ПОПАСТЬ В ТОЧКУ

Как видим, Бусенька каждый раз делит промежуток, содержащий день рождения, на две половины. И независимо от ответа собеседника выбирает нужную половину для следующего вопроса.

Например, для первого вопроса она поделила весь год на зиму-лето и весну-осень. Ушася случайно выбрал нужную половину, и Бусенька просто подтвердила его выбор. Чтобы задать следующий вопрос, она эту половину тоже поделила на две части, и так далее. (Впрочем, один раз Бусенька поделила временной промежуток на три части – так было удобно по календарю.) Если собеседник выбирает часть «неправильно», Бусенька с помощью хитрости навязывает друзьям оставшуюся часть, и у них создаётся ощущение правильного выбора. Действуя так, Бусенька всегда может за 9 вопросов позволить друзьям «угадать» любую дату.

Упражнение для самопроверки. Пусть Бусенька задумала целое число от 1 до 1000. Как узнать это число, задав ей всего 10 вопросов на «да» и «нет».

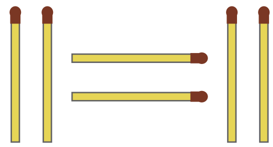
КУНЬЛУНЬ, КРЫЛОВ И АЛЕХИН

История про Алехина. Поля g9 не бывает, Капабланка не знал русского языка. И кроме того, матч вёлся до 6 побед, поэтому ничья не могла дать Алехину чемпионского титула.

КАК МОЖНО МЕНЬШЕ

Задача 1

Ответ вроде бы очевиден – переносим одну спичку из левой части в правую и получаем равенство:

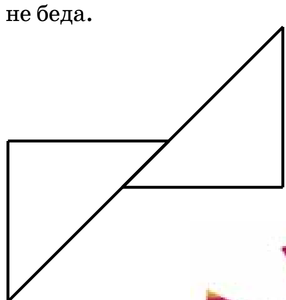


Казалось бы, меньше невозможно. Однако... всё-таки возможно.

Правильный ответ: ни одной! Если рассматривать крайние спички в левой части равенства как обозначение абсолютной величины, то данное равенство принимает вид: $|1|=1$, которое уже верно, так чего там ещё перекладывать?

Задача 2

Данная задача – ловушка для тех, кто подсознательно считает, что «равносторонний» – это то же самое, что и «правильный». Между тем это, очевидно, далеко не одно и то же. И правильный ответ таков: *два*. Ясно, что меньше невозможно. А как обойтись двумя – покажем. Возьмем два одинаковых прямоугольных треугольника со стороной катета, равной 1. Гипотенуза тогда равна $\sqrt{2}$. Теперь приложим треугольники друг к другу гипотенузами, но не по всей длине, а лишь по отрезку длиной $(\sqrt{2}-1)$. То, что получится, очевидно, и является равносторонним шестиугольником с длиной стороны 1. Правда, он невыпуклый, но это не беда.



Понятно, что аналогичным образом можно использовать вообще два одинаковых *равнобедренных* треугольника, у которых основание больше боковой стороны.

Вот и завершился конкурс этого года, в следующем номере мы поздравим победителей. Но неужели этот номер останется без заданий? Мы решили напомнить несколько задач прошедшего конкурса, у которых есть интересное продолжение... Сначала мы приводим их условия (под старыми номерами), а потом и дополнительные вопросы – под теми же номерами, но с буквой «Д». Присылайте решения этих вопросов с пометкой «Конкурс – дополнительный тур» до 1 декабря. Итоги этого тура мы подведём отдельно. Удачи!

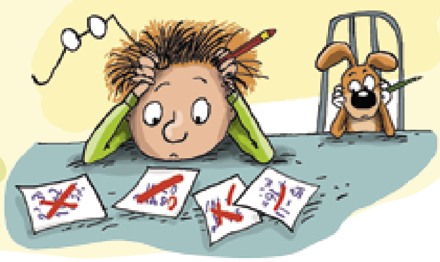
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ТУР

6. *Даны три целых числа. Ни одно из первых двух не делится на третье, а произведение первых двух делится на квадрат третьего числа. Может ли такое быть?*

Попробуйте разобраться в такой ситуации:

6-Д. а) Найдутся ли 5 разных натуральных чисел, ни одно из которых не квадрат целого числа, но произведение любых *двух* из них – квадрат целого числа?

б) Тот же вопрос, но требуется, чтобы произведение любых *трёх* из этих чисел было квадратом целого числа.



19. *Известно, что вруны всегда врут, правдивые всегда говорят правду, а хитрецы могут и врать, и говорить правду. Вы можете задавать вопросы, на которые есть ответ «да» или «нет» (например: «Верно ли, что этот человек – хитрец?»). Перед вами трое – врун, правдивый и хитрец, – и они знают, кто из них кто. Как и вам это узнать?*

19-Д. А если перед вами четверо – врун, правдивый и два хитреца (все четверо знают, кто из них кто)? Докажите, что хитрецы могут договориться отвечать так, что вы, спрашивая этих четверых, ни про кого из них не узнаете наверняка, кто он!

22. *Дан лист клетчатой бумаги. Имея в наличии только линейку без делений и карандаш, нарисуйте на листе квадрат, площадь которого больше площади одной клетки: а) в 2 раза; б) в 5 раз.*

В решении этой задачи мы строили нужный квадрат, соединяя узлы клетчатой бумаги.

22-Д. А для каких целых чисел N найдётся квадрат с вершинами в узлах клетчатой бумаги, площадь которого больше площади клетки в N раз?

Ответ довольно неожиданный: число N должно представляться в виде суммы двух квадратов целых чисел. Например, в исходной задаче $2 = 1^2 + 1^2$, а $5 = 1^2 + 2^2$. Постройте искомый квадрат для $N = 10 = 1^2 + 3^2$ и $N = 13 = 2^2 + 3^2$ и попробуйте доказать общее утверждение.

Подсказка: вам поможет теорема Пифагора.

29. *Квантик попал на остров, населённый двумя племенами. Представители одного племени всегда говорят правду, представители другого – всегда лгут. Квантик подошёл к развилке дороги, и ему пришлось спросить у оказавшегося поблизости местного жителя, какая из двух дорог ведёт в деревню. Ему неизвестно, с представителем какого племени он разговаривает. Как, задав всего один вопрос, точно узнать, по какой дороге надо идти?*

29-Д. А если аборигены говорят на местном языке, в котором есть слова «пиш» и таш», означающие «да» и «нет»? Квантик знает этот язык, но забыл, что именно из «пиш» и таш» означает «да», а что – «нет». Как за один вопрос, ответом на который будет «да» или «нет» (вернее, «пиш» или «таш»), узнать, какая дорога ведёт в деревню?

45. *а) На плоскости дана точка. Нарисуйте на плоскости несколько кругов так, чтобы они не соприкасались ни с точкой, ни друг с другом, но* *«заслоняли» точку, то есть чтобы любой луч, выходящий из точки, упирался бы в один из кругов.*

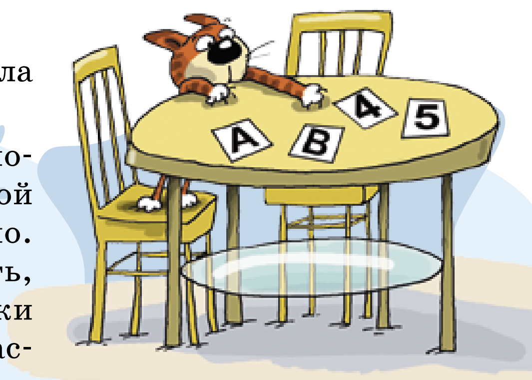
б) *Какое наименьшее число кругов для этого потребуется?*

Оказывается, хватит всего трёх кругов. А что, если поставить аналогичную задачу для пространства?

45-Д. В пространстве дана точечная лампочка, светящая во все стороны. Придумайте, как подобрать четыре непрозрачных шара и расположить их в пространстве, чтобы они не соприкасались ни друг с другом, ни с лампочкой, но полностью загораживали свет от неё (то есть чтобы любой луч, выходящий из лампочки, упирался бы в один из этих шаров)?

А вот ещё похожий по виду вопрос: можно ли заслонить точечную лампочку на плоскости *зеркальными* кругами? Лампочка светит во все стороны, но если её луч упирается в круг, то он отражается от круга (по закону «угол падения равен углу отражения»). Можно ли так расположить круги, чтобы ни один луч не ушёл за пределы кругов, а всё время отражался бы от них? Оказывается, эта задача до сих пор не решена! Более подробно об этом рассказано в мультфильме «Экранировать луч» на сайте «Математические этюды» (etudes.ru).

Напоследок приведём задачу, которая уже была в конкурсе этого года, но в другой формулировке:



??-Д. На столе лежат четыре карточки, как показано на рисунке. На каждой карточке с одной стороны – буква, а с другой – натуральное число. Какие карточки надо перевернуть, чтобы узнать, правда ли, что если на какой-то стороне карточки написано чётное число, то на другой стороне – гласная буква?

Решите эту задачу и догадайтесь, под каким номером в конкурсе она была.

Художник Николай Крутиков


ПЕРЕЛЁТ
ПЕКИН-ОТТАВА
Пекин
Оттава
Пекин и Оттава находятся почти на одной параллели. Но самолёт летит из одного города в другой не прямо над параллелью, а сильно отклоняется к северу. Почему?
Художник Максим Калякин