e-mail: kvantik@mccme.ru | Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) | № 8| август 2014

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№8 август 2014

МЫЛЬНЫЕ ПУЗЫРИ И ХОРДЫ

КАК ВЫГЛЯДИТ «СРЕДНЕСТАТИСТИ-ЧЕСКИЙ СЛОН»?

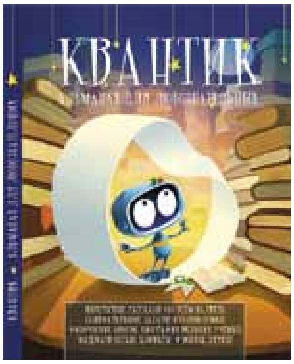
ПРОЦАРАПАННАЯ ГОЛОГРАММА

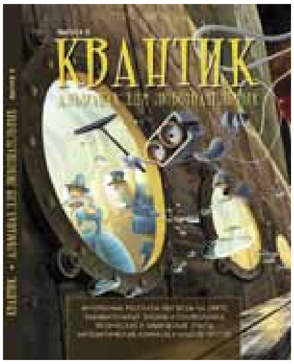
Enter

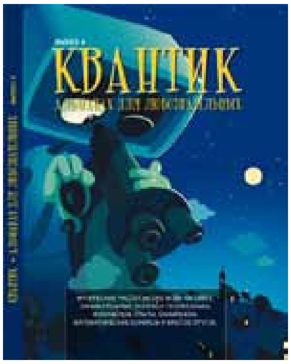
ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252







Первые четыре выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012
и 2013 года,
а также все остальные вышедшие
номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

ISSN 2227-7986 08
9 772227 798145

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

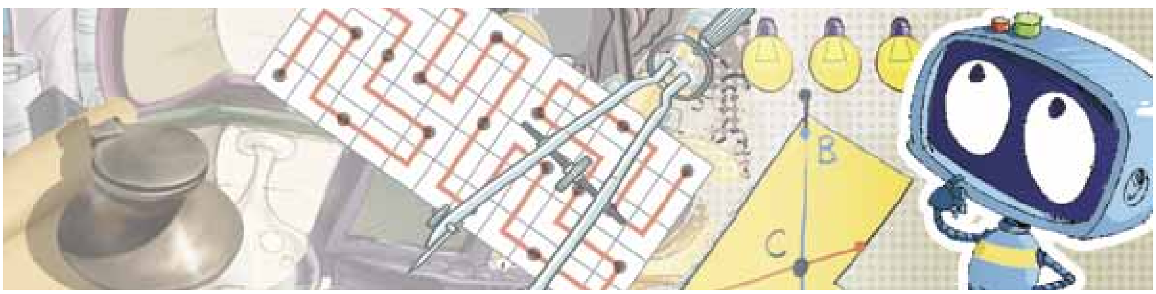
Открыта подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Екатерина Антоненко, Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Анастасия Мошина
Формат 84x108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 3000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83.
e-mail: kvantik@mccme.ru

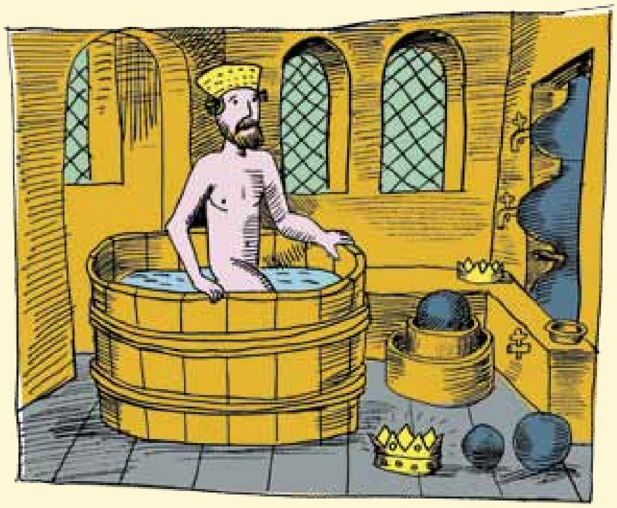
По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

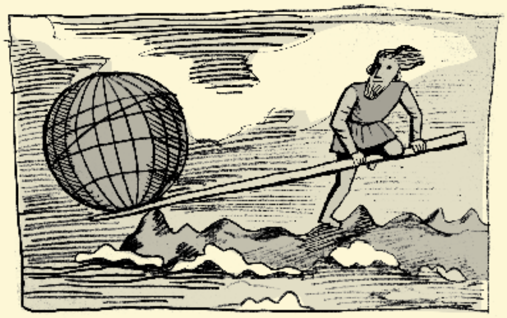


Знаменитый древнегреческий учёный Архимед (ок. 287–212 до н. э.) жил в городе Сиракузы (о. Сицилия), который находится в сотне километров от города Акрагас (сейчас Агридженто), где двумя веками раньше жил Эмпедокл, разделивший мир на четыре стихии. Архимед очень любил геометрию, и это помогло ему открыть несколько законов физики, один из которых назван его именем.

Закон Архимеда гласит: на тело, погружённое в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной этим телом жидкости (или газа). Впервые мир узнал о законе Архимеда из книги римского архитектора Витрувия, жившего в I веке до нашей эры и спроектировавшего во времена Юлия Цезаря римский акведук. По мнению Витрувия, Архимед открыл свой закон, принимая ванну, и сразу после этого он выскочил из дома нагим и стал кричать «Эврика!», что в переводе с греческого означает «Нашёл!».

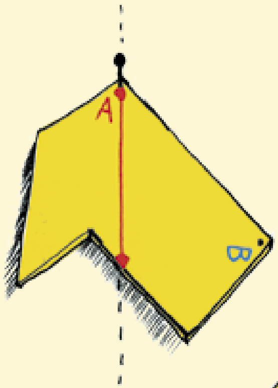


Не менее знаменитый закон, открытый Архимедом, – это «правило рычага». О том, каким необычным образом Архимед хотел использовать «правило рычага», поведал нам древнегреческий писатель Плутарх (45–127): «Архимед как-то раз написал царю Гиерону, с которым был в дружбе и родстве, что данною силою можно сдвинуть любой данный груз; как

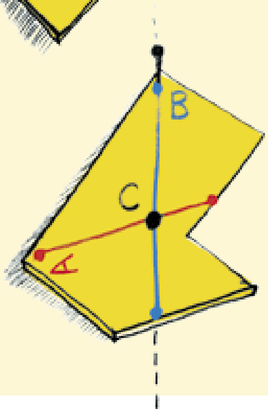


сообщают, увлечённый убедительностью собственных доказательств, он добавил сгоряча, что будь в его распоряжении другая Земля, на которую можно было бы встать, он сдвинул бы с места нашу». Короче, «дайте мне точку опоры, и я переверну мир».

Архимед первым ввёл понятие «центра тяжести» тела и нашёл положение центра тяжести для плоских тел, имеющих форму треугольника и параллелограмма. Тем, кто забыл, напомним, что центр тяжести тела – это точка, к которой, можно считать, приложена сила тяжести (сила его притяжения к Земле).

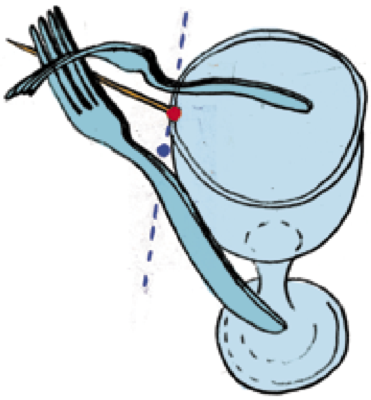


Если тело повесить на гвоздь, вбитый в стену, то после нескольких колебаний тело станет неподвижным, а его центр тяжести окажется под точкой подвеса, то есть на вертикальной прямой, идущей вниз от точки подвеса. Используя это свойство центра тяжести, найдём его положение для фигуры, изображённой на рисунке (см. видео на сайте «Квантика»). Сначала подвесим тело за точку A и, когда оно успокоится, проведём через точку A красную прямую вертикально вниз (как на рисунке справа). Затем сделаем то же самое, подвесив тело за точку B, и проведём синюю прямую (как на рисунке справа). Видно, что прямые пересеклись в точке C, которая и является центром тяжести этой фигуры. Во многих случаях центр тяжести тела может находиться вне этого тела. Видео (на сайте «Квантика») показывает, что центр тяжести двух вилок, соединённых между собой, находится между ними.

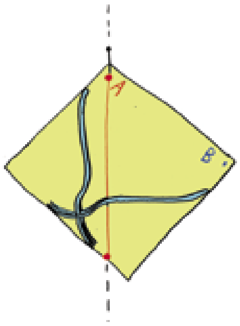


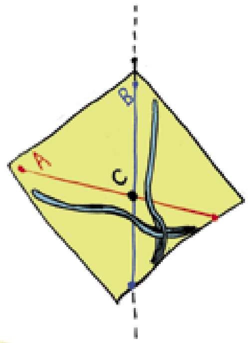
ОБЪЯСНЕНИЕ ОПЫТА 5.

ПОЧЕМУ ВИЛКИ НЕ ПАДАЮТ?



Опыт из «Квантика» № 7 демонстрирует, что конструкция из двух вилок, скреплённых зубочисткой, оказывается очень устойчивой, если её разместить на краю бокала. Причиной устойчивости является то, что центр тяжести конструкции находится под точкой её опоры (см. рисунок с центром тяжести, отмеченным голубой точкой, и точкой опоры, отмеченной





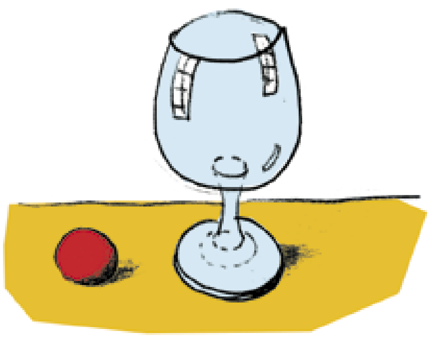
красным). Убедиться в справедливости такого объяснения поможет ещё один опыт (см. видео на сайте «Квантика»). Возьмём небольшой отрезок трубки, например, корпус фломастера.

■ Если торец трубки перпендикулярен её оси, то можно поставить трубку вертикально на горизонтальный стол так, чтобы она не упала. В этом случае центр тяжести трубки будет находиться выше точки опоры, и трубку легко будет вывести из положения равновесия и опрокинуть.

■ Теперь возьмём трубку за нить, привязанную к её торцу, и убедимся в том, что в этом случае равновесие будет устойчивым, ведь после отклонения трубки от вертикального положения она снова возвращается к нему после нескольких колебаний. В этом случае центр тяжести трубки находится под точкой её подвеса.

ОПЫТ 6.

КАК ШАРИК ОКАЗЫВАЕТСЯ В БОКАЛЕ?



Возьмём шарик для настольного тенниса, бокал и разместим их так, как показано, на столе. Возможно ли положить шарик в бокал, не прикасаясь к шарику руками и другими частями тела? Толкать шарик к краю стола, а потом ловить его бокалом тоже запрещается. То, что это действительно можно сделать, показано на видео на сайте «Квантика».

А теперь ответьте на два вопроса:

1. Какая сила затягивает и удерживает шарик в бокале?

2. Можно ли сделать этот опыт с бокалом, расширяющимся кверху?

Редакция журнала ждёт ваших объяснений этого опыта. Самые правильные ответы будут опубликованы, а лучшие видео опытов редакция разместит на сайте.

Художник Артём Костюкевич

КАК ЖЕЛЕЗНЫЕ ЧЕРНИЛА СПАСЛИ РУКОПИСЬ АРХИМЕДА

Архимед писал свои сочинения на папирусе. Рукописи на папирусе были очень недолговечны. От постоянного раскручивания и скручивания папирус рвался, он темнел от света и истлевал от плесени. Поэтому оригинальные рукописи Архимеда до нас не дошли. Чтобы сохранить интересные тексты, их постоянно переписывали со старого папируса на новый, а потом и на более долговечный пергамент – лист для письма, сделанный из кожи животных. Обложкой для нескольких сшитых между собой листов пергамента служили две деревянных доски, и такие рукописи, ставшие прародителями современных книг, стали называть кодексами – от латинского слова «codex», что в переводе означает «деревянная доска». Переход от свитков папируса к кодексам был революцией.

К началу XX века были известны три кодекса Архимеда, написанные в X веке в Константинополе, по-видимому, с оригинальных рукописей на папирусе, но все они считались утерянными. Последние упоминания о двух из этих кодексов содержатся в каталоге библиотеки Ватикана, составленном в 1311 году. Третий кодекс исчез спустя некоторое время после падения Константинополя во время Четвёртого крестового похода в 1204 году и был найден датским профессором Йоханом Гейбергом только в самом начале XX века в одном из монастырей.

Единственному кодексу Архимеда, дошедшему до нас, не повезло – он скрыт под греческими молитвами, записанными в XIII веке поверх стёртых трудов гениального учёного. На фото внизу видно, как выглядит этот истёртый и покрытый плесенью фолиант (в нём 174 листа). Рукописи поверх смытого или соскобленного текста называются *палимпсестами*.

Гейберг с помощью лупы не мог разобрать содержание всех текстов Архимеда. Только спустя сто лет с помощью мощных методов удаётся раскрывать всё больше и больше из наследия Архимеда.

Чтобы прочесть рукопись Архимеда сквозь написанные поверх неё молитвы, учёные сначала определили тип чернил, которыми она была написана. Оказалось, что красителем для средневековых чернил был сульфат железа. Его растворяли в дубильной кислоте (танине), добываемой из чернильных орешков дуба. (Эти «орешки» – не плоды дуба (жёлуди), а наросты, вызываемые личинками некоторых насекомых.)

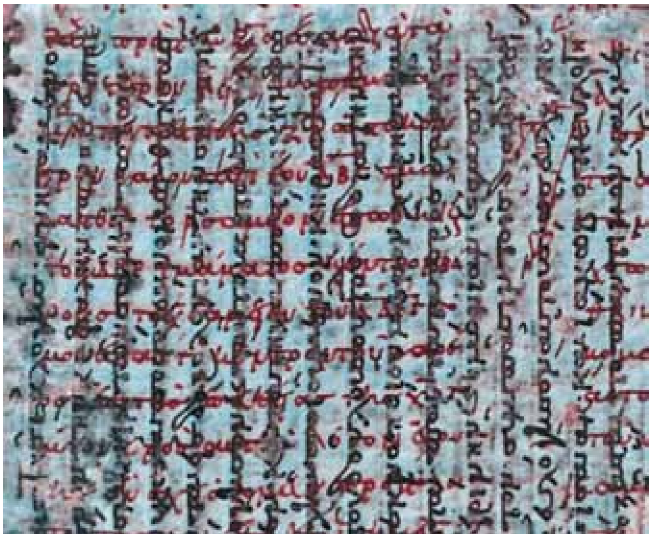
На воздухе вещество красителя окислялось, становилось нерастворимым и выпадало в осадок. Поэтому всё написанное на пергаменте такими чернилами нельзя смыть водой – можно только соскоблить. Но чернила проникали и в микротрещины пергамента. Поэтому краситель в виде осадка оставался в микротрещинах даже после соскабливания верхнего слоя, когда написанного уже не было видно.

Итак, в чернилах кодекса много железа. Большую часть рукописи прочитали с помощью ультрафиолетового излучения, так как оно поглащается железом. Вот как выглядит страница, где была нарисована спираль Архимеда, в ультрафиолетовых лучах.

Но самые повреждённые участки оставались нечитаемыми. Попробовали использовать рентген. Чем больше электронов в атомах вещества, тем больше рентгеновских лучей оно задерживает. Например, кости человека содержат атомы кальция (в них по 20 электронов) и хорошо видны на рентгеновском снимке (они поглощают рентгеновские лучи лучше, чем мышцы, кожа и остальные органы).

В атомах железа по 26 электронов, а пергамент состоит в основном из атомов с малым числом электронов – водорода, углерода, азота и кислорода. Поэтому атомы железа гораздо больше поглощают рентгеновские лучи, чем атомы пергамента, и становятся видны на его фоне.

Но оказалось, что железа в наиболее повреждённых участках осталось слишком мало, и обычный рентгеновский снимок не даёт чёткой картинки. Тогда придумали другое решение. Облучённый рентгеном лист излучает свет (флуоресцирует). При этом каждый химический элемент излучает волны строго определённой длины, и можно настроить фотоаппарат только на железо чернил, «не замечая» пергамент. Листы облучали синхротроном, он гораздо мощнее и точнее обычной рентгеновской трубки. Так рентгеновское излучение помогло восстановить полустёртые рукописи Архимеда.



На фото*, сделанном с помощью рентгеновских лучей, видны вертикальные строчки чёрных букв (молитвы), написанные поверх горизонтальных (красных) строчек рукописи Архимеда. Так как железо было и в старых, и в новых чернилах, для лучшей читаемости совместили, дав их разным цветом, два фото: в рентгеновских лучах (где видны оба текста) и обычное (где виден только новый текст).

* Источник: http://blogs.scientificamerican.com/image-of-the-week/2011/09/26/archimedes-sent-a-fax-to-xxi-century/
См. также http://www.arshimedespalimpsest.org/

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Глеб Погудин,
Екатерина Антоненко

Существуют три вида лжи: ложь, наглая ложь и статистика.

Старая шутка

КАК ВЫГЛЯДИТ «СРЕДНЕСТАТИСТИЧЕСКИЙ СЛОН»?

Какой длины в среднем хобот у слона? Сколько среднестатистический человек тратит времени в день на завязывание шнурков? Каков процент девочек с голубыми волосами среди женского населения России?

Получить точный ответ на любой из этих вопросов крайне сложно: вам пришлось бы познакомиться со всеми слонами мира, провести много часов с секундомером в руке в самых разных точках земного шара и, что теперь кажется не таким уж сложным, пересчитать всех девочек с голубыми волосами в России.

Не странно ли, что на многие вопросы такого типа ответ можно найти в книгах или в интернете? Эти ответы получаются обычно в ходе «статистического исследования». Например, можно пойти гулять по Африке, измерить длину хобота только у первой тысячи встреченных слонов и в качестве ответа взять среднее из этих чисел. Скорее всего, полученное число будет близко к правильному ответу. На такой же логике основаны и всевозможные опросы общественного мнения. Однако у такого способа выяснения истины есть весьма неожиданные подводные камни.

Например, те объекты, которые вы выбрали для измерений, в нашем случае это первая тысяча встреченных слонов, могут оказаться «нетипичными». На такой ошибке основана шутка: «Интернет-опрос показал, что 100 процентов россиян пользуются интернетом». Разумеется, если человек принял участие в интернет-опросе, он воспользовался интернетом.

ПЕРВЫМ ДЕЛОМ – САМОЛЁТЫ

Это всего лишь шутка, но история знает достаточно примеров, когда в эту ловушку попадались неглупые и даже порою учёные люди.

Например, во время Второй мировой войны довольно остро стоял вопрос дополнительной защиты бомбардировщиков: многие из них не возвращались с задания. Первое, что приходит в голову, – обшить самолёт бронёй целиком, как танк. Однако тогда он просто не сможет взлететь из-за собственной тяжести. Военные осмотрели бомбардировщики, вернувшиеся на базу, и отметили места, где повреждений было больше всего, предложив защищать бронёй эти места. Однако одобрено было неожиданное предложение математика Абрахама Вальда: защищать те участки, где повреждений почти не было. Ведь все части самолёта подвергаются удару одинаково часто (например, ракета не целится в определённое место самолёта, а взрывается рядом с ним, поражая осколками). А значит, самолётов, у которых повреждены «чистые» места, примерно столько же. Мы не видим их только потому, что они попросту не долетали до базы из-за этих повреждений. Следовательно, «чистые» места и есть наиболее уязвимые.

НЕУДАЧЛИВЫЕ ПРЕДСКАЗАТЕЛИ

Одной из самых известных ошибок такого рода является неудачное предсказание результатов президентских выборов в США в 1936 году, опубликованное журналом «Literary Digest». Тут стоит немного рассказать о том, как в Соединённых Штатах выбирают президента. Дело в том, что на выборах обычно соревнуются ровно два кандидата – по одному от каждой из основных партий (республиканской и демократической). Исторически так сложилось, что более богатые слои населения голосуют, как правило, за кандидата-республиканца, а более бедные – за демократа.

В 1936 году журнал «Literary Digest» провёл массовый опрос, разослав читателям анкеты, в которых требовалось написать, какому из кандидатов они отдают предпочтение. Было известно, что среди подписчиков журнала преобладают республиканцы, поэтому в число опрошенных были включены люди из телефонных книг и регистрационных списков автомобилей, так как адреса и тех, и других были доступны. Из ответивших 57 процентов собиралось голосовать за республиканца Альфа Лэндона. Весьма неожиданно для авторов опроса, выиграл выборы демократ Франклин Рузвельт с 62 процентами. Можно было бы думать, что причина в том, что в опросе приняло участие слишком мало людей. Однако одновременно с «Literary Digest»

другой исследователь Джон Гэллап получил результат, очень близкий к правильному, опросив в 50 раз меньше человек.

Этот пример стал классическим и вошёл во многие учебники. Стандартное объяснение такое: дело в том, что телефоны и автомобили в то время были менее распространены, чем сейчас, а значит, опрос среди их владельцев автоматически затрагивал более обеспеченную часть населения, которая обычно голосует за республиканцев. Однако более поздние исследования показали, что эта ошибка в проведении опроса была не единственной. Дело в том, что из разосланных анкет вернулась только четверть. Таким образом, «Literary Digest» собрали мнение не просто более обеспеченной части населения, а ещё и тех из них, кто был готов участвовать в опросе журнала, симпатизирующего республиканцам! Именно из-за сочетания этих двух ошибок разница между предсказанием и исходом выборов оказалась такой существенной.

ВОПРОСЫ ДЛЯ РАЗМЫШЛЕНИЯ

Напоследок предлагаем вам подумать самим над правильностью выводов, сделанных из статистических исследований.

1. Опросы, проведённые в штатах Флорида, Калифорния и Мэн, показали, что 55% опрошенных за последний год провели хотя бы две недели на океанском побережье. Можно ли отсюда сделать вывод, что 55% всех американцев проводят на берегу океана не менее двух недель в году? (*Подсказка*: посмотрите на карту США.)

2. Известно много случаев, когда дельфины спасали утопающих, поднимая их на поверхность воды и толкая в сторону суши. Однако некоторые исследования показали, что дельфины воспринимают человека как мячик и толкают в произвольном направлении. Может ли одно согласовываться с другим?

3. Многие университеты периодически рассылают своим выпускникам анкеты, чтобы выяснить, сколько те зарабатывают. Так вычисляется средняя зарплата выпускника данного учебного заведения. Оказалось, что результаты зачастую были завышенными. Как бы вы это объяснили?

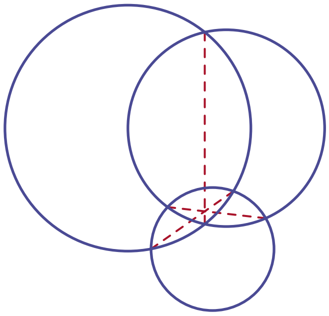
Художник Ольга Демидова

МЫЛЬНЫЕ ПУЗЫРИ И ХОРДЫ

Александр Шень

ФОРМУЛИРОВКА

Три окружности попарно пересекаются. Для каждой пары пересекающихся окружностей провели их общую хорду. Докажите, что три такие хорды проходят через одну точку.

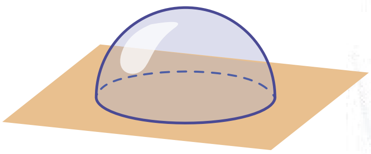


Эту задачу вполне можно решить, оставаясь в рамках планиметрии. Но у неё есть красивое (хотя и не вполне строгое) решение, использующее выход в пространство.

ПОЛУСФЕРА НА ПЛОСКОСТИ

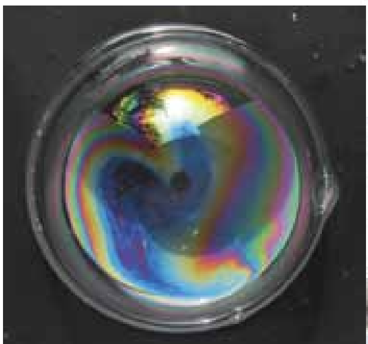
Начнём издалека.

Разрежем сферу плоскостью, проходящей через её центр («по экватору»). Получатся две полусферы. Положим одну из них («северное полушарие») на плоскость.



Как знают физики, именно такой вид (полусфера) имеет мыльный пузырь на плоской поверхности.

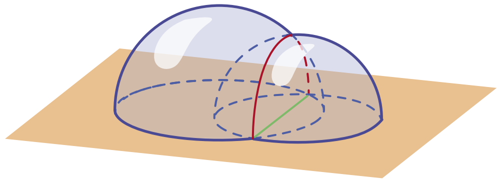
Если посмотреть на него сверху, то будет видна просто окружность.



СМОТРИ!

ДВЕ ПОЛУСФЕРЫ

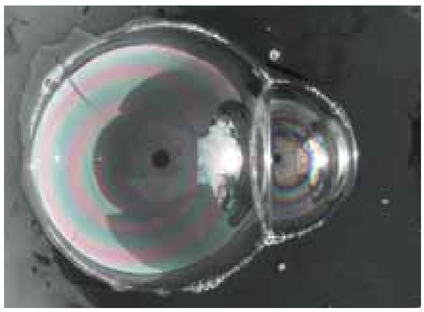
Теперь положим на плоскость две полусферы так, чтобы они пересекались. Что можно сказать про их линию пересечения?



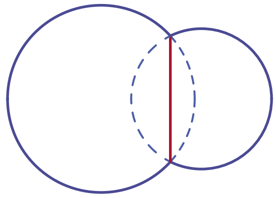
Линия пересечения двух сфер – это окружность. В нашем случае эта окружность лежит в вертикальной плоскости. (В самом деле, она перпендикулярна прямой, соединяющей центры сфер, а в нашем случае центры сфер лежат на плоскости.)

И снова это хорошо видно на мыльных пузырях.

Посмотрим на это сверху: тогда от каждой полусферы мы увидим окружность (точнее, её часть, лежащую вне другой). Полуокружность, по которой пересекаются полусферы, превратится в отрезок (ведь она лежит в вертикальной плоскости.



Возвращаясь к геометрии, мы видим на этом рисунке две окружности и общую хорду:

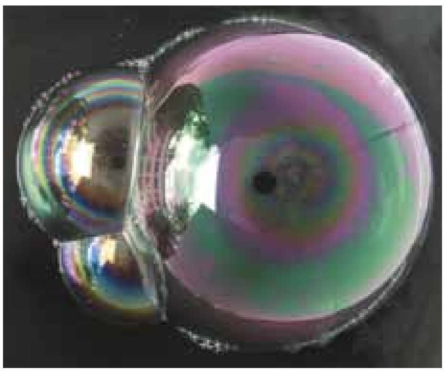


РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Наверно, вы уже поняли, к чему идёт дело и как решить нашу задачу с помощью выхода в пространство. Будем считать плоскость горизонтальной, а окружности на ней – изображениями сфер. Тогда линии пересечения сфер (три окружности в вертикальных плоскостях) будут изображены отрезками (общими хордами). Точка пересечения всех трёх сфер попадёт на эти три отрезка – значит, они проходят через общую точку, что и требовалось доказать.

В качестве иллюстрации к этому решению можно сфотографировать три примыкающих друг к другу пузыря.

Вид сверху представляет собой три окружности и три общие хорды, пересекающиеся в одной точке.



Точнее говоря, тут видны лишь части этих окружностей и хорд, находящиеся вне других пузырей (внутри пузыри устроены иначе).

Вопрос. Обратите внимание, как расположена плёнка, разделяющая мыльные пузыри. В какую сторону она изогнута? В каком из пузырей давление больше?

Художник Максим Калякин

 Фото: Александр Бердников

ОНОРЕ ДЕ БАЛЬЗАК, УОЛТ ДИСНЕЙ, МАРК ТВЕН

выпуск 1 2/3 ПРАВ/ДЫ

Сергей Федин

В каждом выпуске новой рубрики «Две третьих правды» мы предлагаем вам три забавные истории про знаменитых людей. Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно.

Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

БАЛЬЗАК

Одним из самых известных французских писателей был Оноре де Бальзак. Однажды ночью к нему в квартиру забрался вор и стал рыться на столе писателя, заваленном бумагами и всяческим хламом. Вдруг сзади кто-то громко засмеялся. Вздрогнув от неожиданности, вор испуганно обернулся. В дверях кабинета стоял Бальзак.

– Отчего вы смеётесь? – в изумлении спросил вор.

– Мне смешно оттого, – ответил Бальзак, – что ты в темноте пытаешься найти то, что я не могу отыскать даже днём.

ДИСНЕЙ

Каждый человек, и большой, и маленький, знает, кто такой Уолт Дисней. Ведь это именно он создал

Диснейленд, придумал и нарисовал знаменитые во всём мире мультики про Дональда Дака и Микки Мауса, про Белоснежку и Бемби. Однако не все знают, что настоящее имя Диснея другое.

До тридцати лет его звали Тим Джонсон. К этому возрасту он уже успел приобрести известность и собирался расширять своё дело. С этой целью он дал объявления в газеты, что открывает новую студию и набирает художников. Сотни претендентов со всей Америки ринулись к нему на просмотр. Почти каждому из них Тим в конце беседы, указывая на свою секретаршу, говорил одно и то же: «Иди с ней!» Проведя взволнованного претендента по длинному коридору, секретарша подводила его к маленькой дверце, на которой было крупно написано: «За этой дверью тебя ждет целый мир!» Поспешно открыв её, удивлённый художник оказывался… на улице.

Эта история повторялась снова и снова. В конце концов, друзья так и прозвали Джонсона – «Идисней». Впоследствии эта кличка сократилась до «Дисней» и так понравилась великому мультипликатору, что он сменил своё старое имя на новое.

МАРК ТВЕН

Американский писатель Марк Твен был не только прекрасным детским писателем, придумавшим приключения Тома Сойера, но и очень остроумным и даже язвительным человеком. Естественно, у него были недоброжелатели.

Однажды он получил письмо без обратного адреса и подписи, в котором было написано только одно слово «Свинья». Марк Твен решил проучить обидчика и на следующий день напечатал в местной газете такое сообщение: «Я довольно часто получаю письма без подписи. Но вчера я первый раз получил подпись без письма».

Художник Капыч

ЛАМПОЧКИ

Борис Дружинин

1. В комнате находятся 10 обыкновенных лампочек. В другой комнате есть 10 выключателей, каждый из которых присоединён к своей лампочке. Требуется выяснить, какой выключатель подсоединён к какой лампочке. Этим занимаются два человека. Один из них щёлкает выключателями, другой – наблюдает за лампочками. Никакой связи между комнатами нет. Прежде чем начать работу, они могут договориться о чём угодно, а потом разойдутся по разным комнатам. При второй встрече они должны указать соответствие лампочек и выключателей.

Как им выполнить поставленную задачу?

2. В комнате находится обыкновенная лампочка. Выключатель от неё находится в другой комнате. Но он там не один, в той комнате много одинаковых выключателей, например десять. Требуется выяснить, какой именно выключатель подсоединён к нашей лампочке. Этим занимаются два человека. Один из них щёлкает выключателями, другой – наблюдает за лампочкой. Никакой связи между комнатами нет. Прежде чем начать работу, они могут договориться о чём угодно, а потом разойдутся по разным комнатам. При второй встрече они должны указать нужный выключатель.

Как им выполнить поставленную задачу?

3. Есть две комнаты. В одной из них находятся три выключателя, в другой – три обыкновенные лампочки. Каждая лампочка присоединена к одному выключателю, но к какому именно – неизвестно. Требуется установить соответствие между выключателями и лампочками. Помощников нет, и в ту, и в другую комнату можно войти только один раз.

Как выполнить поставленную задачу?

4. Длинный коридор имеет электропроводку. Человек, войдя с одного конца коридора, включил лампу, а пройдя коридор – выключил её.

Какова схема проводки, если лампочку можно включать и выключать из обоих концов коридора?

Схема обычной проводки с лампочкой и одним выключателем. Когда выключатель замыкает цепь, по ней начинает бежать ток, а лампочка – светиться.

Художник Анна Горлач

Девочка с голубыми волосами

Борис Дружинин

– Лиза, почему ты пришла так поздно?

– В школьном театре ставят пьесу «Приключения Буратино», и меня пригласили на роль Мальвины, буду девочкой с голубыми волосами. У нас гениальный режиссёр, он придумал много чего интересного. Вот, почитай сценарий.

Два дня Вова усиленно читал сценарий, а потом заявил, что в нём есть неточности.

– Приходи вечером на репетицию, – посоветовала Лиза, – все свои замечания прямо режиссёру выскажешь. Он очень понятливый.

И Вова пришёл. Спектакль действительно получился очень увлекательным. Папа Карло на электрогитаре, сверчок на контрабасе и Джузеппе на барабане играли рок в подземном переходе, крыса Шушера внешностью удивительно напоминала лошадь, лиса Алиса и кот Базилио разъезжали на роликах, причём Алиса вместо костылей использовала лыжные палки. Дуремар охотился на пиявок с аквалангом, а Пьеро читал рэп.

Когда Буратино сидел у Мальвины в тёмном чулане, Алиса и Базилио спустили к нему верёвку через трубу.

– Сейчас мы надуем воздушные шарики и привяжем их к верёвке, – прошептала лиса. – Держись крепче за верёвку, и ты вылетишь в трубу.

– Ну, скоро вы там? – выждав паузу, проворчал Буратино. – Мне скучно сидеть в чулане. Чего молчите?

– Шарики надуваем, вот и молчим. Потерпи, – через минуту откликнулся Базилио. – Думаешь, легко двадцать шариков надуть? ... Всё, поехали!

Так Буратино оказался на свободе. Но плодотворная идея лисы и кота сыграла с ними злую шутку: Буратино улетел не только от Мальвины, но и от своих спасателей.

– Как, нравится? – поинтересовался у Вовы режиссёр.

– Всё замечательно, детям понравится, – похвалил Вова. – Но я заметил неточность.

И он поделился с режиссёром своими сомнениями.

Какую неточность заметил Вова?

– Как же я это проморгал, – удивился режиссёр. – Но мне простительно, я школу давно закончил. Ладно, исправим.

Между тем на сцене продолжались весёлые приключения. Мальвина обнаружила исчезновение Буратино и отправила на его поиски Пьеро на велосипеде и Артемона на дельтаплане. Скоро Артемон вернулся и закричал:

– Надо спасать Буратино. Он прыгнул в пруд за золотым ключиком и утонул!

Мальвина вскочила на мотоцикл и помчалась на помощь. Вытащив утопленника, она привела его в чувство с помощью искусственного дыхания.

– А золотой ключик где? – спросил Пьеро, когда Буратино пришёл в себя.

– Нет никакого ключика, – ответил Буратино. – Зато за дверкой в каморке папы Карло спрятана золотая пластиковая карта. Тортилла собщила мне за пять золотых код от замка на двери!

– Какой код? – закричали все сразу.

– Первые три цифры идут по возрастающей, а последняя равна их сумме и одновременно их произведению. Придумают же такое!

– А пин-код у карты? – допытывалась Мальвина.

– Такой же.

Сидевший в кустах Карабас-Барабас подслушал этот разговор и тут же на месте сошёл с ума при попытке вычислить желанный пин-код. Полицейские на собачьей упряжке отвезли его в психиатрическую лечебницу.

– Здесь мы объявим конкурс среди зрителей, – сказал режиссёр. – И вручим приз тому, кто первым угадает этот пин-код.

– Это элементарно, – ответил Вова. – Любой второклассник сразу назовёт ваш пин-код. Я, кстати, опять неточность заметил.

Какой код у дверки в каморке папы Карло?

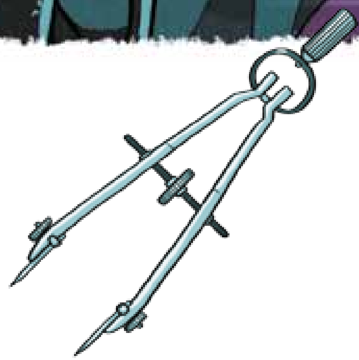
Какую неточность заметил Вова?

После репетиции режиссёр долго благодарил Вову за ценные замечания и попросил почаще приходить на репетиции для поиска неточностей в спектаклях.

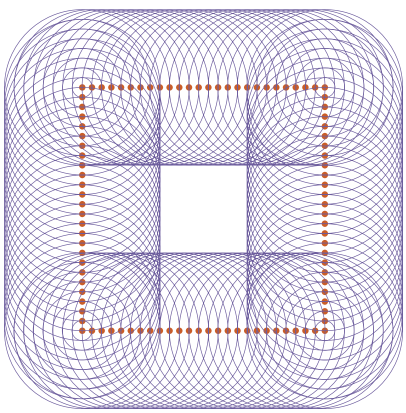
Художник Екатерина Ладатко

Вячеслав Чернов,
Андрей Щетников

Процарапанная ГОЛОГРАММА



Для этого опыта нужна пластина из прозрачного пластика; подойдёт оргстекло или поликарбонат. Также нам потребуются острое шило и циркуль с винтом и иглами на обеих ножках. Начертим на пластине квадрат со стороной 5 см. По периметру квадрата с шагом в 2 мм наколем шилом точки. Установим раствор циркуля в 16 мм. Одну иглу циркуля поставим в какую-нибудь отмеченную точку, а другой иглой прочертим круговую царапину на пластине. Повторим это действие для всех отмеченных точек, не меняя раствора циркуля. Царапины надо проводить плавно, не прилагая особых усилий.

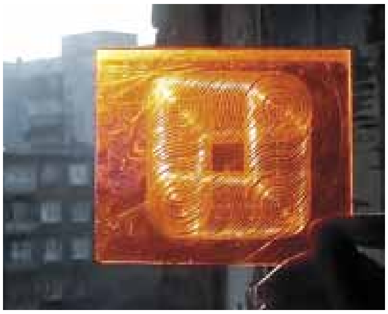


Теперь уменьшим раствор циркуля до 14 мм и проведём четыре окружности с центрами в вершинах исходного квадрата. Снова уменьшим раствор циркуля до 12 мм и проведём ещё четыре окружности с теми же центрами. И так, уменьшая раствор циркуля каждый раз на 2 мм, будем проводить каждый раз четыре новые окружности. В результате у нас получится процарапанная картинка, показанная на рисунке.

А теперь надо дождаться солнечного дня и выйти на улицу. Возьмём пластинку в руку и посмотрим через неё не прямо на солнце, а немного в сторону от него. Царапины засверкают, и вы увидите чёткое изображение куба. Поворачивайте пластинку – вместе с ней начнёт вращаться и куб, так что изображение будет выглядеть не двумерным, а трёхмерным!!!

Как объяснить эту чудесную картину? Дело в том, что на каждой прочерченной окружности сверкают две точки – самая ближняя к солнцу, как мы его видим на небе, и самая дальняя от него. Все сверкающие точки образуют скелет видимого куба. Когда мы вращаем пластинку, вращается и этот скелет, так что мы видим иллюзорное трёхмерное изображение.

Изображения, полученные таким способом, называются процарапанными голограммами. Для получения настоящей голограммы требуется сложное лазерное оборудование, а вот процарапанную голограмму может сделать каждый!



Художник Евгений Паненко

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Константин Кохась,
Анна Могилева

КАК БУСЕНЬКА УМНОЖАЛА НА ПЯТЬ

Было тихое летнее утро. Лес был свеж и волшебно красив, на заднем плане весело чирикали птички. Витая в мечтах, Бусенька неторопливо брела по тропинке и вдруг заметила какое-то насекомое. Оказалось, что насекомое это – её давний знакомый Кузька. Вообще-то, Кузька был тараканом, но он старался это сильно не афишировать, считая, что слово «таракан» в среднем вызывает негативные ассоциации. Поэтому знакомясь с кем-нибудь, Кузька обычно представлялся так:

– Очень приятно. Кузька. Насекомое.

Бодрым шагом Бусенька подошла к насекомому Кузьке и сразу взяла быка за рога.

– Привет, Кузька! – сказала Бусенька, а Кузька в ответ приветственно пошевелил усами, – давно хотела у тебя спросить: какой у тебя любимый способ умножения на пять?

– Большое спасибо за интересный и правильно поставленный вопрос, – вежливо ответил Кузька. – У тебя есть шестёрка-другая минут, чтобы я подробно всё рассказал?

Поскольку ближайшее лунное затмение ожидалось лишь послезавтра, а солнечных и вовсе не предвиделось, Бусенька честно ответила, что да, до пятницы она совершенно свободна.

– Хорошо, – сказал Кузька. – Ты, наверно, давно уже заметила, что каждое насекомое имеет шесть ног. Поэтому у нас, у насекомых, принято считать предметы шестёрками. Например, в неделе 11 дней* – одна полная шестёрка и ещё один день, в сутках 40 часов – четыре раза по шесть часов, в марте 51 день – пять полных шестёрок и ещё один день. Для большего числа предметов мы используем ш-шестёрки, одна ш-шестёрка – это шесть обычных шестёрок. Например, «102 попугая», то есть одна ш-шестёрка и ещё два попугая – это название мультфильма, или, скажем, «Али-баба и 104 разбойника» и «212 дней вокруг света» – это названия литературных произведений.

– А в правильном 10-угольнике каждый угол равен 400 градусам, – собравшись с мыслями, заявила Бусенька.

Кузька оторопел. Он долго размышлял, задумчиво шевеля лапами, а потом ворчливо произнёс:

– Ты, видимо, имеешь в виду 14-угольник.

* Чтобы не запутаться, числа, записанные Кузькиным способом, мы изображаем специальным тараканьим шрифтом красного цвета.

– Ой! – покраснела Бусенька, – правильно.

– Вернёмся, к нашим баранам, – заявил Кузька, и Бусенька с подозрением посмотрела по сторонам. – Умножение на пять – это операция, требующая не только арифметической, но и физической подготовки! Нужно быть в отличной физической форме, чтобы с успехом её проделать. Вот, к примеру, умножим два на пять! Как это сделать, спрашиваешь ты?

– Да-да, очень спрашиваю.

– Отвечаю. Сначала нужно поставить все шесть ног на одну линию.

– Все шесть? У меня столько нет!

– Не перебивай. Пригласи кого-нибудь в помощь. Не обязательно, чтобы все ноги принадлежали одному и тому же существу. Руки, кстати, тоже подойдут. Так вот. Поставим все шесть ног на одну линию. После этого, на сколько мы там умножаем – на два? – так вот, вторую слева ногу уберём.

– Куда уберём?

– В сторону. На какую-нибудь другую линию. Главное при этом не упасть. Или просто подожмём её.

– Линию?

– Ногу. В результате вот что получается: сначала на линии стоит одна нога, потом пропуск, а потом ещё четыре ноги. Это мы читаем как двузначное число. Получается 14. Значит, $5 \cdot 2 = 14$.

– 14?

– Конечно, 14! А сколько же ещё? Ах-да, ну нельзя же наступать всё время на один и те же грабли! 14 – это одна шестёрка и ещё четыре. По-вашему это десять. Чего тут непонятного.

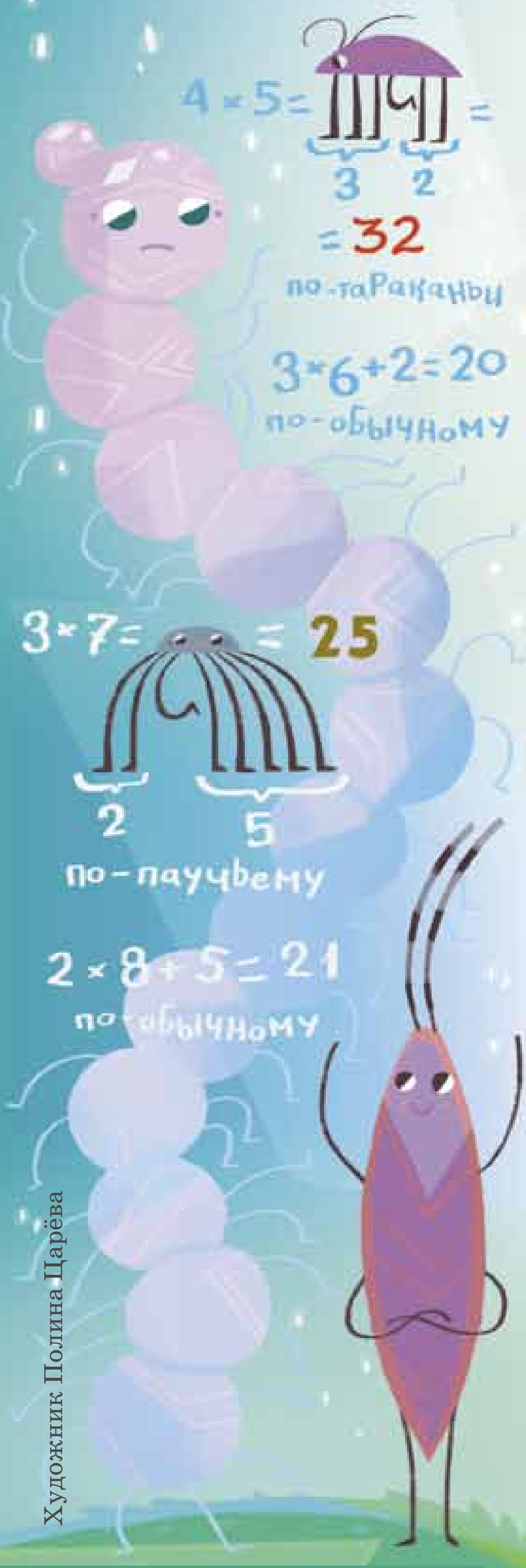
– Какие грабли? – спросила Бусенька.

Таракан покрутил возле головы тремя лапами, видимо, где-то возле виска и, показав четвёртой лапой куда-то в сторону, сказал: «вон те». Бусенька взглянула в указанную сторону и увидела старые сломанные грабли, валявшиеся возле баобаба. Она подошла поближе и посмотрела. Грабли валялись тут уже много лет, дерево потемнело и потрескалось, часть зубьев выпала. Бусенька взяла несколько зубьев и вернулась к Кузьке.

– А зубья вместо ног можно? – радостно спросила она.

– Можно, – разрешил Кузька.

Бусенька отсчитала шесть зубьев и положила их на одну линию.



– Давай умножать четыре на пять.

– Давай! – согласился Кузька. – Отсчитываем слева четвёртый зуб и убираем в сторону. Что получается?

– 32, – догадалась Бусенька, – то есть три шестёрки и ещё два, это значит по-нашему 20! Как здорово! А как умножить десять на пять?

– Не знаю, – сказал Кузька, нахмурившись. – Я всего лишь насекомое. Я умею умножать на пять этим способом только числа от одного до пяти.

– Кузенька, не обижайся, спасибо тебе за интересный рассказ, – сказала Бусенька. – Ой, смотри-ка, у меня ещё два зуба есть. Всего, значит, восемь зубьев. Если бы у тебя было восемь ног, ты бы мог таким же способом что-нибудь перемножить?

– Я тебе что – паук какой-нибудь, – возмущённо сказал Кузька. – У меня шесть ног. Шесть!

– Сам говорил, не обязательно, чтобы это были только твои ноги. Займём две у кого-нибудь – получится как раз восемь! А можно и не занимать – вот же восемь зубьев, можно их и использовать.

– Тогда можно умножать на семь, – сказал Кузька. – Например, три умножаем на семь. Отсчитываем слева третий зуб и убираем, слева остается два, справа – пять. Это значит, что ответ 25. Только теперь этот ответ по-паучьему понимать надо. Пауки восьмёрками считают. 25 – это значит две полные восьмёрки и ещё пять. По-вашему это 21, а по нашему – 33.

– Можно я тоже попробую, – попросила Бусенька. – Умножаем пять на семь. Отсчитываем слева пятый зуб, убираем, слева остается четыре, справа – три. Значит ответ – 43, то есть четыре полных восьмёрки и ещё три. Итого по-нашему 35.

– А по-нашему 55. Правильно.

– Какой ты умный, Кузька! – радостно закричала Бусенька. – Здорово всё-таки, что у тебя не 14 ног. Всего хорошего!

– До свидания! – сказал Кузька озадаченно, несколько запутавшись в том, какое именно количество ног имела в виду Бусенька.

Ночью Бусеньке приснился кошмарный сон, что она не Бусенька, а сороконожка. К ней во сне пришёл Кузька и сказал:

– Сейчас мы будем умножать на 39. Сначала нужно поставить все 40 ног на одну линию…

Художник Полина Царёва

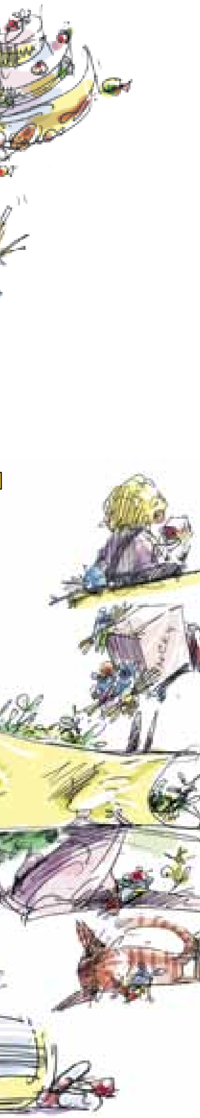
Избранные задачи конкурса «Кенгуру»

Материал подготовил
Дмитрий Максимов

«Кенгуру» – это массовый международный математический конкурс-игра под девизом «Математика для всех». Главная цель конкурса – привлечь как можно больше ребят к решению математических задач, показать каждому школьнику, что обдумывание задачи может быть делом живым, увлекательным, и даже весёлым!

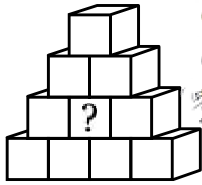
Мы приводим подборку задач этого года, предлагавшихся российским участникам (их было больше 2 миллионов человек). В скобках рядом с номером каждой задачи указано, из какого она варианта и сколько баллов стоила.

Подробнее о конкурсе можно прочитать на сайте **http://mathkang.ru/**.



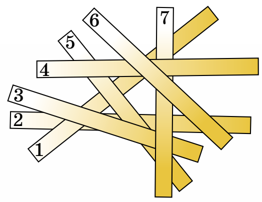
1. (2 класс, 5 баллов) Анна, Бетти и Селина родились в одном году, их дни рождения пришлись на одно и то же число в разных месяцах. Бетти на 6 месяцев старше, чем Селина, и на 5 месяцев младше, чем Анна. В каком месяце родилась Бетти?

(А) в апреле (Б) в мае (В) в июне (Г) в июле (Д) в августе



2. (2 класс, 5 баллов) У малыша Феди есть 10 кубиков: 4 красных, 3 синих, 2 зелёных и 1 жёлтый. Он сложил из них домик, показанный на рисунке, так, что никакие два кубика одного цвета не соприкасаются. Какого цвета отмеченный кубик?

(А) красный (Б) синий (В) зелёный
(Г) жёлтый (Д) невозможно определить



3. (2 класс, 4 балла) На пол одна за другой упали 7 бумажных полосок. Полоска с каким номером упала четвёртой?

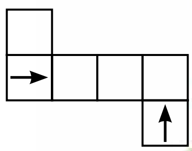
(А) 1 (Б) 3 (В) 4 (Г) 5 (Д) 7

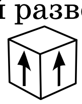
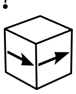
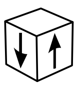
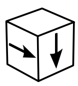
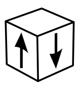
4. (3 – 4 класс, 4 балла) В ребусе одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы – разные цифры. Известно, что цифры 0, 8 и 9 не использованы. Какая ещё цифра не использована?

$$\begin{array}{r} \text{КЕ} \\ +\ \text{НГ} \\ \hline \text{УРУ} \end{array}$$

(А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 5 (Д) 6

5. (3-4 класс, 5 баллов) Какой кубик получится из данной развёртки?



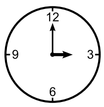
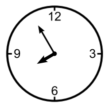
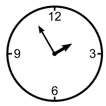
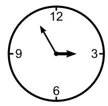
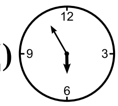
(А)  (Б)  (В)  (Г)  (Д) 

6. (5 – 6 класс, 4 балла) Доктор Пилюлькин прописал семи коротышкам по одной пилюле каждый день,

а девяти другим коротышкам – по одной пилюле через день. Сегодня доктор Пилюлькин выдал этим коротышкам 13 пилюль. Сколько пилюль он выдаст им завтра?

(А) 7 (Б) 8 (В) 9 (Г) 10 (Д) 13

7. (5 – 6 класс, 4 балла) После того как в 3 часа ночи прозвенел Васин будильник, и Вася стукнул по нему кулаком, часовая стрелка будильника стала двигаться в 12 раз быстрее, чем надо. Что покажет будильник в 03:55?

(А)  (Б)  (В)  (Г)  (Д) 

8. (5 – 6 класс, 5 баллов) Через два часа до сегодняшней полуночи останется втрое больше времени, чем 6 часов назад оставалось до полудня. Через сколько часов наступит полночь?

(А) 2 (Б) 4 (В) 6 (Г) 8 (Д) 10

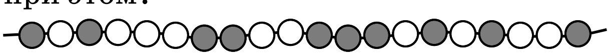
9. (5 – 6 класс, 5 баллов) На острове живут 25 человек: рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут, и хитрецы, каждый из которых через раз отвечает на вопросы то правду, то ложь. Каждому жителю острова было задано подряд три вопроса: «Вы рыцарь?», «Вы хитрец?», «Вы лжец?». Ответ «Да» на первый вопрос дали 17 человек, на второй – 12, на третий – 8. Сколько хитрецов на острове?

(А) 4 (Б) 5 (В) 8
(Г) 16 (Д) невозможно определить

10. (5 – 6 класс, 5 баллов) На какое из чисел А – Д могут различаться суммы цифр двух последовательных целых чисел?

(А) 2011 (Б) 2012 (В) 2013 (Г) 2014 (Д) 2015

11. (7 – 8 класс, 3 балла) Марина разбирает бабушкины бусы. Она хочет снять ровно 5 тёмных бусин. Какое наибольшее количество белых бусин она сможет снять при этом?



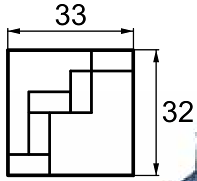
(А) 4 (Б) 5 (В) 6 (Г) 7 (Д) 8

12. (7 – 8 класс, 4 балла) Пять одинаковых маленьких прямоугольников расположены внутри прямоугольника 33×32 так, как на рисунке на с. 27. Чему

Материал подготовил
Дмитрий Максимов

равна площадь одного маленького прямоугольника?

(А) 50 (Б) 55 (В) 60
(Г) 72 (Д) невозможно определить



13. (7 – 8 класс, 4 балла) Если среднее арифметическое двух положительных чисел на 30 % меньше большего из этих чисел, то оно больше меньшего из них на

(А) 75 % (Б) 70 % (В) 30 % (Г) 25 % (Д) 20 %

14. (7 – 8 класс, 5 баллов) Старые весы работают так: если вес груза на них не больше 1000 г, то весы показывают правильный вес, а в противном случае они показывают произвольный вес, больший 1000 г. Есть пять гирь с весами A, B, C, D и E. При взвешивании нескольких пар гирь эти весы показали, что $B+D=1200$ г, $C+E=2100$ г, $B+E=800$ г, $B+C=900$ г, $A+E=700$ г. Какая гиря самая тяжёлая?

(А) A (Б) B (В) C (Г) D (Д) E

15. (7 – 8 класс, 5 баллов) Федя поехал на велосипеде из города в деревню. Он собирался приехать в деревню ровно в 15:00. За две трети отведённого времени он проехал три четверти пути. После этого он изменил скорость и прибыл в деревню в 15:00, как и собирался. Чему равно отношение его первоначальной скорости к скорости на последней четверти пути?

(А) 5 : 4 (Б) 4 : 3 (В) 3 : 2 (Г) 2 : 1 (Д) 3 : 1

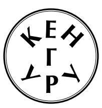
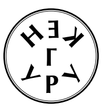
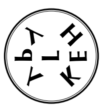
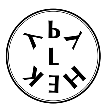
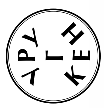
16. (7 – 8 класс, 5 баллов) При умножении натурального числа на 2 сумма цифр не может

(А) остаться прежней (Б) уменьшиться в два раза
(В) уменьшиться в 4 раза (Г) уменьшиться в 5 раз
(Д) все события А – Г возможны

17. (7 – 8 класс, 5 баллов) Пусть N – наименьшее число, все остатки от деления которого на 2, 4, 6, ..., 100 различны. Какой остаток даёт N при делении на 100?

(А) 0 (Б) 1 (В) 50 (Г) 98 (Д) 99

18. (9 – 10 класс, 3 балла) Кенгуру изготовил личную печать (см. рисунок справа). Какой из отпечатков А – Д можно сделать такой печатью?

(А)  (Б)  (В)  (Г)  (Д) 

Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС («Квантик» №6)

26. *Маша покупала булочку ценой в целое число рублей. Ровно она заплатить не смогла и дала как можно меньшую сумму, но чтобы на булочку хватило. В итоге она дала продавщице 9 рублей и получила сдачу. Сколько стоила булочка?*

Раз булочка стоит целое число рублей, то её цена – 8 рублей или меньше. Маша не могла дать продавщице ни одной монеты достоинством 1 рубль или меньше – такую монету можно было бы оставить у себя, и на булочку всё равно хватило бы. Значит, Маша дала несколько монет достоинством 2 или 5 рублей. Но из них можно набрать 9 рублей ровно одним способом: $2+2+5$. Тогда булочка стоила 8 рублей (если бы она стоила меньше, то и Маша дала бы $2+5=7$ рублей или меньше, а не 9).

27. *Окна в старых вагонах метро имеют форму, изображённую на рисунке справа. Закругления верхних углов рамы и стёкла сделаны в виде дуги окружности. Окно приоткрыли, сдвинув стекло на 10 см. Высота подвижной части окна равна 25 см. Чему равна площадь открытой части окна?*

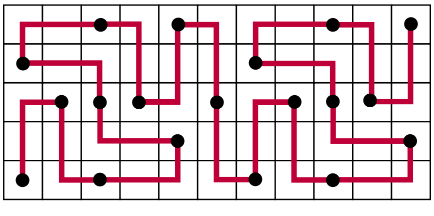
Ответ: 250 см^2.

Когда окно открыли, сдвинув на 10 см, в середине образовался прямоугольник размерами 10 см $\times$ 25 см (там, где стекло получилось в два слоя). Закроем окно: дырка исчезнет, а стекло везде будет в один слой. Значит, на дырку приходится ровно столько стекла, сколько его лишнего при открытом окне, то есть 250 см^2.

28. *Шахматный конь захромал, и, делая обычный ход буквой Г, наступает на каждую клетку, входящую в эту букву (например, делая ход с a1 на b3, он наступает ещё и на клетки a2, a3, либо на b1, b2). Может ли хромой конь обойти поле 5×11 так, чтобы наступить на каждую клетку ровно один раз?*

Ответ: может.

Один из возможных примеров обхода приведён на рисунке.



29. *Квантик попал на остров, населённый двумя племенами. Представители одного племени всегда говорят правду, представители другого – всегда лгут. Квантик подошёл к развилке дороги, и ему пришлось спросить у оказавшегося поблизости местного жителя, какая из двух дорог ведёт в деревню. Ему неизвестно, с представителем какого племени он разговаривает. Как, задав всего один вопрос, точно узнать, по какой дороге надо идти?*

Пусть Квантик выберет одну из дорог и будет спрашивать про неё. Если он просто задаст вопрос «Ведёт ли эта дорога в деревню?», то ответы честного и лжеца будут разными, и мы ничего не узнаем. Пусть Квантик задаст более хитрый вопрос: «Что ты ответишь, если я спрошу тебя, ведёт ли эта дорога в деревню?». Если дорога и вправду ведёт в деревню, рыцарь ответит «да», но и лжец – тоже «да» (ведь на вопрос «Ведёт ли эта дорога в деревню» он бы ответил «нет»). А если дорога не ведёт в деревню, то честный ответит «нет», но и лжец ответит «нет» (потому что на вопрос «Ведёт ли эта дорога в деревню» он бы ответил «да»).

Так Квантик точно узнает, по какой дороге надо идти – если ответ «да», то по выбранной, а если ответ «нет», то по другой.

30. *На старой печатной машинке Незнайки на печать каждой конкретной цифры всегда расходуется одно и то же количество чернил. Незнайка говорит, что на этой машинке нельзя напечатать два натуральных числа, одно в 9 раз больше другого, истратив на каждое число одно и то же количество чернил. Не ошибается ли он?*

Незнайка заведомо ошибается. Рассмотрим два числа 1089 и $9801 = 1089 \cdot 9$. Они состоят из одних и тех же цифр, поэтому чернил на них тратится поровну.

ДВА КОНВЕРТА («Квантик» №7)

Майкрофт вскрыл любой из конвертов и сразу съел записку (тут-то и пригодился стакан воды). Единственный способ проверить, что там было написано – посмотреть в другой конверт. Там точно окажется записка «ухожу» (из-за подмены). Но по правилам, записки должны быть разными, и раз осталась записка «ухожу», то министру придётся признать, что съеденной была записка «остаюсь».

МЫЛЬНЫЕ ПУЗЫРИ И ХОРДЫ

На фото в статье можно заметить, что плёнка, разделяющая соседние пузыри, выгнута в сторону большего из них. Значит, давление в маленьком пузыре больше.

Более того, можно показать, что в каждой точке, где сходятся три мыльные плёнки (в нашем случае – два пузыря и плёнка между ними), они подходят друг к другу под равными углами 120°. Зная это, можно вычислить, насколько и в какую сторону выгнута плёнка между пузырями.

ОНОРЕ ДЕ БАЛЬЗАК, УОЛТ ДИСНЕЙ, МАРК ТВЕН

История про Диснея – выдумка, так как фразу «Иди с ней!» он говорил бы наверняка не по-русски, а по-английски.

ЛАМПОЧКИ

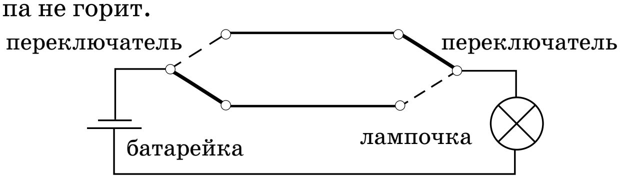
1. Пронумеруем выключатели, а потом щёлкнем каждым по разу в порядке номеров. Тому, кто за лампочками наблюдает, остаётся только записывать и подклеивать к лампочкам номера.

2. Пронумеруем выключатели, а потом щёлкнем каждым выключателем столько раз, какой его номер. Тому, кто за лампочкой наблюдает, остаётся только подсчитать, сколько раз лампочка моргнёт.

3. Пронумеруем выключатели. Выключатель №1 включаем, выключатель №3 оставляем выключенным. Выключатель №2 включаем, ждём пару минут, выключаем и сразу идём в комнату с лампочками. Там одна лампочка будет гореть, она соответствует выключателю №1. Одна из несветящихся лампочек будет тёплой, она соответствует выключателю №2. И, наконец, холодная лампочка будет соответствовать выключателю №3.

4. Идея решения состоит в том, чтобы вместо выключателя использовать переключатель. В отличие от выключателя, который соединяет или разъединяет два конца в цепи, переключатель соединяет один конец с одним из двух других, в зависимости от своего положения.

Одна из возможных схем приведена на рисунке. При таком положении переключателей лампа не горит.



ДЕВОЧКА С ГОЛУБЫМИ ВОЛОСАМИ

- Если надутый воздухом шарик отпустить, он опустится вниз. Чтобы шарик полетел вверх, его надо накачать лёгким газом, например, водородом или гелием.
- Искомый пин-код: 1236.
- Буратино просто не может утонуть, он деревянный.

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КОНКУРСА «КЕНГУРУ»

1. Ответ: В.

Между днями рождения самой старшей из девочек (Анны) и самой младшей (Селины) проходит $5+6=11$ месяцев, причём эти дни рождения приходятся на один и тот же год. Значит, Анна родилась в январе, а Селина – в декабре. А раз Бетти родилась через 5 месяцев после Анны, то у неё день рождения в июне.

2. Ответ: А.

Заметим, что домик Феди можно мысленно разделить на центральный кубик и три тройки кубиков, в каждой из которых любые два кубика соприкасаются. По условию, в каждой такой тройке не больше одного красного кубика, а у Феди всего четыре красных кубика. Значит, центральный кубик красный. Придумайте сами, каким именно мог быть дом Феди.

3. Ответ: Б.

Полоски лучше считать с конца: последней явно упала полоска номер 6 (она ничем не закрыта, а остальные полоски закрыты), перед ней упала полоска с номером 4 (она закрыта только 6-й полоской), перед 4-й полоской упала полоска номер 7, а перед ней – полоска с номером 3. Это и есть искомая полоска (она упала четвёртой и с конца, и с начала).

4. Ответ: Б.

Во-первых, ясно, что складывая два двузначных числа, нельзя получить число, больше, чем $99+99=198$. Поэтому буква У обозначает цифру 1. Значит, сумма цифр Е и Г оканчивается на 1, поэтому эта сумма равна 11. Поэтому Е и Г – это либо 7 и 4, либо 5 и 6. Сумма цифр К и Н тоже не меньше 10 (так как есть перенос), и при этом она не равна 10, так как в этом случае мы бы получили, что Р = 1. Следовательно, цифры К и Н – это тоже либо 7 и 4, либо 5 и 6. В любом случае получается, что Р = 2 и значит, цифра 3 не использована.

5. Ответ: Д.

Будем сворачивать кубик так, чтобы левая клетка со стрелкой была прямо перед нами. Тогда нижняя клетка развёртки окажется «на дне» кубика, и стрелка на ней будет смотреть влево, а стрелка на грани перед нами – вправо. Среди кубиков на картинке есть только два, в которых стрелки на соседних гранях смотрят в противоположные стороны – это В и Д. Но кубик В не подходит – как ни располагай его, чтобы на грани перед нами стрелка смотрела вправо, вторая стрелка окажется сверху кубика, а не на дне. А кубик Д подходит.

6. Ответ: Г.

Заметим, что семь коротышек, принимающих пилюли каждый день, получили их сегодня и получат завтра. Оставшиеся $13-7=6$ коротышек, которые получили пилюли сегодня, принимают их через день, и завтра за ними не придут. Зато завтра придут те $9-6=3$ коротышки, которым пилюли положены через день, и которые сегодня их не брали. Таким образом, всего завтра за пилюлями придёт $7+3=10$ коротышек.

7. Ответ: В.

Если часовая стрелка стала двигаться в двенадцать раз быстрее, значит, она стала двигаться как минутная. Поэтому угол между ними будет сохраняться. Значит, часовая стрелка всегда будет на четверть круга впереди минутной, ведь в 3:00 часа было именно так. Минутная стрелка движется правильно, поэтому в 3:55 она будет показывать 55 минут, то есть на число 11 на циферблате. Всем перечисленным условиям удовлетворяет ответ В.

8. Ответ: Г, полночь наступит через 8 часов.

Пусть сейчас от начала суток прошло k часов. Тогда через два часа до полуночи останется $24-(k+2)$ часов и это число в три раза больше, чем шесть часов назад оставалось до полудня. Шесть часов назад до полудня оставалось $12-(k-6)$. Таким образом, мы имеем уравнение $24-(k+2)=$ $=3(12-(k-6))$. Преобразовывая, получаем уравнение $22-k=54-3k$ или $2k=32$. Значит $k=16$, то есть от начала суток прошло 16 часов и до полуночи осталось $24-16=8$ часов.

9. Ответ: Г, на острове 16 хитрецов.

Рассмотрим ответы представителей всех племён. Рыцари ответят «да» на первый вопрос и «нет» на все остальные. Лжецы ответят «да» на первые два вопроса и «нет» на третий. Наконец, хитрецы бывают двух типов. Есть хитрецы, которые сначала отвечают правду, потом лгут, потом снова отвечают правду. Такие хитрецы ответят «нет» на все три вопроса. Хитрецы, которые сперва врут, потом говорят правду, потом снова врут, ответят «да» на все три вопроса. Таким образом, мы видим, что на первый вопрос «нет» ответили только хитрецы первого типа, то есть их ровно $25-17=8$. На последний, третий вопрос «да» ответили только хитрецы второго типа, то есть их тоже 8. Значит, всего хитрецов $8+8=16$.

10. Ответ: Д, на 2015.

Рассмотрим два последовательных числа. Если первое число не оканчивается на 9, то сумма цифр следующего числа будет на один больше предыдущего. Пусть число оканчивается ровно на k девяток, а $(k+1)$-я цифра с конца – не девятка (если её вообще нет, мы полагаем её нулём). Тогда следующее число будет оканчиваться на k нулей, а $(k+1)$-я цифра увеличится на 1. То есть сумма цифр изменится на $9k-1$. Итак, сумма цифр может изменяться либо на 1, либо на число, дающее остаток 8 от деления на 9. Среди предложенных ответов такому условию удовлетворяет только число 2015. Выбирая k таким образом, чтобы $9k-1=2015$, и рассматривая число из k девяток и следующее за ним, мы получаем пример такой пары чисел.

11. Ответ: Д, 8.

Восемь белых бусин получится, если мы снимем 6 бусин с левого конца и 7 бусин с правого конца бус. Докажем, что больше чем 8 белых бусин получить нельзя. Действительно, пусть нам удалось снять хотя бы 9 белых бусин. Тогда с одного из концов бус мы сняли хотя бы пять белых бусин. Чтобы снять пять белых бусин с правого конца, нужно снять как минимум шесть тёмных, что невозможно. Если же хотя бы пять белых бусин снято с левого конца, то мы сняли уже не меньше 4 тёмных бусин. Тогда с правого конца мы не сможем снять ничего, кроме одной тёмной бусины и двух белых, то есть всего снимем 8 белых бусин. В обоих случаяхполучаем противоречие.

12. Ответ: Б, 55.

Обозначим длинную сторону маленького прямоугольника через a, а короткую сторону – через b. Выразим горизонтальную сторону большого прямоугольника (длина которой – 33) через стороны маленького. Мы получим такое равенство: $a+b+a+a-b=33$. Из этого равенства мы получаем, что $a = 11$. Теперь выразим вертикальную сторону большого прямоугольника через стороны маленького. Получится уравнение $b + a + a + b = 32$. Решаем его, учитывая, что $a = 11$, и получаем, что $b = 5$. Значит, площадь маленького прямоугольника равна 55.

13. Ответ: А, 75%.

Обозначим данные нам положительные числа a и b, причём $b > a$. Согласно условию мы имеем такое равенство: $\frac{a+b}{2} = 0{,}7b$. Домножая обе части на 2 и перенося b в правую часть, получаем равенство $a = 0{,}4b$. Значит, $\frac{a+b}{2} = 0{,}7b = 0{,}7 : 0{,}4 \cdot 0{,}4b = \frac{7}{4} \cdot a = 1{,}75a$. Это равенство и означает, что среднее арифметическое данных нам чисел на 75% больше меньшего из этих чисел.

14. Ответ: Г, самая тяжёлая гиря D.

Чтобы это понять, сначала заметим, что первые два равенства ($B + D = 1200$ и $C + E = 2100$) на самом деле просто означают, что гири B и D, а также гири C и E весят больше 1000. Теперь заметим, что неравенство $B + D > 1000$ и равенство $B + E = 800$ означают, что $D > E$. Неравенство $C + E > 1000$ и $B + E = 800$ означают, что $C > B$. Неравенство $B + D > 1000$ и равенство $B + C = 900$ означают, что $D > C$. Наконец, равенства $B + E = 800$ и $A + E = 700$ означают, что $B > A$ (причём ровно на 100 граммов, что неважно для решения). Совмещая три последних неравенства, мы получаем, что $D > C > B > A$, а так как мы выяснили и что $D > E$, мы и получаем, что гиря D – самая тяжёлая.

15. Ответ: В.

Будем считать расстояние от города до деревни за единицу расстояния, а время, которое Федя собирался потратить на путь – единицей времени. Тогда, в наших единицах, скорость на первой части пути равна $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{8}$, а на второй части пути – $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$. Значит отношение скоростей равно $\frac{9}{8} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$.

16. Ответ: Д, все приведённые события могли произойти.

Продемонстрируем это примерами. Остаётся прежней при умножении на два сумма цифр числа 9, уменьшается в два раза сумма цифр числа 15, уменьшается в пять раз сумма цифр числа 5. Наконец самое трудное – придумать пример числа, сумма цифр которого при умножении на 2 уменьшается ровно в 4 раза. Идея построения такого числа опирается на то, что наличие пятерки в исходном числе добавляет единицу к следующему разряду удвоенного числа, а наличие единицы в числе добавляет двойку к тому же разряду удвоенного числа. Таким образом, если в исходном числе a пятёрок и b единиц (и больше ничего), то сумма цифр полученного числа будет складываться из a единиц и b двоек. То есть нам надо подобрать числа a и b так, чтобы числа $5a + b$ было в четыре раза больше числа $a + 2b$. Это достигается, например, при $a = 7$ и $b = 1$, то есть сумма цифр числа 15555555 при удвоении уменьшается ровно в 4 раза.

17. Ответ: Г, остаток равен 98.

Прежде всего, сделаем такое наблюдение – остаток R числа A от деления на чётное число B имеет ту же чётность, как и само число. Действительно, разность $A - R$ должна делиться на B и потому обязательно будет чётной. То, что разность двух чисел чётная и означает, что они оба имеют одинаковую чётность. Теперь обратимся к задаче. Предположим, что число N нечётное. Тогда его остатки от деления на числа 2, 4, ..., 100 тоже нечётные. Это значит, что от деления на 2 остаток обязательно 1, от деления на 4 остаток обязательно 3 (он должен быть нечётным, не может быть равным единице и должен быть меньше четырёх), остаток от деления на 6 обязательно 5 и т. д. То есть число $N + 1$ делится на все чётные числа от 2 до 100. Заметим, что число $N - 1$ даёт остатки 0, 2, 4,..., 98 от деления на 2, 4, 6,..., 100 соответственно, то есть тоже подходит под условие задачи. А значит, N не наименьшее. Теперь пусть N – чётное. Тогда, рассуждая аналогично, мы получаем, что остаток N от деления на 2 равен 0, остаток от деления на 4 равен 2, от деления на $6 - 4$ и т. д. То есть $N + 2$ должно делиться на все чётные числа от 2 до 100. А значит, его остаток от деления на 100 равен 98.

18. Ответ: В.

Напомним, что отпечаток должен быть зеркальным отражением печати, поэтому ответы А, Б и Д сразу можно отбросить (на этих рисунках буква Г изображена правильно, а не зеркально, как должно быть). Из двух оставшихся ответов надо выбрать В (например, в ответе Г неправильно изображено взаимное расположение букв Г и К).

наш КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 сентября по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

VIII ТУР

36. В стране три города: A, B и C. Жители города A всегда говорят правду, города B – лгут, а города C – строго попеременно лгут и говорят правду. В одном из городов случился пожар. Дежурному на каланче позвонили. Состоялся такой диалог:

– У нас пожар!

– Где горит?

– В городе C.

Куда ехать пожарным?

Авторы задач: Андрей Меньщиков (38), Владимир Ковальджи (40)

37. Пешеход идёт вдоль шоссе с постоянной скоростью. Каждые 6 минут он видит попутный автобус, а каждые 3 минуты – встречный. Автобусы едут в обе стороны с одной и той же скоростью и отправляются из конечных пунктов через равные промежутки времени. Найдите эти промежутки.

38. Коля и Вася зашли в магазин, где всё стоит целое число рублей. Коля купил 3 пачки сока и 4 булочки, после чего расплатился без сдачи несколькими 10-рублёвыми монетами. Вася же купил 9 пачек сока и 2 булочки. Докажите, что и он сможет расплатиться без сдачи 10-рублёвыми монетами.

39. Петя нарисовал 5 рисунков. На каждом рисунке он изобразил несколько прямых и отметил все точки пересечения этих прямых друг с другом. В результате на первом рисунке он отметил всего 1 точку, на втором – 2, на третьем – 3, на четвертом – 4 и на пятом – 5.

а) Приведите примеры таких рисунков.

б) Про какие из Петиных рисунков можно наверняка сказать, сколько на них проведено прямых?

40. Три одинаковые банки с тремя разными красками наполнены на две трети каждая. Есть возможность переливать любую часть жидкости из одной банки в другую (при этом краски, оказавшиеся в одной банке, равномерно перемешиваются). Как сделать во всех банках одинаковую смесь? (Другой посуды нет, выливать краску нельзя.)

Художник Инга Коржнева

ПУГАЛА В ОГОРОДЕ

На рисунке ниже изображены три поля. На каждом из них расставьте как можно меньше пугал так, чтобы из любого места поля было видно хотя бы одно пугало. Сквозь дом, стог и забор пугала не видны.

Художник Елена Цветаева