

Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 2

февраль
2014

МУРАВЬИ НА ПАЛКЕ

ЭТОТ ЛЕВЫЙ,
ПРАВЫЙ МИР

УГАДАЙ
СТАНЦИЮ МЕТРО

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252



Первые три выпуска **АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»** с материалами номеров 2012 года и первого полугодия 2013 года, а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11, <http://biblio.mccme.ru> или заказать по электронной почте: biblio@mccme.ru

www.kvantik.com
[@ kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru)
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12



Появилась подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: <http://pressa.ru/magazines/kvantik#/>

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Махова
Редакция: Екатерина Антоненко,
Александр Бердников, Алексей Воропаев,
Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков,
Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Евгения Константинова
Формат 84x108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в
Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых
коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 3000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва,
Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83. e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться
по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты
России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии
с предоставленными материалами
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №



СОДЕРЖАНИЕ

■ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК		
Муравьи на палке.	<i>М. Прасолов</i>	2
■ ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ		
Лесные пожары в тридевятом царстве.	<i>И. Кобиляков</i>	4
Этот левый, правый мир.	<i>С. Дворянинов</i>	8
■ ВЕЛИКИЕ УМЫ		
Грейс Хоппер.	<i>Г. Погудин</i>	10
■ НАГЛЯДНАЯ МАТЕМАТИКА		
Переложите спички.	<i>А. Меньщиков</i>	14
■ ЧЕТЫРЕ ЗАДАЧИ		
Угадай станцию метро.	<i>Г. Жуков</i>	16
■ ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ		
Паучьи лапки.	<i>В. Юрченко</i>	18
■ СЛОВЕЧКИ		
Ракоход.	<i>А. Челпанова</i>	21
■ СТРАНИЧКА ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ		
Калейдоскоп.	<i>Н. Рожковская</i>	24
■ КОМИКС		
Два ключа.	<i>С. Дворянинов</i>	27
■ ОЛИМПИАДЫ		
Уральский турнир юных математиков.	<i>Л. Медников, И. Рубанов</i>	28
Наш конкурс		32
■ ОТВЕТЫ		
Ответы, указания, решения		30
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ		
Гирлянда.	<i>А. Бердников</i>	IV стр. обложки



Муравьи на палке



Задача. По палке бегают муравьи с одинаковой постоянной скоростью. Всю палку муравей пробегает за 1 минуту, а когда добегает до края, падает с неё. Но когда два муравья встречаются, они разворачиваются и начинают бежать в противоположном направлении. Докажите, что через минуту все муравьи упадут с палки.

На первый взгляд задача кажется трудной. Ведь если муравьёв много и они бегут в разных направлениях, то муравей из середины много раз встретит других муравьёв, а значит, много раз будет разворачиваться – его путь будет довольно сложным. Как же доказать, что он достигнет конца палки в течение минуты? Но всё же попробуйте решить задачу прежде, чем читать дальше.

Первое решение. Достаточно посмотреть на эту беготню немного по-другому. Представьте, что при встрече два муравья не разбегаются в разные стороны, а проходят сквозь друг друга, продолжая своё движение. Если муравьи внешне одинаковы, мы не заметим разницы после такого изменения в условии: оно не повлияет на общее расположение муравьёв на палке в каждый момент времени! Ведь после встречи двух одинаковых муравьёв не важно, кто именно в какую сторону пошёл – главное то, что они разошлись в разные стороны.

Тогда каждый муравей, не разворачиваясь, будет всё время приближаться к концу палки, возможно встречаясь с другими муравьями. Поэтому через минуту каждый муравей упадёт с палки.

Второе решение. Если предыдущее решение показалось вам неубедительным, может быть, следующее рассуждение развеет сомнения.

Посадим на каждого муравья по блохе. Также попросим блох при встрече муравьёв, на которых они сидят, меняться местами. При этом сами муравьи будут разворачиваться и разбегаться в разных направлениях.

Теперь проследим за движением какой-нибудь блохи. Она будет всё время приближаться к концу палки со скоростью муравья, на котором сидит, иногда перепрыгивая на других муравьёв. Значит, каждая блоха не дольше чем через минуту упадёт с палки вместе со своим «осёдланным».

Так как на каждом муравье всё время сидит какая-нибудь блоха, то в течение минуты вместе со всеми блохами с палки упадут и все муравьи.

Подведём итог. Одна красивая идея позволила нам свести задачу о довольно сложном движении муравьёв к простому случаю, когда каждый муравей движется всё время в одном направлении. Если вы разобрались, попробуйте решить такую задачу.

По прямой в одном направлении на некотором расстоянии друг от друга движутся 10 одинаковых шариков, а навстречу им движутся 10 других таких же шариков. Скорости всех шариков одинаковы. При столкновении любых двух шариков они разлетаются в противоположные стороны с той же скоростью, с какой двигались до столкновения. Сколько всего столкновений произойдет между шариками?





ЛЕСНЫЕ ПОЖАРЫ В ТРИДЕВЯТОМ ЦАРСТВЕ

В некотором царстве, в некотором государстве случилась беда: повадился Змей Горыныч с набегами-налётами. То лес выжжет, то луг вытопчет, то подымет ветер такой, что ни в сказке сказать, ни пером описать. Взмолился народ – пришёл к царю-батюшке:

– Помоги, защити, родненький, погибаем мы от Змея Горыныча.

Скоро сказка сказывается, да не скоро царь государственные дела решает.

Год проходит, два, а царю и дела нет. Пятьдесят лет проходит, сто, а царь будто и не слышит мольбы народа.

– В лесу рядом с дворцом никогда я Горыныча не видел, а значит, нет его нигде, – таков был ответ царя.

Времечко шло, леса горели. Змей Горыныч жёг леса без разбора, и никто его поймать не мог. Но не без героев сказочных мир, не без счастливого случая. Случилось как-то Иванушке-дурачку по лесу проходить, где царь охотиться любил. Вдруг налетел ветер сильный – деревья к земле пригнулись. Змей Горыныч летит! Побежал Иванушка что есть мочи из леса, да у самого царского дворца и оказался. Чумазый весь, запыхавшийся:

– Люди добрые, спасите! Змей Горыныч лес сжёг!

На крик Иванушки выходит из дворца царь с дочерью своей, Василисой Премудрой.

– Ах ты, Ванька-дурак! Лес поджёг, чуть дворец не спалил! Стража, в темницу его! – затопал ногами царь.

И уж было взяла стража под белы ручки Иванушку, да вступилась за него Василиса.

– Разве ты не видишь, батюшка, добрый молодец не в том месте да не в то время оказался. Был бы Иванушка злодеем, подпалил бы он себе штаны, рассуди?

– И верно, Василиса, штаны бы целы были. Хотя не факт. Надо бы это проверить, да только как?

– А пусть он, батюшка, пойдёт и дело доброе сделает, – отвечает Василиса Премудрая, – отыщет Змея Горыныча, народ наш от врага лютого избавит. Найдёшь Горыныча, Ванюша?

Почесал затылок добрый молодец:

– Найду, как не найти. – Уж больно Иванушке в темницу не хотелось.

– Вот и чудно, – обрадовался царь. – Ступай себе с Богом. И чтобы без Горыныча не возвращался! Только вот вину его ещё доказать надо...

Пригорюнился Иванушка, буйну голову повесил. Одно дело – поймать змея. Другое дело – доказательства его преступлений собрать. Много времени прошло с тех пор, как Горыныч леса начал жечь. За сто лет и следов-то от пожара не сыщешь, уголька не найдёшь. Всё заросло!

– Не печалься, – сказала Василиса. – Я тебе помогу. Не знаешь ты разве, что в природе всё связано со всем, ничто без следа не проходит. А пожар – событие большое! О нём лес помнит долго. У леса мы и спросим, когда пожар был. Вот слушай. Каждое растение сильно зависит от того места, где растёт. Сосна не растёт в темноте. Дуб – на песке. Ива – в сухости. Да ты и сам знаешь. Чай, много раз в лесу-то был. Выходит, что, зная дерево, можно назвать то место, где оно растёт. Понимаешь?



– Понимаю, конечно, чего же тут непонятного? Клюкву собирают на болоте, голубику по краям болота, а если захочешь бруснику собрать – лезь на горку, где посуше. Каждое дерево, каждая травка своё место в природе имеет.

– Правильно! – обрадовалась Василиса.

Хоть и звали Иванушку дурачком, кое-что он понимал.

– После того, как пожар прошёл, лес восстанавливается не сразу, а проходит целый ряд превращений. Не каждое растение может на гари вырасти. Поэтому сначала там, где был пожар, появляются одни виды растений, потом другие... Моя бабушка об этом много знает. Когда пойдёшь Змея Горыныча искать, всё примечай. Потом найдёшь мою бабушку – она тебе всё растолкует.

Иванушка кивнул.

– А ещё, дорогой мой друг, тебе надо бы знать вот про что, – Василиса вдруг заговорила шёпотом. – Каждое дерево летопись ведёт!

– Как так летопись? – заволновался Иванушка. – Что-то я ни разу не видал, чтобы дерево что-нибудь записывало.

Василиса подняла брови и улыбнулась:

– Замечал ли ты когда-нибудь, что у черепахи на панцире и у рыб на чешуе есть колечки? Если их посчитаешь, то узнаешь, сколько лет живет черепаха или рыба. Такие же колечки есть и у деревьев внутри ствола. Каждое колечко состоит из двух частей – тёмной и светлой. Светлая часть образуется в начале лета. Это ранняя древесина, из больших клеток. Тёмная образуется обычно ближе к осени. Это поздняя древесина, её клетки поменьше. Вот и получается, что каждый год у дерева появляется одно колечко. На-ка, Иванушка, тебе возрастной бур Пресслера.

– Чего? – оторопел Иванушка. – Это что за диковина такая, и название не выговоришь?

– А он тебе всё про пожары расскажет. – С этими словами Василиса протянула Иванушке синюю металлическую трубочку, 30 сантиметров в длину и около сантиметра в толщину.

– Вкрутишь бур в дерево, вытащишь с его помощью из дерева kern – палочку хрупкую, деревянную. На керне все колечки посчитаешь и узнаешь, сколько дереву лет. А потом отнеси все керны, которые соберёшь, моей бабушке. Она тебе расскажет, как по ним определить, когда пожары в лесу были.



Художник Виктор Пяткин

– Спасибо, Василиса! Буду жив – век не забуду твоей доброты.

Вышел Иванушка за порог и испугался. Деревья кругом обугленные, страшно взглянуть. Только верхушки целы, а внизу вся кора обгорела. Значит, пожар был не верховым, а низовым. Деревья ещё живы.

Стал Иванушка к деревьям присматриваться, и увидел, что с одной стороны стволов огонь выше забирался, с другой ниже. Что бы это значило? При низовом пожаре пламя выше всего поднимается на подветренной стороне ствола деревьев. Вот и след! И Иванушка пошёл туда, откуда дул Горыныч.

Долго ли коротко ли, пришёл Иванушка-дурачок на другое пожарище. Змей Горыныч тут поработал на славу. Деревья все или сгорели дотла, или попадали. Пожар был верховым, значит. А коли стволов с опалинами больше нет, то и след Змея Горыныча потерялся.

Пригорюнился было Иванушка, да вдруг заметил, что над пожарищем летает чёрный ворон.

– Кар-кар! Иди за мной, Иванушка! Приведу тебя к логову змеиному! Да клювом не щелкай, улики собирай, чтобы было за что Горыныча в темницу посадить.

Посмотрел Иванушка на ворона – чай, птица умная.

– Ну, пойдём, ворон! Показывай дорогу!

– Хоть и не должен я подсказывать, скажу тебе по секрету, – снова прокаркал ворон, – чем дальше мы от дворца будем отходить, тем старше лес будет. А Змей Горыныч, говорят, живёт в самой чаще, где пожаров не было ни разу.

Очень скоро привёл Ворон Иванушку-дурачка на поляну. Посреди поляны деревья одинокие стоят, то ли чёрные сами по себе, то ли обгорелые. Сразу и не поймёшь. Бурить надо.

Ворон на сук одинокой сосны сел и прокаркал:

– Доставай-ка свой бур, Иванушка, да вкручивай его в сосенку! Узнаем сейчас, был ли пожар здесь али не было.

Достал Иванушка бур, вкрутил его до упора в сосенку и вытащил kern деревянный, тоненький да хрупкий.

– Слушай, Ворон, а дереву-то ничего от этого бура не будет? – задрал голову кверху, прокричал Иванушка. – Деревья я люблю и портить их не хочу! Уж лучше без улик вернусь и в темнице посижу!

– Дурачок ты, Иванушка. Кар-кар! Сосенке это как прививка будет. Прячь kern за пазуху, да дальше пошли.

Окончание в следующем номере

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Сергей Дворянинов

Но съем плоды запретные
с древа я,
И за хвост подёргаю славу я.
Хоть у всех толчковая — левая,
А у меня толчковая — правая!

Но свою неправую правую
Я не сменю на правую левую!

В.С. Высоцкий



Рис. 1



Рис. 2, а

Рис. 2, б

ЭТОТ ЛЕВЫЙ, → ← ПРАВЫЙ МИР

Вспомните привычную ситуацию. Пассажир метро подошел к АКП – автоматическому контрольному пункту. Приложил магнитный билет к турникету. Загорелась зелёная лампочка – можно идти. А теперь скажите: эта зелёная лампочка останется слева или справа по ходу пассажира?

Вначале выясним, какой рукой пассажир приложил свой билет к считывающему устройству – левой или правой? Большинство людей предпочитают всё делать правой рукой. Рисовать и писать, подносить ложку ко рту и открывать водопроводный кран... Вот поэтому и считывающее устройство расположено справа по ходу пассажира. Так удобнее. Всем, кроме левшей.

У современных холодильников дверь можно навесить и с одной стороны, и с другой. Кому как удобно пользоваться. Левша может дверь перевесить.

Есть немало предметов, которыми одинаково удобно пользоваться и правше, и левше. Это шариковая ручка или карандаш, чайная или столовая ложка, чашка и тарелка, зубная щётка и пила-ножовка, обычная отвёртка и молоток, шило и иголка, напёрсток и ножницы...

А вот тут будем внимательнее. На рисунке 1 изображены обычные ножницы. Удобно ли пользоваться ими левше? Или же для левшей нужны специальные ножницы? Дело в том, что когда мы держим ножницы в правой руке и режем, например, лист бумаги по заранее проведённой линии, то ножницы не заслоняют линию разреза. Попробуйте сделать то же самое, взяв ножницы в левую руку. Что изменилось? Теперь линия разреза не видна. Но это ещё полбеды. У большинства старых ножниц лезвия можно развести так, чтобы они не касались. Правши этого не замечают, потому что их рука сама сводит лезвия вместе, ей это удобно (рис. 2, а). С левшами всё наоборот: лезвия тех же ножниц они непроизвольно разводят в стороны (рис. 2, б) и ножницы не режут, а только мнут материал. Поэтому левшам надо напрягать руку, чтобы «правые» ножницы у них работали. Какими же должны быть ножницы для левшей? Нарисуйте!

Обратимся к картине И. Е. Репина «Запорожцы пишут письмо турецкому султану» (рис. 3). Присмотримся к казаку в красном кафтане. Его кривая сабля висит с левой стороны! Так её удобнее правой рукой доставать из ножен.

Вспомним великого русского полководца А. В. Суворова, говорившего: «Математика – гимнастика ума». На его парадных портретах шпага на портупее тоже висит слева. Между прочим, отсюда идёт традиция, которой придерживаются все кавалеры, ведущие барышню под руку. Даму ведут правой рукой, чтобы брякающая шпага или сабля не мешали ходьбе.

Итак, большая часть окружающих нас предметов удобна для использования правой рукой. Например, компьютерная мышь. При этом некоторые модели допускают переключение для работы левой рукой.

Но иногда, например, в спорте или в военном деле, требуется специально доставить противоположной стороне неприятности и неудобства. Для футбольного вратаря может быть неожиданным удар нападающего по мячу левой ногой. Для боксёра-правши (а таких, конечно же, большинство) непривычным может оказаться противник-левша. Как это учитывается при сооружении винтовых лестниц – читайте в статье следующего номера «Винтовая линия».

Вопрос: Полицейский на рисунке правша или левша?



Рис. 3

Вообще всегда важно не путать левое с правым. Посмотрите на четвёртую страницу обложки № 9 нашего журнала за 2012 год. На ней изображены кресла канатной дороги.



Рис. 4

А теперь посмотрите на рисунок 4: изогнутая труба, на которой крепятся кресла, находится с внешней стороны. Такая труба будет мешать при высадке. Поэтому обычно эта труба находится с внутренней стороны, а на картинке – ошибка.

Глеб Погудин



Грейс Хоппер
(1906 – 1992)

Компьютер или калькулятор?

Современная вычислительная техника начиналась, по большому счету, с калькуляторов. Первые компьютеры удерживали в памяти лишь несколько чисел и выполняли с ними стандартные арифметические операции: сложение, вычитание, умножение и деление. В общем и целом, внутри компьютеры не претерпели существенных изменений – это и сейчас калькуляторы, но с огромной скоростью вычислений и объёмом памяти. Однако язык общения человека и компьютера стал иным. Между нулями и единичками (учёно говоря, машинным кодом) и программистом появились программы-переводчики – компиляторы. Во-первых, это делает написание и чтение программ гораздо более удобным – они написаны на языке, в чём-то похожем на человеческий. Во-вторых, можно уже не думать о том, как устроен внутри данный конкретный компьютер, компилятор с этим сам разберётся.

О человеке, который сделал первые шаги в этом направлении, мы и расскажем. Её звали Грейс Хоппер, однако в разные времена она была известна как «удивительная Грейс» (Amazing Grace) и «бабушка Кобол» (Grandma COBOL). Интересно, что «Amazing Grace» – вообще-то название популярного христианского гимна, известного с 1779 года.

Занятия математикой и первый компьютер

Родилась Грейс в 1906 году в Нью-Йорке. Свою научную карьеру начала как чистой воды математик – в 1930 году получила степень магистра в Йельском университете и там же написала под руководством известного математика Ойстина Оре диссертацию по алгебре. С 1931 г. начала преподавать математику.

Всё изменилось со вступлением США во вторую мировую войну. Грейс пошла служить добровольцем на флот. В звании младшего лейтенанта её направили в вычислительную лабораторию флота при Гарвардском университете. Там и произошло её первое знакомство

Компьютер «Mark I»



GRACE HOPPER

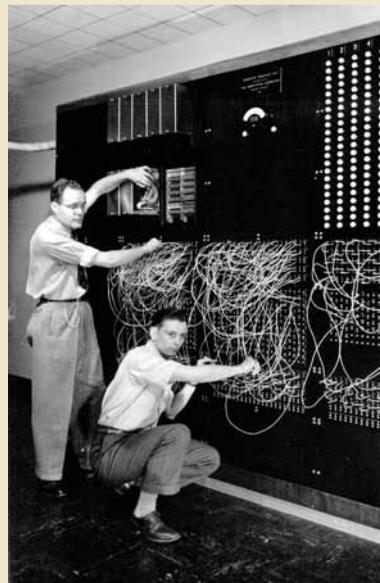
ВЕЛИКИЕ УМЫ

с компьютерами, точнее говоря, – с компьютером «Mark I». О нём хотелось бы сказать особо. Эта громадина весила четыре с половиной тонны и занимала площадь в несколько десятков квадратных метров. Несмотря на столь внушительный размер, по возможностям «Mark I» уступал некоторым современным калькуляторам: в памяти он мог хранить 72 числа и делать три операции сложения или вычитания за секунду. Чтобы перемножить два числа, ему требовалось уже шесть секунд.

С тех пор всю жизнь Грейс Хоппер была связана с военно-морским флотом США. Со временем она достигла чина контр-адмирала, и на большинстве фотографий мы видим её в мундире с внушительным, кстати, количеством наград.

Первый компилятор

После войны, в 1949 году, Грейс Хоппер попала в группу разработчиков компьютера «UNIVAC I» в компании «Eckert-Mauchly Computer Corporation». Он был гораздо более «сообразительным» – сложение выполнялось примерно за 500 микросекунд, а умножение – за 0,002 секунды. Для него Грейс Хоппер и написала в 1952 году первый в мире компилятор A-0. Он был устроен предельно просто: Грейс записала часто используемые ею подпрограммы (например, возведение числа в степень) в виде машинного кода на кассету (тогда основными носителями информации были они, а не диски или флешки), присвоив каждой свой уникальный номер. Теперь в основной программе можно было, всего лишь указывая номер, вызывать соответствующую подпрограмму с кассеты. Это не только сократило программы, но и ввело в программирование принципиально новый шаг: сначала ты пишешь программу на своем языке (в данном случае – используя номера подпрограмм), а потом специальная программа – собственно компилятор – превращает этот текст в машинный код. Грейс Хоппер хотела, чтобы «работа программиста ста-



Работа с компьютером «Mark I»

Миноносец «Amazing Grace» назван в честь Грейс Хоппер



```
00 00 00 W0 03 Z2
T0 02 07 Z5 11 T0
00 Y0 03 09 20 06
00 00 00 Y0 Z3 41
00 00 Z4 59 W0 58
00 00 00 Z0 Z0 72
00 00 Y0 59 W0 58
00 00 00 T0 U0 99
00 W0 03 W0 01 Z1
00 00 00 Z0 W0 40
00 00 00 00 ZZ 08
```

Машинный код



Премия имени Грейс Хоппер от Ассоциации вычислительной техники (АСМ) впервые была присуждена в 1971 году Дональду Кнуту

```
PERFORM UNTIL EndOfStudentFile
    ADD 1 TO MonthCount(MOBirth)
    READ StudentFile
        AT END SET EndOfStudentFile TO TRUE
    END-READ
END-PERFORM
```

Фрагмент программы, написанной на языке COBOL

ла ближе деятельности математика», недаром одна из последующих версий этого компилятора получила название MATH-MATIC.

С точки зрения современного человека, создав A-0, Грейс Хоппер совершила одно из важнейших открытий в вычислительной технике. Однако, как нередко случается, современники не придавали её деятельности особого значения. Она писала позже: «У меня был работающий компилятор, и никто им не пользовался. Мне говорили, что компьютер может выполнять только арифметические операции». Однако довольно скоро Грейс Хоппер убедила руководство в перспективности такого подхода к программированию и в 1954 году возглавила отдел автоматизации программирования.

Do you speak English?

Под её руководством был создан язык FLOW-MATIC, к которому руководство также поначалу относилось скептически. Это был первый в мире язык программирования, программы на котором состояли из слов английского языка. С точки зрения удобства это был очень важный шаг – если вы знаете английский, то даже вам, не знакомым с языком FLOW-MATIC, примерно понятно, что делает эта программа.

Эта новинка пришлась очень кстати, так как к концу 50-х годов многие люди за пределами узких математических и научных кругов стали понимать, что на компьютер можно переложить много всякой рутинной и вычислительной работы. А теперь и язык общения с этим «работником» стал гораздо более привычным.

*Корабль в порту находится в безопасности,
но строят корабли не для этого* *Грейс Хоппер*

Поэтому самый известный язык, созданный Грейс Хоппер, назывался «COBOL». Его название является аббревиатурой от «COmmon Business Oriented Language» – общий язык для бизнеса или, если перевести более вольно, всеобщий язык для деланья дел. Он оказался очень продуманным – поддерживался и развивался в течение сорока лет, изменения вносились в COBOL вплоть до 2002 года. Это весьма солидный возраст для компьютерной технологии.

«Главное открытие»

Многие в шутку говорят, что главным достижением Грейс Хоппер было не написание первого компилятора, а то, что она придумала термин «debugging» (на русский это обычно переводится как отладка, хотя иногда пишут просто «дебаг»). Он означает поиск ошибок в программе. Дело в том, что во время работы Грейс и её коллег на компьютере «Mark II» в Гарварде в 1947 году одна из неисправностей была связана с тем, что внутри компьютера застрял мотылёк. С тех пор и повелось называть поиск ошибок словом «debugging» (буквально на русский это переводится примерно как «дезинсекция» или «разжучивание»). Сам же «герой» оказался вклеен в лабораторный журнал, который теперь хранится в Национальном музее американской истории в Вашингтоне.

«Бабушка Кобол»

Кроме весьма удачной карьеры программиста Грейс Хоппер много лет посвятила популяризации программирования, в частности языка COBOL, и обучению ему. Она была известна как интересный и эмоциональный рассказчик. Например, она часто приходила на лекцию с тридцатисантиметровой веревочкой, поясняя, что столько свет проходит за одну наносекунду и именно поэтому сигнал со спутников идет так долго, а компьютерам лучше быть маленькими.

Вот такой была эта воистину удивительная Грейс Хоппер!



На лекции



Процесс удаления этого мотылька Грейс назвала «debugging»



Грейс Хоппер похоронена на Арлингтонском национальном кладбище

ПЕРЕЛОЖИТЕ

В задачах 1 – 6 переложите одну спичку так, чтобы получилось верное равенство. В задачах 5 и 6 найдите два решения.

1

$$9 + 1 = 0$$

2

$$8 - 6 = 6$$

3

$$1 + 1 = 6$$

4

$$5 + 1 = 5$$

5

$$VI - IV = IX$$

6

$$0 + 3 = 0$$



7

В задачах 7 и 8 переложите одну спичку, а в задаче 9 – две спички так, чтобы получилось верное равенство.



8



9



10



Добавьте к четырём спичкам на картинке справа ещё пять так, чтобы получилось сто. Найдите два решения.

11



Из семи спичек выложено число 1/7. Переложите одну спичку так, чтобы получилось число 1/3 (/|| – это не 3).

12

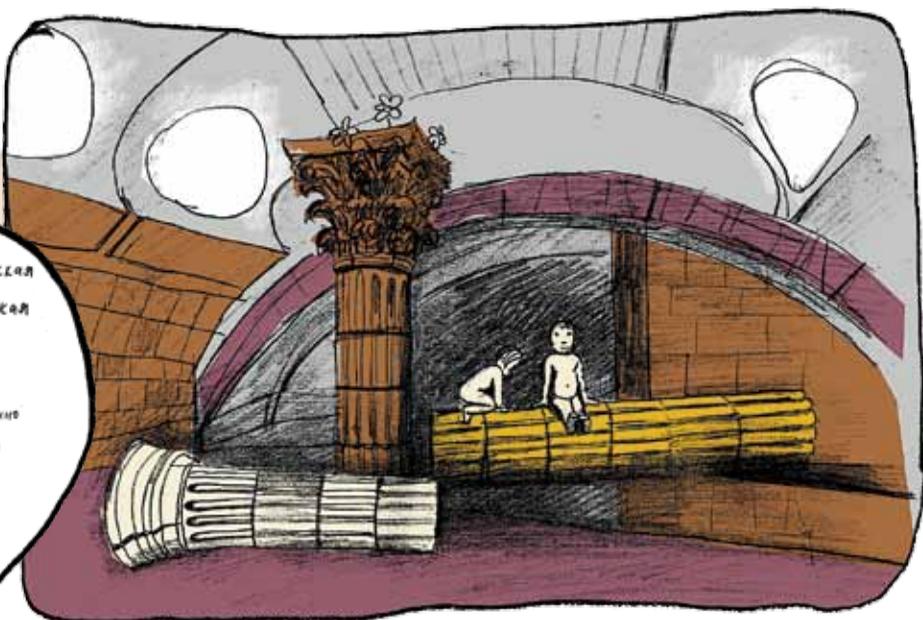
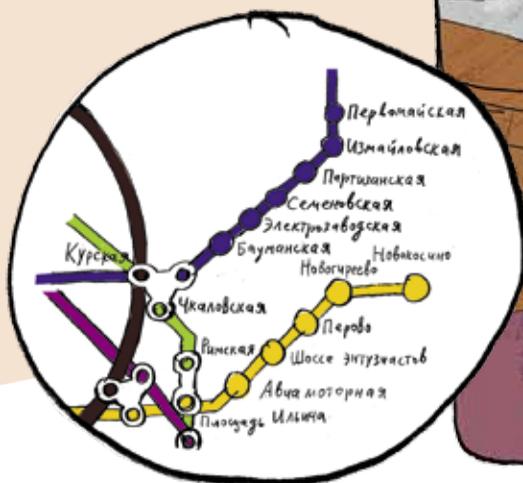
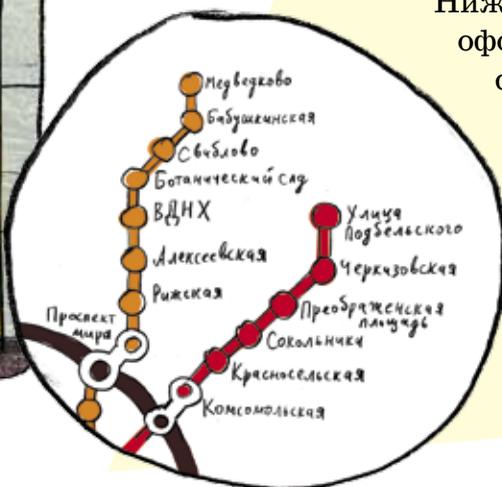


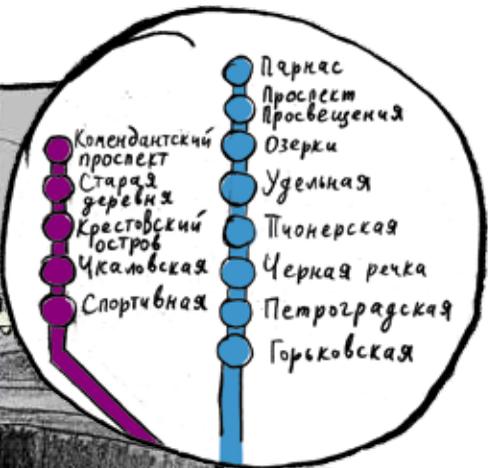
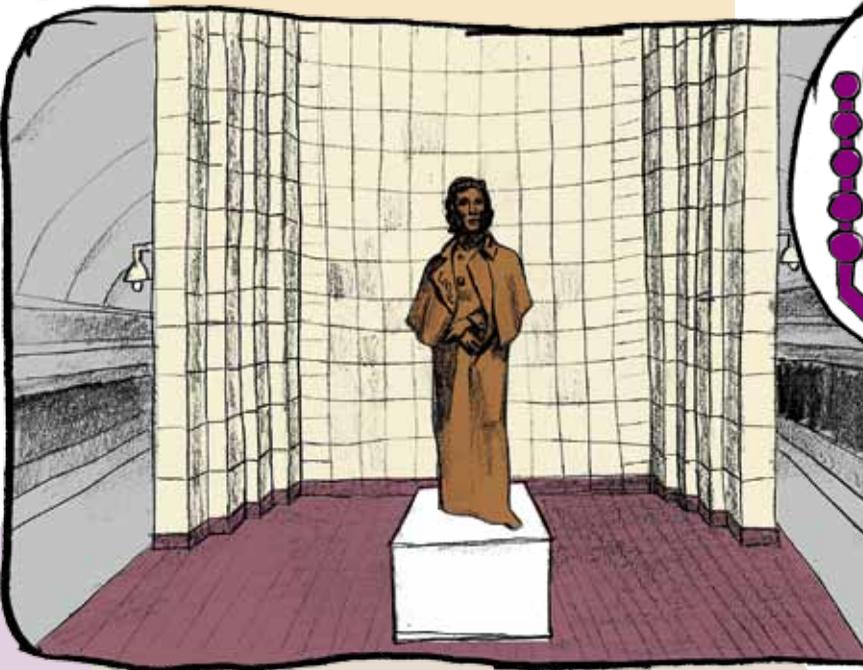
Переложите одну спичку так, чтобы получился квадрат.

УГАДАЙ СТАНЦИЮ МЕТРО

Многие станции метро в разных городах нашей страны имеют помимо названий, которые, понятно, разные у разных станций, свой уникальный облик. Зачастую архитекторы обыгрывают название станции в её оформлении. Иногда это может быть просто панно, иногда – форма колонн и сводов, или какой-нибудь памятник или скульптурная композиция. Особенно приятно, если пассажир, оказавшись на станции, угадывает замысел архитектора.

Ниже изображены элементы оформления четырёх разных станций. Попробуйте догадаться, что это за станции. На случай, если какие-то названия вам неизвестны, мы к каждому рисунку прилагаем фрагмент схемы метро, на котором нужная станция указана.





Художник Артём Костюкевич

В одной из статей (в «Квантике» № 4 за 2013 год) мы писали о редкой приставке *су-*, которая встречается в словах «сутки», «сумерки», «суглинок». А как вы думаете, чем же похожи такие разные слова: паук, патока и паводок? Конечно, приставкой *па-*. На сегодняшний день она стала очень редкой для русского языка.

Интересное происхождение имеет существительное «палуба». Вы уже, наверное, догадались, что в этом слове нам встретилась та самая приставка *па-*. Лингвисты считают, что «луб» и «палуба» – родственные слова. Давайте разберёмся.

Лубом называют кору липы, вяза. Самое время вспомнить про русские народные сказки. Читаем: «У лисы была избушка ледяная, а у зайца – лубяная». Когда стало тепло, снег и лёд растаяли, и лисе стало негде жить. А заячья избушка стояла как ни в чём не бывало. Почему? А потому, что его избушка сделана из того самого луба, то есть из коры, а кора солнца не боится.

Когда мы упомянули про луб, вы могли подумать про лубочные картины. Их описание нередко встречается в произведениях русских классиков. Например, в «Капитанской дочке» А. С. Пушкина видим такое предложение: «В углу стоял шкаф с посудой; на стене висел диплом офицерский за стеклом и в рамке; около него красовались лубочные картинки, представляющие взятие Кистрина и Очакова; также выбор невесты и погребение кота». Такие рисунки печатались на бумаге с помощью досок с вырезанным на них изображением (а потом обычно раскрашивались), откуда и появилось название.

Итак, «палуба» происходит от «луба», а луб – это нечто деревянное. Неудивительно: как вы понимаете, палуба раньше делалась (а иногда и сейчас делается) из дерева.

Другое любопытное слово с той же приставкой *па-* – это патока. В нём выделяется корень *-ток-*: он же присутствует в словах «течение», «поток», «стекать» и многих других. Такое название появилось в связи с тем, что патока – это жидкость.



Похожая этимология и у слова «пасека». Как ни странно, это слово оказалось родственным с засечкой, насекомым и... Запорожской Сечью, которая упоминается в произведениях Николая Васильевича Гоголя. Посмотрите внимательно на насекомое. Всё его тельце разделено чёткими линиями, как будто насечками – вот и возникло слово «насекомое»: это калька (перевод по частям) латинского слова *insectum* с тем же самым корнем. Из уроков географии и истории вам должен быть знаком подсечно-огневой метод земледелия. Им пользовались в древности. Деревья подсекались, высыхали, а затем их сжигали. Люди тем самым получали множество золы, которая до сих пор считается одним из лучших удобрений для бедной почвы. А что же с пасекой? Здесь тоже выделяется корень *-сек-*, потому что первоначально для обустройства пасек в лесу вырубалось (то есть высекалось) свободное место. Только потом там размещались ульи с пчёлами.

Согласитесь, что слова «палуба» и «пасека» мы не слишком-то часто произносим. Вспомним о более популярном существительном с приставкой *па-*. В нём выделяется корень, который восходит к индоевропейскому *-men-*, что означало «мысль», «намерение» или «мнение». В русском языке именно этот древний корень и породил слово «память». Кстати, тот же корень выделяется в глаголе «мнить» и всех его производных.

Сейчас лингвисты выделяют несколько основных значений приставки *па-*. Первым выделяют значение сходства. Здесь обычно приводят в пример такое слово, как падуб. Это растение еще известно под названием «остролист», к нему очень часто обращались в ирландском эпосе. А в английском фольклоре популярны два героя, которых зовут Король Дуб и Король Падуб, они находятся в состоянии вечной вражды. Так почему же падуб назвали именно так? Именно потому, что его листья формой напоминают дубовые. Ещё один подобный пример – па́клен. Так называют полевой клён, это небольшое деревце, но его листва уж очень похожа на всем известный символ Канады – кленовый лист. Таким сходством и обусловлено его название. Третий пример – пагруздь: так именуют гриб, внешне



ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ



напоминающий груздь. Таким образом, мы удостоверились, что приставка *па-* может обозначать схожесть.

Второе значение приставки *па-* описывается словарями как неполнота или приближённость к чему-то. В эту группу входят, например, слова «пасынок» и «падчерица». Так называют ребёнка, не родного для одного из супругов. К этой же группе относятся слова, которые обозначают временные явления. Вспомним о паводке. Так называется весенний разлив рек, происходящий из-за стремительного таяния снега и представляющий опасность для прибрежных городов и селений.

Скажем пару слов о существительных, которые уже вышли из употребления. В старину на Руси бытовало такое интересное слово, как «паобед». Оно служило названием для перекуса между завтраком и обедом, а была ещё «паужня» (и есть вариант «паужин») – лёгкая еда между обедом и ужином. Получается, что это уже не обед, но ещё и не ужин. Почему бы и не паужин? Какой там ланч! – когда есть такое старинное и милое русское слово.

В завершение заметим, что в большинстве слов с *па-* приставка перетягивает на себя ударение, хоть есть, конечно, исключения, например, «паук». Этимология этого слова спорна, однако некоторые лингвисты считают, что здесь всё та же приставка *па-*. Пойдите... А какой же корень в слове «паук», если «па» – это приставка? В индоевропейском языке этот корень имел вид *-ank-*, а затем в русском трансформировался в *-ук-*. Причиной такого названия послужили кривые, согнутые лапки паука. Лингвисты проводят параллели с греческими словами, которые переводятся на русский как «крюк стрелы» или «загиб», «угол». Не случайно в латинском языке существительное «крючок» выглядело как *uncus*. В старославянском языке было особое слово для обозначения когтя, и звучало оно как «укоть». Помимо когтя, оно могло означать ещё и якорь. Заметим, что все эти понятия объединяет наличие изгиба, так или иначе загнутой формы. Ведь коготь сам по себе тоже очень похож на крючок, как и согнутые паучьи лапки.

Кто бы мог подумать, но, оказывается, у памяти, паука и палубы есть что-то общее. Сколько ещё тайн хранит русский язык...



Ни для кого не секрет, что в каждом музыкальном произведении есть главная мелодия. При этом совершенно не важно, вокальное оно (то есть имеет слова и поётся голосом) или инструментальное (исполняется на музыкальных инструментах). Слушая музыку, мы запоминаем, как правило, именно главную мелодию, или, как говорят музыканты, главную тему.

Есть много примеров, когда композиторы, сочиняя главную тему, экспериментировали, исполняя её с разной скоростью, от разных нот и даже в разные стороны! В «Квантике» № 5 за 2013 год мы рассказали о палиндромах – словах или словосочетаниях, которые одинаково читаются и слева направо, и справа налево. Вы, наверное, удивитесь, узнав, что палиндромы встречаются и в музыке! Но обо всём по порядку.

Музыкальная тема, исполненная с конца к началу, называется *ракоходом*. Пример приведён на рисунках 1 (тема) и 2 (её ракоход). В отличие от словесных палиндромов, читающихся в обе стороны одинаково, музыкальная тема и её ракоход звучат по-разному.



Рис. 1. Тема



Рис. 2. Ракоход темы

Ракоход обычно применяется к главной теме, но бывает, что ракоходом можно назвать всё произведение целиком. Французский композитор Гийом де Машо, живший в XIV веке, написал трёхголосное произведение с говорящим названием «Мой конец – моё начало». В нём все три голоса сначала исполняются от начала к концу, а затем от конца к началу.

А вот любопытный пример необычного ракохода в музыке более позднего времени – произведение для фортепиано композитора XIX века И. Мошелеса «Путь мира» (рис. 3). Вот уж поистине «всесторонняя музыка»! Её можно исполнять с начала до конца и с конца к началу. А если перевернуть нотный лист и снова сыграть музыку, получится то же самое произведение!



The Way of the World

Moscheles

Allegro

Moscheles

Рис. 3. И. Мошелес. Путь мира

Но как это возможно? Давайте посмотрим на ноты и попробуем разобраться. Мы видим два основных голоса (они написаны на двух нотных строчках, соединённых вертикальными линиями – тактовыми чертами): верхний голос (на верхней строчке) пианист играет правой рукой, а нижний (на второй строчке) – левой. Если сначала сыграть мелодию правой руки, а затем перевернуть лист и сыграть её снова, то получится мелодия левой руки! Можно то же самое проделать с мелодией левой руки – после переворота листа получится тема, которую играла правая рука. Чтобы понять, как композитор добился такого результата, познакомимся с ещё одним музыкальным приёмом.

Обращением (или *инверсией*) называется преобразование мелодии, при котором все расстояния от одного звука до другого заменяются на противоположные. Это значит, что если в главной теме мелодия шла вниз,



то в инверсии пойдёт вверх, а если шла вверх, то пойдёт вниз. Это хорошо видно на рисунке 4, где приведена инверсия темы с рисунка 1.



Внимательные читатели заметят, что при любом преобразовании темы получается новая мелодия, то есть главная тема, её ракоход и её инверсия – три разные мелодии. Но, исполняя «Путь мира», пианист переворачивал ноты и снова играл ту же самую музыку! Так получается потому, что чешский композитор И. Мошелес воспользовался приёмом, объединяющим в себе ракоход и инверсию, – так называемым ракоходом инверсии. Несмотря на сложное название, его значение понять нетрудно. Возьмем тему, напишем её обращение и исполним получившуюся мелодию с конца к началу – вот и получится ракоход инверсии (рис. 5).

Рис. 4. Инверсия темы



В «Пути мира» мелодия каждого голоса – это ракоход инверсии другого голоса, поэтому после переворачивания нотного листа музыка не меняется. Это сочинение можно назвать самым настоящим музыкальным палиндромом. Кстати, музыканты считают, что в нём конца просто-напросто нет! Оно может продолжаться бесконечно... или пока не устанет пианист.

Рис. 5. Ракоход инверсии темы

Интересный музыкальный перевёртыш принадлежит другому известному композитору, Вольфгангу Амадею Моцарту. Это «Застольная мелодия для двоих» – нотный лист с записанной на нём всего одной мелодией. Однако по замыслу автора этот лист клали на стол, и два скрипача, глядя в ноты с разных сторон от стола, одновременно играли написанное. Получались две разные мелодии, каждый музыкант играл свою тему. Нетрудно догадаться, что один из скрипачей исполнял мелодию в прямом движении, а другой – ракоход инверсии этой мелодии. Но у кого же из них мелодия главная, а у кого – нет? Как это определить, если даже непонятно, где у нотного листа верх, а где низ? Наверное, это навсегда останется загадкой Моцарта, ведь обе мелодии равноценны, и совершенно неизвестно, как сам композитор исполнял это произведение и с какой стороны начинал его сочинять!



Калейдоскоп

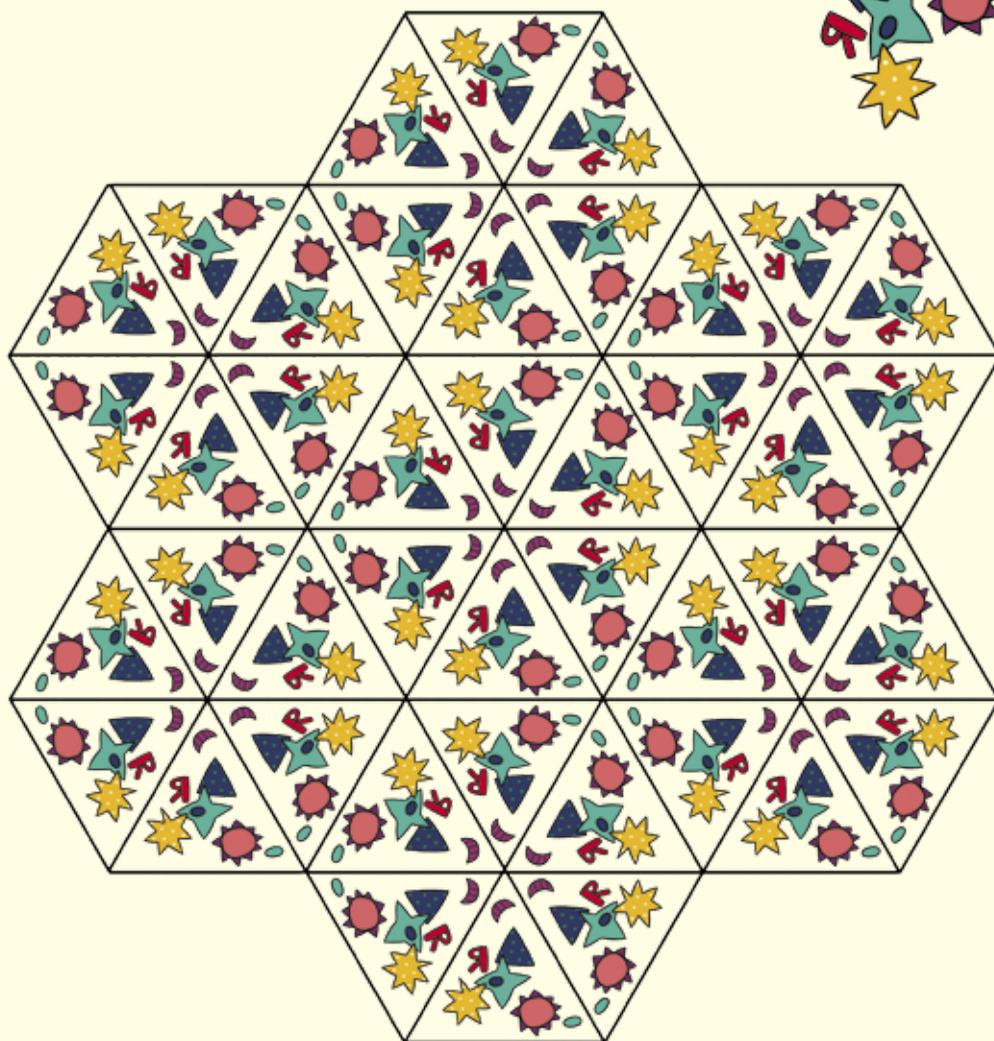
Знаете ли вы, что такое калейдоскоп и как он устроен? Что можно увидеть в калейдоскопе и почему картинка в нем кажется красивой?

Ответы на эти вопросы приведём сразу. Внутри калейдоскопа есть треугольная трубка из трёх зеркал, между зеркалами лежат разноцветные стёклышки или бусинки (рисунок на правой странице). Когда мы смотрим

Продолжение. Начало см. в № 1 за 2014 г.

внутри калейдоскопа, мы видим бесконечное число отражений стёклышек и бусинок. Получается бесконечная треугольная сетка с повторяющимся симметричным узором. Именно из-за симметрии картинка в калейдоскопе нам кажется красивой.

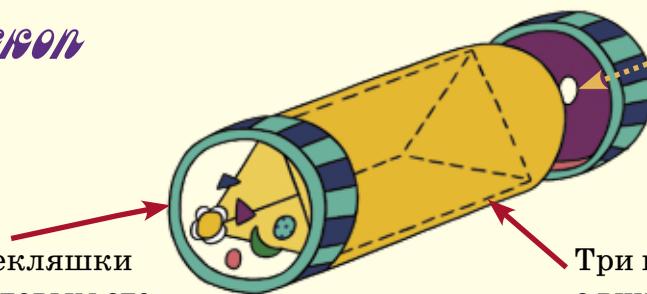
Ниже приведено изображение в калейдоскопе, в который положили вот такие бусинки:



СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

Как устроен калейдоскоп

Цветные стекляшки
закрываются матовым сте-
клом, его направляют
на свет



Смотрят
в это отверстие

Три пластины, зеркальные
с внутренней стороны

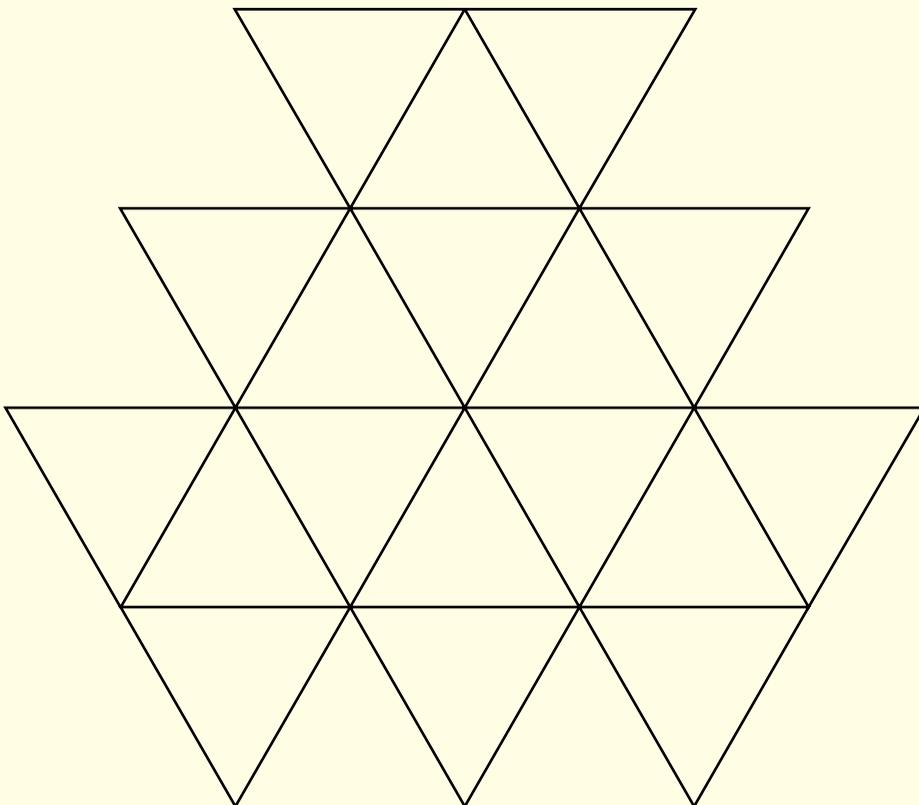
Во многих детских научных музеях Америки и Европы посетители могут сами побывать внутри калейдоскопа или даже внутри зеркального лабиринта. На фото – мальчик со своей мамой в таком лабиринте.



СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

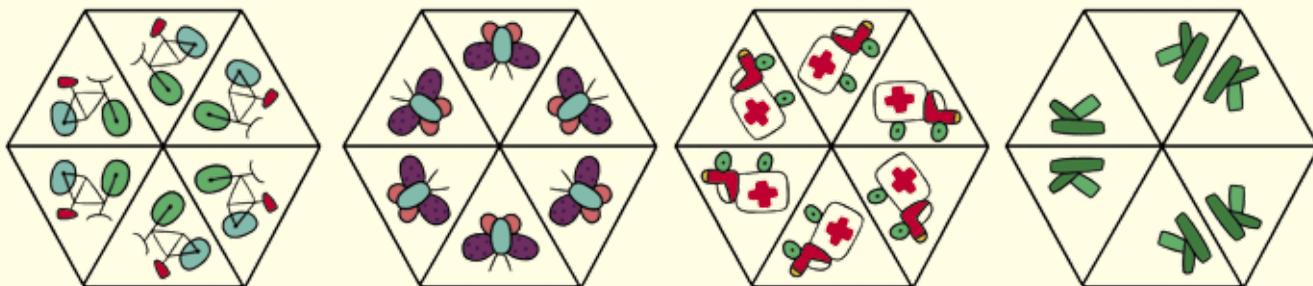
Задание 7.

На треугольной сетке нарисуйте какую-нибудь картинку в калейдоскопе.

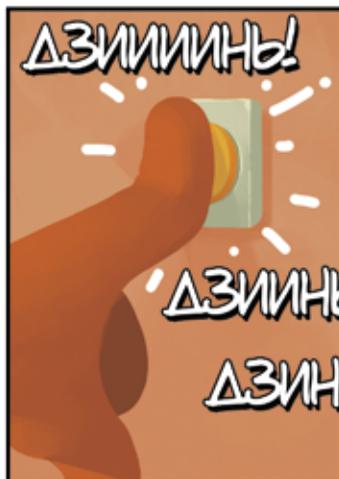


Задание 8.

Какие из картинок могут быть частью узора в калейдоскопе?



Художник Наталья Гаврилова





Леонид Медников,
Игорь Рубанов

Турнир проводится два раза в год для школьников 6 – 8 классов. В декабре минувшего года прошёл 42-й турнир, собрав около 80 команд из городов России, Украины и Казахстана. Времени скучать не было – личная и командная олимпиады, математические бои, интересная культурная программа... Подробнее о турнирах читайте на сайте <http://cdoosh.ru/>. Мы же приводим несколько избранных задач – попробуйте свои силы!

6 класс

1. Докажите, что в любом шестизначном числе, делящемся на 11, можно поменять местами две цифры так, чтобы получилось число, также делящееся на 11.

2. Можно ли окрасить каждое натуральное число в синий, зелёный или красный цвет так, чтобы все три цвета присутствовали и цвет суммы любых двух разноцветных чисел не совпадал с цветами слагаемых?

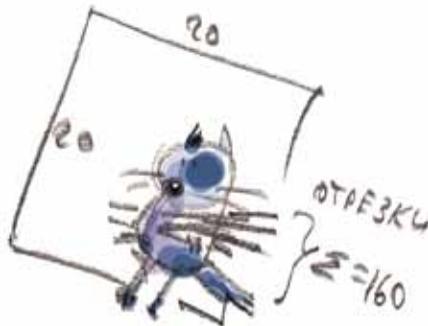
3. В Министерстве Пропаганды работали честные сотрудники (которые всегда говорили правду) и патологические лжецы (которые всегда лгали). Каждый сотрудник знал про любого другого, честный тот или лжец. Вновь назначенный Министр Пропаганды у каждого подчиненного спросил про какого-то другого подчинённого, честный тот или лжец. При этом ни про какого подчинённого Министр не спрашивал дважды. После опроса Министр выгнал из Министерства всех сотрудников, которые были названы честными. Могло ли у Министра остаться ровно 2013 подчинённых?

4. На плоскости проведено 7 прямых. Оказалось, что среди любых четырёх из них найдутся две параллельные. Докажите, что среди этих семи прямых найдутся три параллельные.

5. Внутри квадрата со стороной 20 проведено несколько отрезков суммарной длины 160, которые разбивают его на несколько прямоугольников. При этом концы каждого проведённого отрезка принадлежат другим отрезкам или сторонам квадрата, и никакие два отрезка не имеют больше одной общей точки. Докажите, что хотя бы у одного прямоугольника периметр не меньше площади.

7 класс

1. Диего хочет покрыть квадрат 6×6 восемнадцатью фигурками домино. Может ли он так разместить в ква-



драте три фигурки домино (без наложений), чтобы оставшаяся часть квадрата можно было покрыть оставшимися фигурками единственным способом?

2. При каких натуральных k можно разрезать какой-нибудь треугольник на k четырёхугольников равной площади?

3. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BD . В треугольнике ADB проведена высота DE , а в треугольнике BCD – медиана DF . Оказалось, что $BC + FD = 2BE$. Найдите угол DFC .

4. На шахматной доске отмечено 32 клетки. Какое наибольшее количество коней можно гарантировано поставить на эти клетки так, чтобы они не били друг друга?

5. В летний лагерь приехало 300 школьников. Оказалось, что количество троек попарно знакомых школьников больше, чем количество пар знакомых школьников. Докажите, что найдется школьник, знакомый хотя бы с пятью другими.

8 класс

1. Сколькими способами можно расставить во всех клетках таблицы 4×4 числа 1 и 2 так, чтобы суммы чисел во всех строках и столбцах были просты?

2. Может ли натуральное число делиться на все числа от 1 до 500, кроме каких-то двух последовательных? Если да, то найдите эти два числа (укажите все варианты).

3. Петя и Вася по очереди (начинает Вася) делают ходы на сетке размером а) 2013×2013 ; б) 2013×2014 узлов. При своём ходе игрок соединяет отрезком два узла сетки так, чтобы проведённый отрезок не проходил через другие узлы и не пересекал (во внутренних точках) ранее проведённых отрезков. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

4. На диагонали AC прямоугольника $ABCD$ выбраны такие точки E и F , что $AE = AB$ и $AF = AD$. Пусть G и H – основания перпендикуляров, опущенных на сторону AB из точек E и F соответственно. Докажите, что $AG + FH = AC$.

5. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$. Докажите, что $\frac{2}{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \leq \frac{1}{ab} + \frac{1}{cd}$.

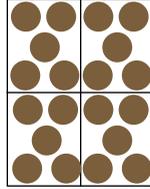


Художник Сергей Чуб

ПЕЧЕНЬЕ НА ПРОТИВНЕ («КВАНТИК» №1, 2014 г.)

Ответ: обязательно.

Проведём мысленно на большом противне два разреза, соединив середины его противоположных сторон. Противень разделится на четыре одинаковые части вдвое меньшего размера. На каждой из них можно будет разместить 100 маленьких печений – тем же способом, как и большие печеня на исходном противне. Ведь размеры печений тоже уменьшились в два раза. В итоге на противне разместятся как раз 400 маленьких печений.



МУРАВЬИ НА ПАЛКЕ

Ответ: 100.

Как и в задаче про муравьёв, будем считать, что два шарика, столкнувшись, не отражаются друг от друга, а как бы меняются местами и едут дальше. Это не изменит общее количество столкновений. Тогда каждый шарик столкнётся с каждым из десяти шариков, которые едут ему навстречу.

ЭТОТ ЛЕВЫЙ, ПРАВЫЙ МИР

Полицейский – левша. Он держит собаку справа от себя, чтобы левая рука оставалась свободной для пистолета (кобура слева).

ПЕРЕЛОЖИТЕ СПИЧКИ

1. $8 + 1 = 9$
2. $0 + 6 = 6$
3. $7 - 1 = 6$
4. $6 - 1 = 5$
5. $VI + IV = X$ $V + IV = IX$
6. $9 + 3 - 4 = 8$ $8 + 3 - 11 = 0$
7. $311 + 89 = 400$
8. $20 + 57 = 77$
9. $2 + 3 = 5$
10. 100 CTO
11. $\frac{11}{VI}$
12. 4

УГАДАЙ СТАНЦИЮ МЕТРО

1. «Ботанический сад».
2. «Римская». Дети на колонне – это Ромул и Рем. Подобные колонны широко использовались в архитектуре Древнего Рима.
3. «Менделеевская». Люстры напоминают молекулы, составленные из атомов, соединённых химическими связями.
4. «Чёрная речка». Так называется река, у которой был смертельно ранен А. С. Пушкин (памятник ему мы и видим на рисунке). На ответ могут также навести чёрные полосы на стенах. Река, названная по тёмному цвету воды, протекает недалеко от станции.

КАЛЕЙДОСКОП

8. **Ответ:** первая и последняя.

ДВА КЛЮЧА

Квантик взял один ключ. С вероятностью $1/2$ это будет именно его ключ, и ему действительно не придётся возвращаться.

УРАЛЬСКИЙ ТУРНИР ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ

6 класс

1. Достаточно переставить цифры так, чтобы на 11 делилась разность R старого и нового чисел. Пусть наше число имеет вид $***a^*b$, то есть третья с конца и последняя цифры – это a и b соответственно. Поменяем эти цифры местами. Тогда $R = 100(a - b) + (b - a) = 99(a - b)$ делится на 11.

2. **Ответ:** нельзя. Назовём первым цвет, в который окрашена единица. Где-то есть число n второго цвета. Тогда число $n + 1$ должно быть третьего цвета, число $n + 2 = (n + 1) + 1$ – второго цвета, $n + 3$ – снова третьего, и т. д. Но, с другой стороны, число $n + (n + 1) = 2n + 1$ должно быть первого цвета. Противоречие.

3. **Ответ:** не могло. Выведем всех сотрудников во двор, и пусть каждый правой рукой возьмётся за левую руку того, на кого он донёс. Так как доносов было столько же, сколько сотрудников, и ни на кого не доносили двое, все левые руки тоже окажутся заняты. Это значит, что все сотрудники разобьются на хороводы. Ясно, что выгоняли честных, на которых доносили честные, и лжецов, на которых доносили лжецы. Поэтому если несколько лжецов или несколько честных идут в хороводе подряд, то выгонят их всех, кроме одного. В результате оставшиеся в каждом хороводе сотрудники будут чередоваться (честный, лжец, честный, лжец, ...), то есть останется в каждом хороводе – а значит, и всего – чётное число людей.

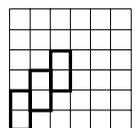
4. Разобьём прямые на группы параллельных. Групп не может быть больше трёх: иначе мы взяли бы из четырёх групп по одной прямой и получили бы четверку прямых, противоречащую условию задачи.

Поскольку $3 \cdot 2 < 7$, в одной из групп будет не меньше трёх прямых, что и требовалось.

5. Суммарная площадь всех прямоугольников равна 400. Суммарный периметр состоит из периметра квадрата (80) и удвоенной суммарной длины проведенных отрезков (320), то есть тоже равен 400. Осталось заметить, что если бы у всех прямоугольников периметр был меньше площади, то тогда суммарный периметр тоже оказался бы меньше суммарной площади.

7 класс

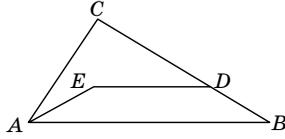
1. **Ответ:** может. Решение приведено на рисунке. Единственность покрытия проверяется без труда.



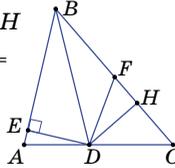
2. **Ответ:** при любом $k \geq 2$.

Пусть площадь треугольника равна S . Отрежем от него треугольник ABC площади $2S/k$ по прямой,

параллельной одной из сторон исходного треугольника. Оставшаяся часть будет трапецией. Разделим каждое из её оснований на $k - 2$ равные части и соединим соответственные точки деления отрезками: трапеция разделится на $k - 2$ меньшие трапеции одинаковой площади S/k . Осталось разделить треугольник ABC на два четырёхугольника равной площади. Это можно сделать так, как показано на рисунке. Здесь $ABDE$ – трапеция, основание DE которой в два раза меньше основания AB , а высота в три раза меньше высоты треугольника ABC , опущенной на сторону AB .



3. Ответ: 60° . Опустим перпендикуляр DH на BC . Треугольники BDE и BDH равны, поэтому $2BH = 2BE = BC + FD$, откуда $BH = BF + \frac{1}{2}FD$. Учитывая, что угол DBC острый и, значит, F и H с одной стороны от B , получаем $FH = \frac{1}{2}FD$. Итак, в прямоугольном треугольнике DFH гипотенуза вдвое больше катета, откуда $\angle DFC = 60^\circ$.



4. Ответ: 16 коней. Среди 32 клеток найдутся хотя бы 16 клеток одного цвета. Кони, поставленные на эти клетки, не будут бить друг друга. Поэтому 16 коней поставить всегда можно.

Докажем, что не всегда можно поставить больше 16 коней. Отметим 32 клетки в виде прямоугольника 4×8 . Его можно разбить на прямоугольники 2×4 , а они разбиваются на пары клеток, «соединенных» ходом коня. Всего таких пар 16, а в каждую пару можно поставить не более одного коня. Поэтому всего можно поставить не более 16 коней.

5. Нарисуем по кругу 300 точек – они будут изображать школьников. Если два школьника знакомы, соединим соответствующие вершины отрезком. Тройке знакомых школьников будет соответствовать треугольник. По условию, треугольников больше, чем отрезков. Тогда, так как каждый треугольник состоит из трёх отрезков, найдётся отрезок, входящий хотя бы в четыре разных треугольника (подумайте, почему). Возьмём школьника из пары, соответствующей этому отрезку, – он будет знаком хотя бы ещё с четырьмя другими школьниками (кроме того, кто в этой паре).

8 класс

1. Ответ: 512. Заметим, что сумма четырёх слагаемых, каждое из которых 1 или 2, равна 4, 5, 6, 7 или 8. Нас устраивают суммы 5 и 7. Таким образом, в данном случае простота суммы равносильна её нечётности. Покажем, что если произвольным образом заполнить в таблице 4×4 единицами и двойками верхний левый квадрат 3×3 (что можно сделать $2^9 = 512$ способами), то оставшиеся клетки таблицы 4×4 при

условии нечётности всех сумм по её строкам и столбцам заполняются единственным образом. Для всех клеток, кроме правой нижней, это очевидно. В правую нижнюю клетку ставим число, обеспечивающее нечётность суммы в последнем столбце. Теперь в каждом столбце суммы нечётны, значит, сумма чисел во всей таблице чётна. Так как в первых трёх строках суммы нечётны, то и в последней строке сумма автоматически будет нечётной.

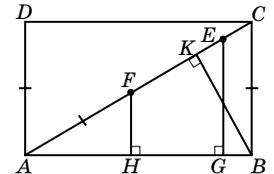
2. Ответ: может. Это числа 256 и 257. Пусть n – число, делящееся на все числа от 1 до 500, кроме каких-то k и $k + 1$. Если хотя бы одно из этих двух чисел, например, k , имеет хотя бы два разных простых делителя, то его можно представить в виде произведения двух взаимно простых множителей, меньших n (и отличных от k и $k + 1$). Число n будет делиться тогда на оба эти множителя, а значит, и на k тоже – противоречие. Поэтому и k , и $k + 1$ должны быть простыми числами или степенями простых. Поскольку одно из чисел k и $k + 1$ чётно, оно должно быть степенью двойки, причём наибольшей, не превосходящей 500, – иначе n будет делиться на более высокую степень двойки. Отсюда k или $k + 1$ должно равняться 256. Вторым числом может быть 255 или 257. Но 255 – не простое и не степень простого, так что подходит только 257 – оно простое.

Осталось построить пример. Подойдёт произведение всех нечётных чисел, меньших 500, кроме 257, умноженное на $256/2$.

3. а) Выигрывает второй игрок, делая ходы, симметричные ходам первого относительно центрального узла сетки.

б) Выигрывает первый игрок. Сетка представляет собой прямоугольник. Рассмотрим две стороны этого прямоугольника, на которых лежат по 2014 узлов. Пусть первый соединит 1007-й узел на первой стороне с 1008-м узлом на второй стороне (узлы нумеруем в одном и том же порядке). Тогда прямоугольник разделится на две равные части. Далее первый выиграет, делая ходы симметрично ходам второго (относительно центра сетки).

4. Опустим перпендикуляр BK на AC . Тогда $AG = AK$, как катеты равных (по гипотенузе и острому углу) прямоугольных треугольников AEG и ABK . Кроме того, $FH = CK$, как катеты равных (по гипотенузе и острому углу) прямоугольных треугольников AFH и BCK . Поэтому $AC = AG + CK = AG + FH$.



5. Заметим, что
$$\frac{2}{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} = \frac{2(a^2+b^2+c^2+d^2)}{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} = \frac{2}{a^2+b^2} + \frac{2}{c^2+d^2}.$$
 Но $\frac{2}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{ab}$, поскольку $2ab \leq a^2 + b^2$, так как $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$. Аналогично, $\frac{2}{c^2+d^2} \leq \frac{1}{cd}$, откуда следует неравенство задачи.



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 10 марта по электронной почте kvantik@mcsme.ru или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11,
журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

II ТУР

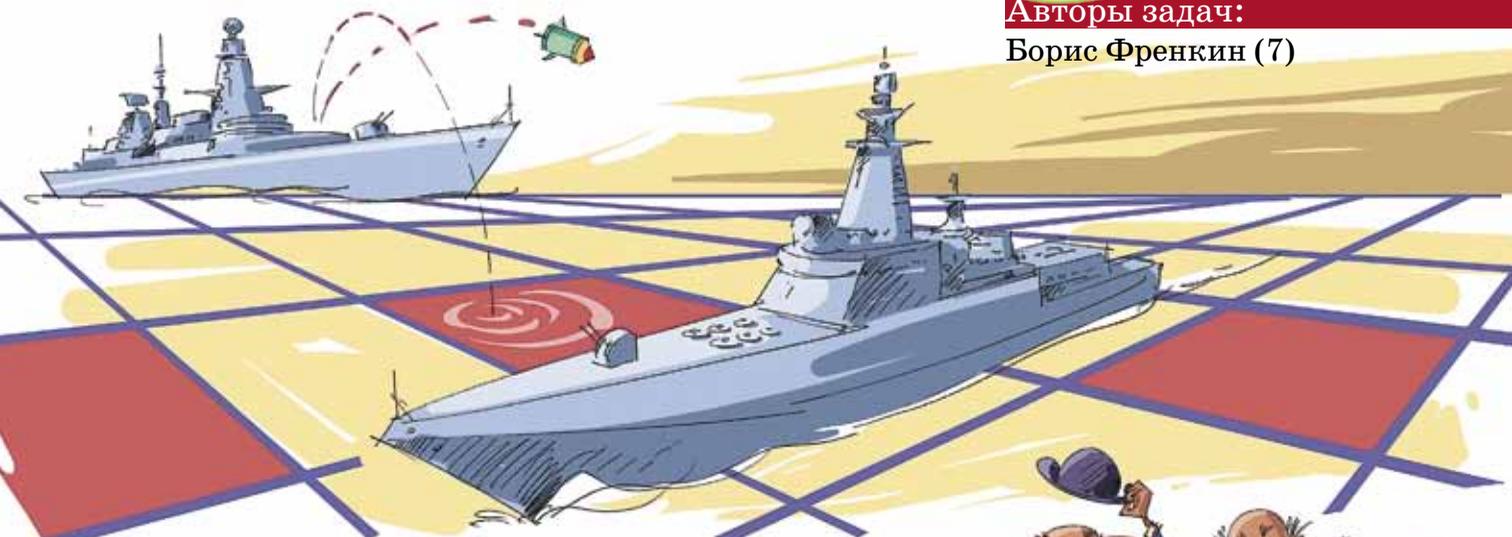
6. Даны три целых числа. Ни одно из первых двух не делится на третье, а произведение первых двух делится на квадрат третьего числа. Может ли такое быть?

7. Велосипедисты Алёша, Боря и Вася одновременно стартуют из одной и той же точки кольцевого трека (скорость каждого постоянна). Первыми после старта проехали мимо друг друга Алёша и Боря (в одну сторону или в разные – неизвестно). Известно, что Алёша едет по часовой стрелке, а Вася против часовой стрелки. В каком направлении едет Боря?



Авторы задач:

Борис Френкин (7)



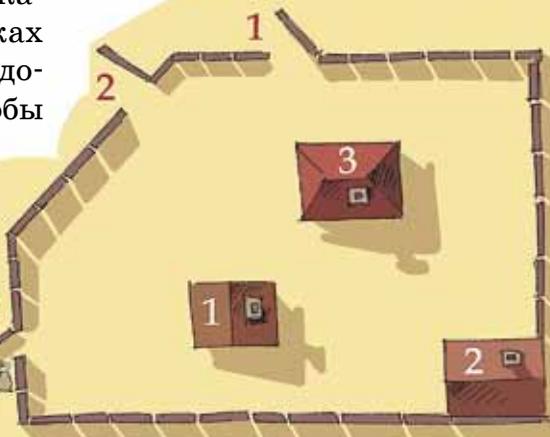
8. Двое играют в упрощённый морской бой. В таблице размером 4×4 клетки расположен один корабль размером 1×3 клетки.

а) Приведите пример залпа из пяти снарядов, который обязательно заденет корабль, где бы он ни располагался.

б) Обязательно ли найдётся аналогичный залп из четырёх снарядов?

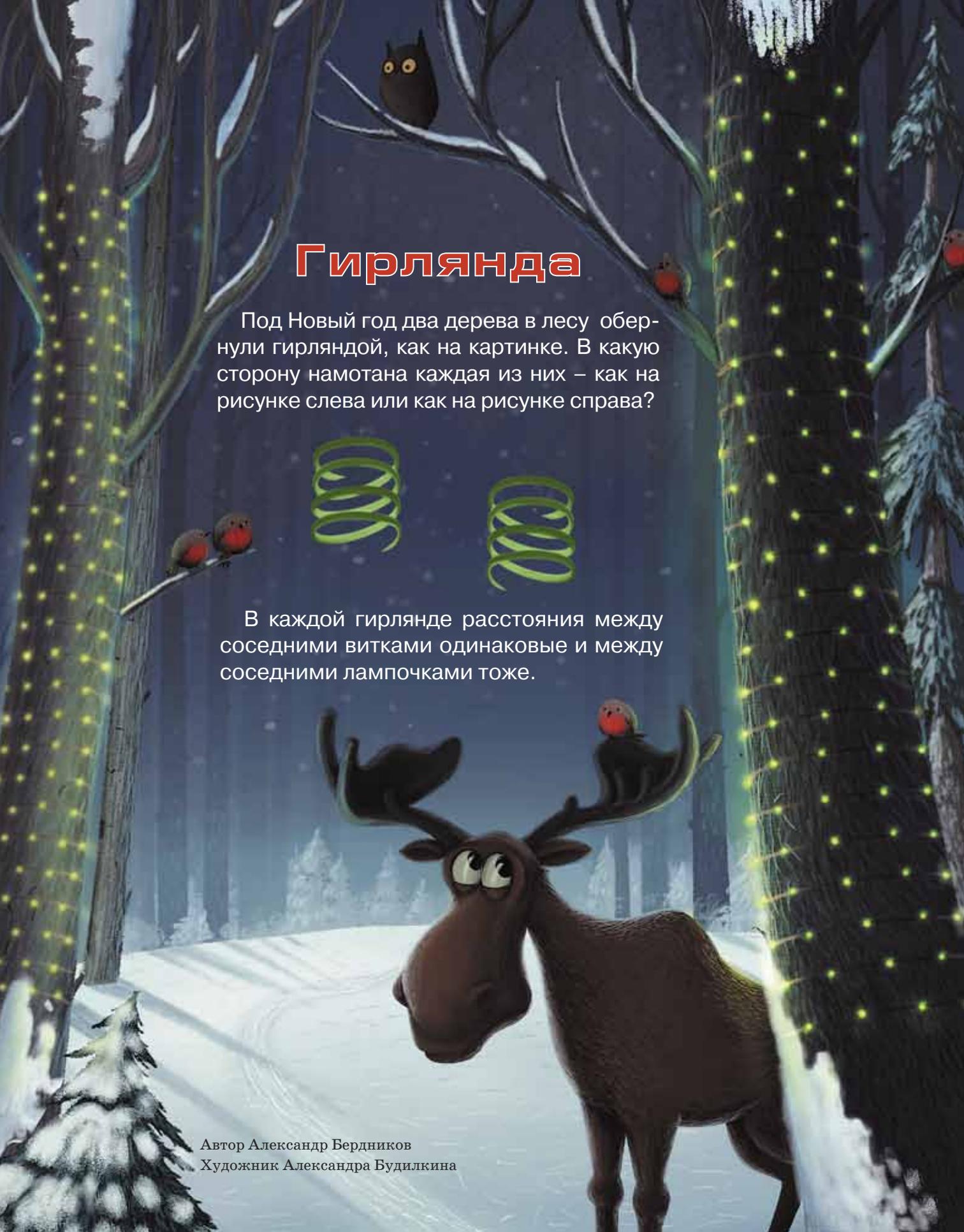
9. В клуб пришли 20 джентльменов: некоторые – в шляпах, некоторые – без. Затем время от времени один из джентльменов снимал с себя шляпу и надевал на голову другому джентльмену, у которого в этот момент шляпы не было. Через час десять джентльменов заявили: «Я отдавал шляпу чаще, чем получал!» Сколько джентльменов пришли в клуб в шляпах?

10. Во дворе, окружённом забором с тремя калитками, стоят три домика. На домиках и калитках написаны номера. Можно ли провести от каждого домика дорожку к калитке с тем же номером так, чтобы дорожки не пересекались?



Художник Леонид Гамарц





Гирлянда

Под Новый год два дерева в лесу обернули гирляндой, как на картинке. В какую сторону намотана каждая из них – как на рисунке слева или как на рисунке справа?



В каждой гирлянде расстояния между соседними витками одинаковые и между соседними лампочками тоже.

Автор Александр Бердников
Художник Александра Будилкина