

# ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№11  
ноябрь  
2012

ПОЧЕМУ МЕСЯЦ БЫВАЕТ?

ПРОБЛЕМЫ  
ДЕЛЁЖКИ

ЗАКАЛОЧКИ



# ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

На обложке изображен месяц. Знаете ли вы, почему он бывает? Если нет – ищите разгадку в журнале. Кстати, можете проверить свою наблюдательность – месяц нарисован в мультяшном стиле, а на самом деле он так выглядеть не может. Поняли, почему? Если нет – потерпите до следующего номера, там будет ответ.

Как обычно, вас ждёт много интересного. Вы узнаете, разобрался ли Стас с тем, что такое условная вероятность, что нового выяснили о равенствах треугольников Винни-Пух и его друзья, станете свидетелем раздела добычи шайкой разбойников, поломаете голову над очередной детективной историей.

В этом номере нет странички конкурса – он завершён, и в следующем номере мы подведём итоги. Но не огорчайтесь – в новом году конкурс, конечно же, возобновится! А сейчас мы приготовили для вас много других задач, причём самых разных: это и примеры заданий олимпиады, и задачи-картинки, и даже целые цепочки хитрых вопросов!

А ещё вас ждут забавные заикалочки, состоящие из слов этимологические деревья, и конечно же комикс. Надеемся, вам понравится!

Почтовый адрес:  
119002, Москва,  
Большой Власьевский пер., д. 11,  
журнал «Квантик».  
Подписной индекс: 84252

[www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)  
@ [kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru)  
 [kvantik12.livejournal.com](http://kvantik12.livejournal.com)  
 [vk.com/kvantik12](http://vk.com/kvantik12)



Художник Yustas-07

Главный редактор: Сергей Дориченко  
Зам. главного редактора: Ирина Махова  
Редакция: Александр Берников,  
Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина,  
Андрей Меньщиков, Григорий Фельдман  
Главный художник: Yustas-07  
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева  
Обложка: художник Yustas-07  
Формат 84x108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в  
Федеральной службе по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых  
коммуникаций.  
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.  
**ISSN 2227-7986**  
Тираж: 1-й завод 500 экз.  
Адрес редакции: 119002, Москва,  
Большой Власьевский пер., 11.  
Тел. (499)241-74-83. e-mail: [kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru)

По вопросам распространения обращаться  
по телефону: (499) 241-72-85;  
e-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru)  
Подписаться можно в отделениях связи Почты  
России, подписной индекс **84252**.  
Отпечатано в соответствии  
с предоставленными материалами  
в ЗАО "ИПК Парето-Принт", г. Тверь.  
[www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)  
Заказ №



# СОДЕРЖАНИЕ

■ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ		
<b>Проблемы делёжки</b>		<b>2</b>
<b>Равенства треугольников</b>		<b>22</b>
■ ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ		
<b>Почему месяц бывает?</b>		<b>8</b>
<b>Стас и условная вероятность</b>		<b>18</b>
■ УЛЫБНИСЬ		
<b>Задачи, расположенные по цепочке</b>		<b>11</b>
■ ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ		
<b>Этимологические деревья</b>		<b>14</b>
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ		
<b>Четыре задачи</b>		<b>16</b>
<b>Дед Мазай и зайцы</b>		<b>21</b>
■ ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ		
<b>На даче</b>		<b>25</b>
■ СЛОВЕЧКИ		
<b>Ба, у баобаба баба бабариха!</b>		<b>28</b>
■ ОТВЕТЫ		
<b>Ответы, указания, решения</b>		<b>30</b>
■ ОЛИМПИАДЫ		
<b>Дважды Два</b>		<b>32</b>
■ КОМИКС		
<b>Который час?</b>	<b>IV страница обложки</b>	





# Проблемы делёжки



Виктор Уфнарковский

Впервые опубликовано в журнале «Квант», № 4 за 2008 г.

Два разбойника делят добычу. Грабить было так славно и легко, делить оказалось намного сложнее! Каждый из разбойников уверен, что именно он может разделить всё поровну, но совершенно не верит в способности коллеги. Наконец, старший из них говорит:

– Хорошо. У меня есть идея. Давай я попробую разделить это поровну.

– Да ты ведь не умеешь! – закричал младший.

– Подожди немного, я только попробую, – ответил старший и разделил всё надвое.

– Мне кажется, я поделил как надо. Ты согласен?

– Нет, конечно, – это совершенно не равные части!

– Пусть так. И какая же из частей, по-твоему, больше?

– Вот эта! – не сомневаясь указал более юный грабитель.

– Прекрасно! Бери её! Ты доволен?

– Конечно же! А ты?

– Вне всяких сомнений. Я уверен, что обе части одинаковые: ведь это я делил их!

Разбойники разошлись, довольные делёжкой.

В следующий раз их было трое. И опять надо было поделить добычу поровну, но уже на троих. Как же это сделать?

Вначале старший грабитель попытался использовать ту же идею. Он поделил всё на три (как ему казалось) рав-

ные части и предложил остальным разбойникам выбрать себе долю. Старший надеялся, что они выберут разные части – тогда он заберёт оставшуюся часть, и все будут довольны. Но оба его коллеги захотели одну и ту же часть.

– Ладно, – сказал он. – Раз вы оба считаете, что это самая большая часть, выберите самую маленькую. Я её возьму себе, а вы между собой как-нибудь разберётесь.

Это была хорошая идея, но, как на беду, теперь они выбрали разные части. И больше уже никто не знал, что делать. Пошли споры, потом выстрелы... Полиция появилась удивительно быстро и разбойники были рады, что успели унести ноги. Но все трое продолжали размышлять: как же всё-таки можно было всё поделить по справедливости, чтобы каждый был уверен, что получил не меньше трети (даже если у всех разные точки зрения на то, что является третьей добычи, а что – нет)?

В следующий раз грабителей было десять. Это было восхитительно! Но теперь им предстояло разделить добычу на 10 частей! Старший рассказал оставшимся, как сложно было делить даже на три части и предложил:

– Я думаю, надо позвать математика, иначе мы не справимся. У меня есть один хороший знакомый.

– Надо будет ему платить? – скривились прочие.

– Нет-нет, он это делает бесплатно.



Он очень любит решать сложные задачи. И будет доволен, если сумеет написать математическую статью об этом.

– Без наших имён?

– Без.

– Ну тогда пусть попробует, – нехотя согласились разбойники.

Математик и впрямь заинтересовался проблемой. Поразмыслив, он предложил такое решение.

– Разбойники, – начал он, – каждый из вас уверен, что он (и только он) знает, сколько составляет  $1/10$  часть от этого хлама?

– Конечно, – несколько обиженно подтвердили они.

– Прекрасно! Тогда ты, – указал он на одного из грабителей, – отдели  $1/10$  этого. – Тот повиновался.

– Теперь ты, – указал он на другого. – Считаешь ли ты, что здесь больше чем  $1/10$ ?

– Нет, – ответил разбойник.

– Прекрасно! Тогда ты, – указал он на следующего. – Считаешь ли ты, что здесь больше чем  $1/10$ ?

– Да, здесь слишком много, – проворчал тот.

– Тогда уменьши это, сделай в точности  $1/10$ ! – попросил математик. Разбойник несколько уменьшил кучку.

– Вот теперь здесь действительно  $1/10$ , – прокомментировал он.

– А вы, – обратился математик к двум первым разбойникам, – теперь можете быть уверены, что в кучке даже меньше  $1/10$ .

– Конечно, из неё ведь убрали немало, – подтвердили они.

– Ну и отлично! Тогда я спрошу следующего, – и он выбрал нового разбойника. – Считаешь ли ты, что здесь больше чем  $1/10$ ?

И таким образом математик опросил каждого, предлагая уменьшить долю тем, кто считал, что она слишком велика. Когда последний грабитель был опрошен, математик опять обратился ко всем.

– Итак, среди вас не могло остаться никого, кто считает, что в этой кучке сейчас больше чем  $1/10$ .

– Естественно, – ответили разбойники. Каждый, кто думал, что часть велика, уже уменьшил её.

– Замечательно! И кто же последним уменьшил эту долю?

– Я, – отозвался юный разбойник.

– Значит, когда ты делил, ты был уверен, что это и есть  $1/10$ .

– Я и сейчас в этом уверен. Ведь никто не уменьшил её после меня.



– Вот и бери её себе! Ты считаешь, что это  $1/10$  добычи, остальные же уверены, что это не больше.

– Да! – радостно согласились разбойники. Они начали понимать.

– Ну и хорошо! Теперь у нас более простая задача: разделить остаток на 9 частей. Начнем так же. Ты, – указал математик на одного из грабителей, – отдели  $1/9$  этого...

И тем же способом математик выдал долю ещё одному грабителю, затем – ещё одному, и вскоре уже каждый разбойник довольно улыбался, оказавшись со своей частью добычи.

На радостях разбойники достали большую бутылку старого хорошего вина и устроили празднество. Внезапно математик предложил:

– А хотите, я и вино разделю поровну?

– Нет, это слишком долго.

– Не волнуйтесь, я сделаю быстро.

– Как это? – не удержались они от любопытства.

– Очень просто. Я сам не пью, поэтому делить надо опять на десятерых. Уверен ли каждый из вас, что он сможет определить, сколько составляет  $1/10$  часть содержимого этой бутылки?

– Никаких проблем!

– Тогда я потихонечку начну наливать вино из бутылки в этот кубок. Как только кто-нибудь решит, что это как раз  $1/10$ , он должен немедленно крикнуть и остановить меня. Договорились?

– Попробуем, – ответили разбойники несколько озадаченно. Они никогда еще не пили так странно.

Математик начал наполнять кубок. Тот становился всё более и более полным. Наконец, один из разбойников не выдержал и закричал:

– Стоп! Иначе будет слишком много. Сейчас как раз  $1/10$  часть бутылки!

– Но другие так не думают? – спросил математик.

– Конечно, нет, – подтвердил разбойник. – Они ведь молчали, и, значит, считают, что там меньше  $1/10$ .

– Ну и пусть! Тогда это твоя доля! А мы продолжим, – сказал математик и начал наполнять следующий кубок.

– А если несколько человек крикнут вместе? – заволновался вдруг один из оставшихся.

– Отдадим долю любому из них и продолжим делить. Всё равно в итоге каждому достанется не меньше  $1/10$  с его точки зрения, – успокоил всех математик. Разбойники задумались на некоторое время.



– Гениально, как просто! – сказал, наконец, самый сообразительный из них. – А почему мы не могли так делить добычу? – спросил он.

А что ты думаешь, читатель?

### КОММЕНТАРИИ

Сказка ложь, да в ней намёк. Надеемся, читатель понял задачу и красивое решение, представленное в этой сказке.

Алгоритм делёжки, который описан в ней, конечно же, не единственный. Возможно, читателю удалось придумать свой. Но если нет, пусть следующие задачи помогут ему увидеть другие способы деления.

**Задача 1.** Главная проблема в делении на троих была вот в чём: когда один из разбойников разделил добычу на три части, самую большую часть двое оставшихся указали одинаково, а самую маленькую – по-разному. Выйти из этой ситуации можно так: два оставшихся разбойника делят самую большую часть между собой, и ещё каждый из них делит среднюю (со своей точки зрения) часть пополам с первым разбойником. Покажите, что при таком делении каждый должен быть доволен.

**Задача 2.** Убедитесь, что следующий алгоритм тоже решает проблему

для троих. Двое делят всю добычу между собой. Затем третий делит долю каждого из первых двух разбойников на три части. Двое первых выбирают по меньшей части из своих трёх частей и отдают третьему.

**Задача 3.** Работает ли такой алгоритм для четверых: сначала трое делят всё между собой, затем каждый из них делит свою порцию на четыре части, после чего последний разбойник забирает по лучшему куску у каждого? Заметьте, что алгоритм подобен предыдущему, но всё же слегка отличается.

**Задача 4.** Сформулируйте и проверьте алгоритм для  $N$  разбойников на основе идей из предыдущих задач.

**Задача 5.\*** Предположим, что в шайке есть атаман, выставивший дополнительное условие – он должен получить не меньше любого другого разбойника (со своей точки зрения). Предложите соответствующий способ делёжки

- а) для случая трёх разбойников;
- б) для произвольного их числа.

**Задача 6.\*\*** Удастся ли трём завистникам поделить добычу так, чтобы каждый был уверен, что никто не получил больше, чем он сам? Можно ли придумать способ делёжки для любого числа завистников?



Заметьте, что эта задача более сложная, чем исходная задача о трёх разбойниках или задача об атамане. Для тех, кто хотел бы углубиться в математические тонкости, мы рекомендуем заглянуть на страницу <http://www.turgor.ru/lktg/1999/razbr.php> (где приведён целый исследовательский цикл задач о разбойниках, предлагавшийся в 1999 году участникам XI Летней конференции Турнира Городов).

Есть ещё несколько деликатных вопросов. А что, если разбойники начнут жульничать, например, кооперироваться между собой и делить не поровну? Может ли это быть выгодно? Но это тема для отдельного разговора.

В предыдущих задачах мы неявно предполагали, что добыча безгранично делима (то есть каждый набор сокровищ может быть разделён на любое число частей, равных с точки зрения данного разбойника).

А что делать, если добыча не очень-то делима – скажем, как делить телевизор или алмаз? Если у разбойников имеются деньги, можно предложить такой элегантный алгоритм. Каждый разбойник оценивает каждый предмет в сумму денег, которую, по его

мнению, предмет стоит. Тот, кто даёт наибольшую сумму, её и платит и забирает вещь себе. После этого все выплаченные деньги делятся поровну.

Вот другая модификация этой идеи, которую автор с успехом использовал на практике. Есть покупатель и есть продавец. Продавец хочет продать подороже, но не обязан продавать. Покупатель хочет купить подешевле, но не обязан покупать. Вместо того, чтобы торговаться, можно предложить такой метод. Продавец пишет на бумажке минимальную сумму  $A$ , за которую он готов отдать товар, а покупатель – максимальную сумму  $B$ , которую он готов заплатить. Затем они смотрят на бумажки. Если  $A > B$ , то сделка не состоится. Иначе ценой будет среднее арифметическое, и оба будут довольны. Разумеется, и в этом, и в предыдущем алгоритме вопрос о жульничестве особо интересен.

И последнее. А как на практике разделить действительно поровну полный стакан воды (считая стакан цилиндром)? Очень просто: медленно (чтобы поверхность была плоской) отливать воду, пока не увидишь начало дна. Из соображений симметрии в стакане как раз и останется половина.

# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Александр Бердников

## ПОЧЕМУ МЕСЯЦ БЫВАЕТ?

Ответ к задаче из №10



Почему мы часто видим не полную луну, а только месяц? Вообще не потому, что на Луну падает тень от Земли – так происходит только во время лунного затмения. Месяц бывает совсем по другой причине.

Что ж, давайте разбираться. Почему мы вообще видим Луну? Да потому, что на неё светит Солнце. Конечно, не вся поверхность Луны освещена. Та половина, что обращена к светилу, доступна для его лучей. А другая загорожена от светила самой Луной и потому тёмная.

Кстати, линия, отделяющая освещённую часть небесного тела от неосвещённой, называется *терминатором* (от латинского *terminare* – *ограничивать, прекращать*; от этого слова получил своё название и робот из фильма «Терминатор»). Так как Луна – не идеальная сфера, эта линия тоже не идеальная окружность, и, наблюдая её в бинокль или телескоп, можно видеть лунный ландшафт.

Описанную выше картину легко смоделировать в домашних условиях. В тёмной комнате посветите издали фонариком на апельсин или яблоко, да хоть на кулак – половина окажется в тени. Вы – как будто Земля (или землянин), фрукт – Луна, фонарик – Солнце. Посмотрите с одной стороны на фрукт – кажется, что он весь освещён. Посмотрите с другой – освещена только часть (это и есть месяц). С третьей – фрукт полностью тёмный. Можно даже подобрать положение для любой его степени затенённости.

Вот мы и ответили на вопрос, заданный в начале статьи: мы просто смотрим на наполовину светлую, наполовину тёмную Луну с разных сторон. Происходит это потому, что Луна вращается вокруг Земли. В новолуние, когда Луна вообще не видна на небе, Солнце освещает её обратную сторону. Затем освещённая часть постепенно поворачивается в сторону Земли – через пару ночей мы видим тонкий серп. Он постепенно растёт и за неделю превращается в полукруг, который затем расширяется до полной луны. И начинается обратный процесс: освещённая часть от нас отворачива-

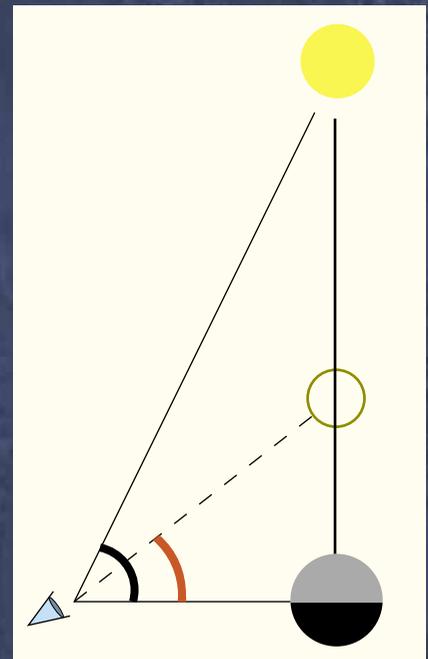
# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

ется. Вновь за полукругом появляется месяц, но он повернут к нам уже другим боком. И вскоре Луна снова совсем не видна. От одного новолуния до следующего проходит примерно четыре недели (как раз один месяц, неспроста он так называется). Это время, за которое Луна делает полный оборот вокруг Земли.

Вот почему почти всегда мы видим Луну неполной. А лунные затмения случаются только в уникальные моменты, когда Солнце, Земля и Луна попадают на одну линию, причём именно в таком порядке. А если Луна оказывается между Землёй и Солнцем на одной линии с ними, то теперь уже от Луны на Землю будет падать тень и произойдёт солнечное затмение. Вопрос с подвохом: как называется явление, когда между Луной и Землёй оказывается Солнце?

Между прочим, месяц можно видеть в небе и днём. При этом тень от Земли на Луну, очевидно, не падает – ведь и Солнце, и Луна над горизонтом, так что Земля никак не может оказаться между ними, она под горизонтом. Поэтому тем, кто настаивает, что месяц получается от земной тени, можно продемонстрировать опровержение прямо на небе (если, конечно, с погодой повезёт).

Наблюдения за Луной помогли найти расстояние от Земли до Солнца. Первую попытку вычислить это расстояние сделал Аристарх Самосский за пару сотен лет до нашей эры. Мы расскажем только о небольшой части этих вычислений – как сравнить расстояния до Луны и до Солнца. Надо застать Солнце и освещаемую им Луну на небосводе одновременно. Причём в тот момент, когда мы смотрим на Луну в точности «сбоку», то есть видим диск Луны, разделённый прямой линией на равные тёмную и светлую половины. Рассмотрим треугольник, вершинами которого будут Земля, Луна и Солнце (см. рисунок). Угол при Луне в этом треугольнике будет тогда прямым. Измерим угол  $\alpha$  между направлениями на Луну и на Солнце (он отмечен на рисунке чёрным). Зная этот угол, нетрудно вычислить отношение сторон нашего треугольника, выходящих из Земли – например, просто нарисовав на бумаге треугольник с теми же углами и измерив линейкой его стороны. Тем самым мы найдём, во сколько раз Солнце дальше от нас, чем Луна. Угол  $\alpha$  оказывается очень близким к прямому – из-за этого малейшие ошибки



# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



в его измерении или в подгадывании момента, когда Луна находится к нам «бокком», сильно искажают конечный результат. Поэтому Аристарх получил, что Солнце дальше от нас, чем Луна, в 19 раз – вместо правильных 394 раз.

Если в небе видны и Солнце, и Луна, нам кажется, что они находятся от нас почти одинаково далеко. Дело в том, что мы неосознанно помещаем слишком далёкие предметы (объекты на горизонте, Луну, Солнце, звёзды) на одинаковые расстояния. Это наше представление о самом далёком. Но если бы расстояния и вправду были примерно одинаковыми, то в описанный момент угол  $\alpha$  был бы небольшим, например, уж вряд ли превосходил бы  $45^\circ$  (красный угол на рисунке). Но раз этот угол около  $90^\circ$ , то Солнце намного дальше Луны, как мы уже говорили, примерно в 400 раз, и намного крупнее (во столько же раз, ведь видимые их размеры почти одинаковы). Все мы это знаем, но не привыкли себе это именно так и представлять, когда видим их. Вот и со звёздами то же – смотришь на ночное небо, и кажется, что до звёзд примерно столь же далеко, как и до Луны. Но если вспомнить, что звёзды невероятно крупнее Луны, а видим мы их очень маленькими по сравнению с Луной, сразу становится ясно – они находятся от нас на каких-то совершенно гигантских расстояниях.

И ещё. В самом начале было сказано, что мы видим только освещённую Солнцем часть Луны. Это не совсем так. Когда Луна ближе к Солнцу, чем Земля, наша планета видна в лунном небе большей частью освещённой. Как полная Луна освещает Землю, так и Земля отражённым светом подсвечивает ближнюю к нам сторону Луны, причём значительно сильнее – ведь Земля больше Луны и «белее» (Луна только по сравнению с чёрным небом кажется светлой, она скорее серая). Поэтому ближе к новолунию слабо виден весь диск Луны, это явление называется «пепельным светом Луны» (см. фото вверху страницы). Обычно его считают иллюзией: якобы мозг дорисовывает контур месяца естественным для себя образом. Это легко парировать. Встаньте так, чтобы столб, дерево или ещё что-то полностью скрыло яркий месяц, но не всю Луну. Она при этом останется видна (если, конечно, вы и вправду не находились лишь под влиянием иллюзии).

# Задачи, расположенные по цепочке



Впервые опубликовано в журнале  
«Квант», № 10 за 1987 г.

Скажу сразу, что я не знаю, кто выдумал эти задачи. Некоторые из них мне рассказал Олег Владимирович Долгов. Может быть, ваши родители его видели на экране телевизора, потому что он когда-то много выступал в команде знатоков в телепередаче «Что? Где? Когда?». Но хотя Олег Владимирович и знаток, оказалось, что и он не знает, кто автор этих задач. Кроме задач, рассказанных мне О.В. Долговым, есть ещё и другие задачи такого типа – некоторые из них я слышал раньше, но тоже не мог установить, кто их автор. Задачи мне очень понравились, и я когда-то изложил их на страницах журнала «Квант», а теперь решил рассказать и читателям «Квантика». Надеюсь, что и вам они понравятся и, кроме того, быть может, кто-нибудь из читателей укажет нам их автора (или авторов). А может быть, и сами авторы увидят свои задачи напечатанными и наконец-то объявятся. Итак, вот эти задачи.

**Задача № 1.** Сколько нужно проделать операций, чтобы засунуть бегемота в холодильник?

После того, как О.В. Долгов задал мне эту задачу, я задумался... Долгов пришёл мне на помощь:

– Я вам скажу, как решается первая задача. Для того чтобы поместить бегемота в холодильник, требуется совершить три операции:

1. Открыть холодильник.
2. Положить бегемота в холодильник.
3. Закрыть холодильник.

Из этого решения я уяснил себе, что понимается под словом «операция». Каждое из указанных в решении действий и есть операция. После этого мне была задана следующая задача.

**Задача № 2.** Сколько операций надо проделать для того, чтобы положить в холодильник жирафа?





Подумав немного, я сказал:

– Наверное, для того, чтобы положить жирафа в холодильник, надо проделать больше операций, чем для того, чтобы положить туда бегемота.

– Почему? – спросил О.В. Долгов.

– Потому что жираф не влезет в холодильник. Его нужно предварительно сложить.

– Не нужно его складывать, – сказал О.В. Долгов, – холодильник достаточно велик. Жираф может свободно в нём поместиться, если там нет никого другого.

– Тогда, как и в предыдущей задаче, достаточно трёх операций – открываем холодильник, кладём жирафа, закрываем.

– Нет, неверно. На этот раз нужно проделать четыре операции, – сказал О. В. Долгов. И перечислил эти операции:

1. Открываем холодильник.
2. Вынимаем бегемота.
3. Кладём жирафа.
4. Закрываем холодильник.

Надо ли что-то объяснять?! Я забыл, что холодильник был занят! После первой задачи в холодильнике остался бегемот. Затем мне была задана

**Задача № 3.** Бегемот и жираф находятся на суше на расстоянии 1 километра от берега реки. Кто из них быстрее добегит до воды?

Когда решаешь такого рода задачи, думать бесполезно. Тем не менее, я подумал и сказал:

– Жираф быстрее добегит, у него ноги длинные.

– Неправильный ответ, – сказал О.В. Долгов.

– А какой ответ правильный?

– Скорее добегит до берега бегемот.

– Почему?

– Потому что жираф остался в холодильнике...

Я засмеялся, и мне была предложена следующая

**Задача № 4.** Сколько бегемотов умещается в кузове пятитонного грузовика?

На этот раз я призадумался, но Олег Владимирович не дал мне размышлять долго:

– Вы не теряйте зря времени, я вам сам подскажу ответ: умещается пять тонн бегемотов – полный кузов.



А теперь сами решите задачу № 5. Только быстро. Итак...

**Задача № 5.** Сколько поместится жирафов в кузове пятитонного грузовика?

- Тоже полный кузов, – сказал я неуверенно.
- Неправильно.
- А сколько же?
- Ни одного жирафа.
- Почему?
- Потому что кузов доверху набит бегемотами.

И в самом деле, после решения четвёртой задачи бегемоты так и остались в кузове грузовика. Никто их не снял оттуда.

Задачи эти мне понравились, я их запомнил и, придя домой, рассказал моей дочке Кате. Она тогда училась в шестом классе. К моему удивлению, Катя мгновенно, одну за другой, их решила и сразу же задала мне

**Задачу № 6.** Мальчик упал с четырёх ступенек и сломал ногу. Сколько ног сломает мальчик, если он упадёт с сорока ступенек?

Я неуверенно сказал:

– Сорок ступенек... это в десять раз больше, чем четыре ступеньки. Значит, мальчик сломает десять ног. Но, наверное, это неправильный ответ?

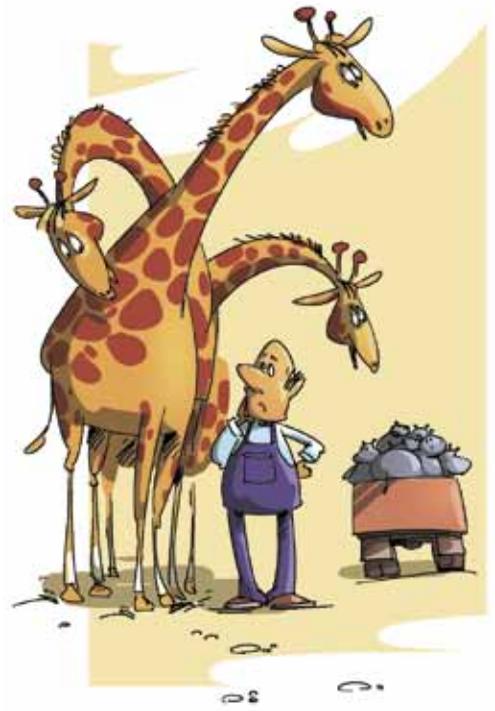
- Неправильный, – сказала Катя.
- А какой ответ правильный?
- Мальчик сломает всего одну ногу.
- Почему?

– Потому что одну ногу он уже сломал, а у него их всего две...

После мы с Катей решили, что нехорошо загадывать эту задачу про мальчика, жалко его – это ведь очень больно, когда человек ломает ногу. Мы решили загадать эту задачу не про мальчика, а про стул: стул падает с лестницы, и при этом у него ломаются ножки. Стул, конечно, тоже жаль, но меньше, чем человека. И, кроме того, задача показалась нам очень интересной. Одного стула не жалко на такую задачу.

Вот и все известные мне задачи, расположенные по цепочке.

**Может быть, читатели знают и другие такие задачи? Тогда присылайте их в наш журнал.**



Художник: Леонид Гамарц



За долгую свою жизнь язык, на котором говорит человечество, менялся до неузнаваемости. Он распадался на разные подязыки – одни вымирали, другие продолжали жить, взаимодействуя друг с другом, оставляя после себя диалекты, которые иногда вырастали в самостоятельные языки. Интересно прокрутить эту эволюцию назад, выяснить генеалогическое древо какого-нибудь слова.

Наука, восстанавливающая и изучающая «родственные связи» слов и целых языков, называется этимологией, но так называют и личную историю какого-либо слова или, скорее, корня – как он, его предки и потомки путешествовали между разными языками и внутри них.

Даже в одном языке корень может обзавестись богатой семьёй, иногда и не догадываешься о родстве каких-то слов, пока не обратишь внимания на их связанность по смыслу и звучанию. Но бывают и «двойники-обманщики»: с виду похожи, обозначают похожее – а не родственники.

Выяснить происхождение того или иного слова бывает очень трудно, а иногда просто нельзя дать точный ответ. Чтобы серьезно заниматься этимологией, надо обладать огромным багажом знаний, хорошо чувствовать и понимать язык. Но может вам уже сейчас интересно подмечать интересные связи и закономерности в языке? Для таких читателей мы, не претендуя на полноту и не пытаясь дать подробные объяснения, приводим пример двух интересных «семей» в русском языке (на рисунке они отделены друг от друга жирной чертой).

Крупным шрифтом написаны слова определённого семейства (не все – их слишком много, но значимая часть). Из слов «предков» ведут стрелки в образовавшиеся от них слова. Под словами семейства мелким шрифтом приведены их значения, в том числе и утраченные. Они помогают понять, как связаны между собой слова с разным, казалось бы, смыслом. Там же иногда показано (маленькими стрелочками), как переосмыслилось значение слова.





Художник: Анастасия Мошина

# ЧЕТЫРЕ ЗАДАЧИ

1. Перед вами – карта России в масштабе 1:100 000 000. Как известно, в России проживает больше 140 миллионов человек. Значит, на карте должен поместиться хотя бы один человек; но это невозможно. В чём ошибка?



2. Квантик соорудил стопку монет высотой с двадцатиэтажный дом. Поместятся ли все эти монеты в комнате? А если стопка будет километровой высоты?



3. В учебнике биологии написано, что каждый волос на голове у человека живёт примерно 1500 дней, а потом выпадает. Каждый день выпадает примерно 100 волос и столько же появляется новых. Как по этим данным определить примерное число волос на голове у человека?



4. Следователю Пуарову принесли фотографии автомобильных номеров из дела № 23411.

- А 113 КС 77 RUS
- Т 762 ОР 54 RUS
- К 009 ВА 99 RUS
- Ф 320 ГЦ 19 RUS
- М 546 МХ 33 RUS

Опытный следователь Пуаров тут же сказал, что один из номеров фальшивый. Почему?



Иван Высоцкий

## НОЧЬ НА ЧЕТВЕРГ

Хорошее настроение продержалось не долго. В отличие от папы, мама Лена пришла с работы позже обычного и никуда больше не собиралась. Но получилось всё иначе. Пёс по-прежнему был вялый, гулять не хотел, отказался от еды, даже от куска сыра. Это было по-настоящему тревожно. Мама побежала вниз греть машину, Стас на руках вынес Патрика на улицу и запихнул на заднее сиденье.

Была уже полночь, когда их принял врач – высокий молодой мужчина в хирургическом костюме салатного цвета. Он долго щупал и осматривал апатичного пса, расспрашивал про симптомы, а потом сказал, что нужно сдать анализ крови на пироплазмоз – это худшее, что может быть. Услышав про пироплазмоз, мама совсем расстроилась и даже заплакала. Стас не знал, что такое пироплазмоз, но по маминной реакции понял, что ничего хорошего. Ещё хуже, что доктор принялся утешать:

– Ну, не расстраивайтесь раньше времени. Подозрение на пироплазмоз в конечном итоге подтверждается только у 5% собак. Скорее всего, ничего страшного у вашего Патрика нет, но анализ лучше сдать.

Стас считался воспитанным мальчиком, то есть знал, что не следует лезть в разговор взрослых, но в данном случае от мамы было мало проку. И он влез:

– То есть анализ подтверждает этот... пиро...плазмоз в среднем у одной собаки из двадцати?

– Не совсем так, – доктор посмотрел на Стаса. – Анализ бывает положительным примерно в 6% случаев.

– Положительным? – растерянно пере-

спросил Стас. До сих пор он думал, что положительными бывают только числа и ещё хорошие примеры.

– Если анализ показывает наличие возбудителя заболевания, то такой анализ называется положительным, – терпеливо объяснил врач.

– А откуда лишний процент? – Стас на секунду задумался. – Может ли быть, что анализ ошибается?

– Теоретически да, но вообще-то анализ очень точный – если собака здорова, то анализ показывает это в 97% случаев.

– Значит, условная вероятность положительного анализа при отсутствии пироплазмоза приблизительно три сотых, – одними губами прошептал Стас, но врач, видимо, расслышал, потому что посмотрел на Стаса очень уважительно.

Лаборатория была тут же, в подвальном этаже. Приём вела девушка, одетая в такой же докторский костюм, только розовый. На груди висел бейджик с именем Мария. Патрик держался героически. Только когда Мария брала капельку крови из уха, сунул морду Стасу под мышку, чтобы ничего не видеть, и, значит, не бояться.

Разумеется, Марию Стас тоже подробно расспросил про проценты положительных анализов, подтверждённые диагнозы и всё прочее. Она сказала то же самое: в итоге подтверждается 5% диагнозов, отрицательных анализов около 94%, кроме того, вероятность ошибки мала – ошибочных положительных анализов (она сказала иначе: «ложноположительных», но Стас понял) примерно 3%.



– Будет готово через час. Подождите в приёмной. – Мария распечатала квитанцию, приняла оплату и позвала следующего пациента.

В приёмной ждать не стали. На улице выпал первый снег. Пошли туда. Забрались в машину. Мама сидела молча, иногда включала двигатель, чтобы не замёрзнуть, и время от времени протягивала руку и поглаживала Патрика, неподвижно лежавшего сзади. Стас непрерывно бормотал какие-то цифры, что-то умножал, делил. Потом не выдержал.

– Мам, у тебя калькулятор есть?

– Зачем тебе?

– Нужен. Дай, пожалуйста.

Калькулятор был в телефоне. Стас быстро что-то посчитал. Тряхнул головой, отгоняя наваждение, и снова начал считать. Потом сбросил всё и начал заново. Результат не менялся. Некоторое время Стас сидел в задумчивости, вдруг лицо его прояснилось.

– Конечно, так и должно быть...

– Господи, только бы не пироплазмоз, – выдохнула мама. – Пора. Сходи узнай. Мы подождём в машине.

Стас отправился в лабораторию. Мария без улыбки протянула ему лист с заключением. Жирно выделялось слово «положительный».

– Лечение нужно начинать сейчас же – заявил врач. – Дорога каждая минута. Эрдельтерьеры – народец крепкий, у вас уже не щенок, справится. Правда, возможны серьёзные побочные эффекты, но иначе...

– Да, да, конечно, – мама была согласна на всё. Она смотрела не на доктора,

а в окно – там в машине на заднем сидении лежал скучный и тихий Патрик.

Стас с трудом дождался, когда они вышли на улицу.

– Мама, стой, не надо!

– Ты что, с ума сошёл? Лекарство нужно срочно!

– Оно опасное. А если дело в другом?

– Ты же сам слышал – ошибок только три процента.

– Да нет же. Всё не так! Зачем нам вероятность ложноположительного анализа? Это совсем не важно. Важно другое – вероятность того, что пироплазмоза нет при условии, что анализ положителен!

– Да какая разница?

– Большая. Вот смотри. – Стас писал пальцем на свежем снегу. – Понимаешь, вот событие  $A = \{\text{пироплазмоза нет}\}$ . Его вероятность  $P(A) = 0,95$ . Вот событие  $B = \{\text{анализ положителен}\}$ . Его вероятность  $P(B) = 0,06$ . Вот условная вероятность того, что анализ положителен, если пироплазмоза нет:  $P(B|A) = 0,03$ . Но это не важно. Нам нужно знать  $P(A|B)$ , то есть вероятность того, что пироплазмоза нет при условии, что анализ положительный. А этого нам как раз никто не говорит.

– Я запуталась, – голос мамы звучал беспомощно. – Это ведь одно и то же.

– Не то же! Смотри.

Стас выписал на снегу равенство, которое открыл этим вечером:

$$P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

– Подставляем числа:

$$P(A|B) \times 0,06 = 0,03 \times 0,95,$$

значит,  $P(A|B) = 0,475$ , то есть почти 48%. Я на калькуляторе три раза считал. Всё



верно – положительный анализ не даёт гарантии, он только поднимает вероятность заболевания с 0,05 до 0,52. Сама подумай – 6% анализов положительны, а ложноположительных  $3\% \times 0,95$ , то есть немного меньше 3%. Значит, почти у половины собак с положительным анализом никакого пироплазмоза нет.

– И что же нам делать?

– Ещё раз сдать анализ и лучше в другом месте. Чтобы независимо.

Мама думала ровно секунду. Затем выхватила из сумочки телефон. Лишь бы самолёт уже сел, лишь бы Алексей включил мобильник, лишь бы не кончились деньги. Лена повторила в трубку всё то, что сказал Стас. И ни разу не ошиблась. Из глубин памяти всплыли, казалось, прочно забытые знания. Не было ни паники, ни растерянности. Она быстро и чётко излагала Стасу мысль. Потом несколько секунд слушала и, наконец, опустила телефон.

– Ну что!? Что папа?.. – Стас подпрыгивал от нетерпения, как первоклассник.

– Он велел делать то, что ты скажешь, – коротко ответила мама, распахивая дверцу.

Стас едва успел прыгнуть на пассажирское сиденье, как двигатель взревел, и машина сделала полицейский разворот, отчего надписи превратились в снежные фонтаны. Он ещё подумал, что если бы не успел, то мама уехала бы без него. А ещё – что никогда раньше не видел, чтобы мама так точно и стремительно вела машину. Они неслись по пустынной улице, а Стас названивал в справочную, чтобы узнать, где ещё в ночном городе работают ветеринарные лаборатории.

## ПЯТНИЦА. УТРО

Утром в пятницу Стас проснулся обычным порядком – с него уползло одеяло. С рычанием и хрюканьем. Стас вцепился в убегающий край и сквозь сон забормотал: – Отдай. Фу. Нельзя! Это моё одеяло.

Внезапно Стас осознал происходящее и моментально проснулся. Патрик стоял передними лапами на диване в позе победителя, кольцо хвоста моталось в разные стороны, а взгляд выразительно требовал: хочу есть, хочу гулять, играть, и вообще – человек, хватит валяться! Сев в разорённой постели, Стас обнял пса за шею и ткнулся щекой в чёрный влажный нос. Прежде он не поверил бы, что будет так радоваться тому, что Патрик сдирает с него одеяло. Вчера пёс весь день пролежал на коврике, а за ночь антибиотики сделали чудо. В конечном итоге врачи определили какое-то воспаление, легко поддающееся лечению.

За завтраком мама, которая вчера весь день была напряжена и молчалива, дала волю чувствам:

– Лопает всякую гадость на прогулке. За ним нужно смотреть, а не задачки решать, а то вечно задумаешься, ничего вокруг не видишь.

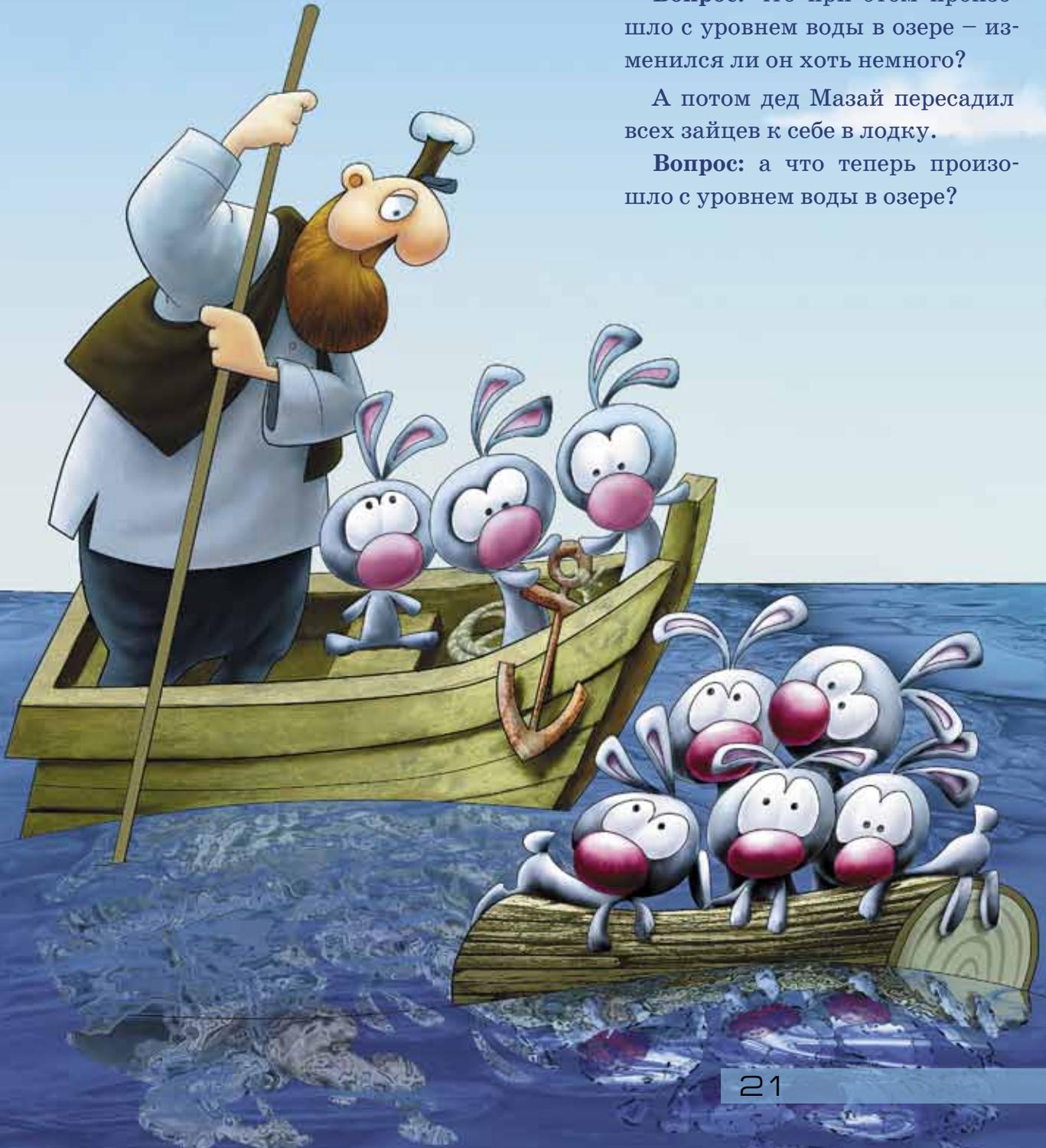
Тут мама вспомнила, что Стас прошлой ночью решил самую трудную и самую нужную задачку, но не стала говорить это вслух. Во-первых, она не любила лишний раз обсуждать очевидное, а во-вторых, представила, что ответит Стас: «Подумаешь – вероятность посчитать, что здесь трудного»? Настроение улучшилось. Мама Лена улыбнулась и объявила, что вечером, когда прилетит отец, будет праздничное меню.

Увидев плывущих на бревне зайцев, дед Мазай решил их спасти. Подплыв к зайцам, он первым делом бросил якорь, чтобы лодка не уплыла.

**Вопрос:** что при этом произошло с уровнем воды в озере – изменился ли он хоть немного?

А потом дед Мазай пересадил всех зайцев к себе в лодку.

**Вопрос:** а что теперь произошло с уровнем воды в озере?





Окончание. Начало в номерах 9 и 10

### НЕДОВЕРЧИВЫЙ ИА

– Не верю я в призраки, – заявил друзьям при встрече Иа-Иа.

– Да и с признаками нехорошо получается – всё на свете из-за них оказывается равным. Вот я, например, в одной книжке нашёл такой чертёж.

Ослик небрежно провёл биссектрису угла  $A$  треугольника  $ABC$  и серединный перпендикуляр к стороне  $BC$  (рис. 6). Из точки  $O$  их пересечения опустил перпендикуляры  $ON$  и  $OM$  на стороны треугольника и стал рассуждать:

– Прямоугольные треугольники  $BOL$  и  $COL$  равны.

– Почему? – поинтересовался Пух.

– Потому что  $OL=OL$ , – ответил Иа, – и  $BL=CL$ , потому что я проводил серединный перпендикуляр.

– Треугольники  $BOL$  и  $COL$  равны по двум катетам, – уточнила Сова. – Это частный случай признака «по двум сторонам и углу между ними». Ослик продолжил:

– Значит,  $BO=CO$ . Треугольники  $NOA$  и  $MOA$  тоже равны.

– А это почему? – спросил Пух.

– По гипотенузе и острому углу, – ответила и на этот раз Сова, – мы скоро будем изучать этот признак.

– Благодарю, – поспешил продолжить ослик, – за признаки, без которых осёл никогда бы не получил равенства  $AN=AM$ ,  $ON=OM$ . Но даже я теперь вижу, что треугольники  $BON$  и  $COM$  равны.

– По гипотенузе и катету, – добавила Сова.

– И что же это значит? – спросил Пух и сам себе ответил: – Это значит, что  $BN=CM$ .

–  $AB=AN+NB=AM+MC=AC$ , так что  $AB=AC$ ! – победоносно заявил Иа. – Треугольник  $ABC$  равнобедренный! Но я начинал с любого треугольника. Значит, любой треугольник – равнобедренный!

– Во всяком равнобедренном треугольнике, – невпопад подхватила Сова, – углы при основании равны. Верна и обратная теорема: если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.

– Что ни говори, а уже пора обедать, – сказал Пух. – Пойдёмте к Кристоферу, спросим, бывают ли неравнобедренные треугольники. То есть я понимаю, что бывают, но по осликовой науке их не бывает.

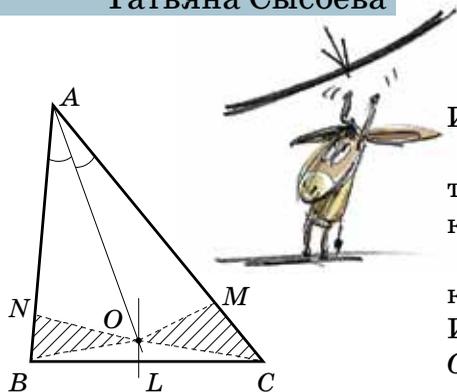


Рис. 6



– В геометрии, – поучительно сказала Сова, – надо верить не грубым чертежам, а точным доказательствам.

## ГДЕ ЛЕЖИТ ТОЧКА *O*?

Когда они пришли к Кристоферу и рассказали ему, почему все треугольники равнобедренные, он нарисовал несколько точных чертежей и сказал:

– Точка *O* на всех моих чертежах расположена вне треугольника (рис. 7). Смотрите,  $AB = AN - NB$ ,  $AC = AM + MC$ , и противоречия нет.

– Почему твои чертежи правильные, а мой неправильный? – не сдавался Иа.

– Вообще-то обосновывать свой чертёж должен был ты, – ответил ослику Пух. – Что ни говори, а неравнобедренные треугольники существуют.

– Почему я? – не согласился Иа. – Он критикует моё доказательство очень важной теоремы, вот пусть он и обосновывает. Если хотя бы для одного неравнобедренного треугольника точка *O* окажется внутри, то уже получится противоречие во всей математике!

– Именно потому, что противоречия нет, точка *O* вне, а не внутри, – терпеливо объяснил Кристофер.

– Вот ты и ошибся, – продолжал спорить Иа, – даже если верить в неравнобедренные треугольники, точка *O* лежит вне не в любом треугольнике, а только в неравнобедренном!

– Ты понял, что сказал? – спросил Пух. – В равнобедренном треугольнике серединный перпендикуляр совпадает с биссектрисой и никакой такой точки пересечения у них нет!

– Это ты не понимаешь, что говоришь! – парировал Иа. – Если две прямые совпадают, то никак нельзя говорить, что они не пересекаются. Напротив, они пересекаются по прямой!

– Друзья, вы спорите попусту. И по-моему, сами это понимаете, – вмешался Кристофер.

– Пока вы дискутировали, – веско произнесла Сова, – я читала умную книгу. Там написано: *Точка пересечения биссектрисы угла *A* и серединного перпендикуляра к стороне *BC* неравнобедренного треугольника *ABC* лежит на описанной окружности этого треугольника.*

– А вдруг кусочек описанной окружности попадёт внутрь треугольника? – никак не унимался Иа.

– Чем больше ты спиришь, – ответил ему Пух, – тем дольше мы не начинаем обедать.

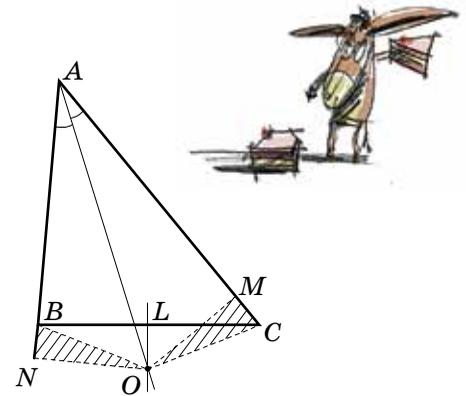
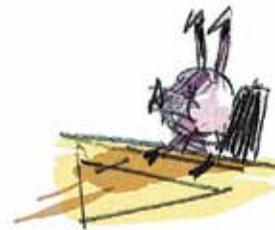


Рис. 7



## Упражнение

9. В треугольнике *ABC* из вершины *C* проведена медиана *CD*. Доказать, что высоты треугольников *DBC* и *DAC*, проведённые из вершин *B* и *A*, равны между собой.



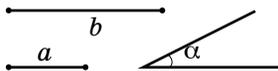


Рис. 8

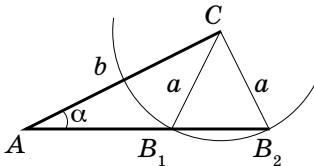


Рис. 9

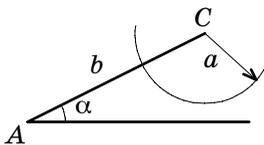


Рис. 10

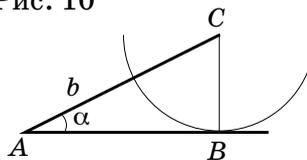


Рис. 11

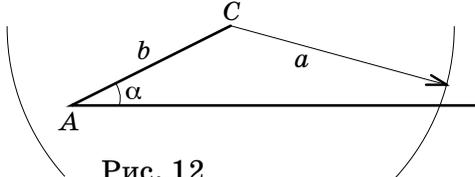


Рис. 12

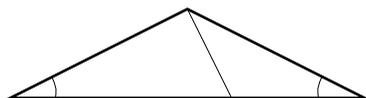


Рис. 13

## ПРИЗНАКИ И ПОСТРОЕНИЯ

После обеда Сова вдруг сказала:

– Чем больше я продумываю методику преподавания геометрии ослику, медведю, поросёнку и их товарищам, тем лучше понимаю, что признаки равенства треугольников связаны с построениями циркулем и линейкой.

– ...со построениями циркуля линейкой? – удивился Пух, – С какими построениями? Объясните мне!

– Не со построениями, а с построениями циркулем и линейкой, – ответил Кристофер. – Смотри (рис. 8), если дан угол треугольника  $\alpha$ , противоположная сторона  $a$  и ещё одна сторона  $b$ , то можно легко такой треугольник построить.

Кристофер построил угол  $\alpha$ , отложил (циркулем) отрезок  $AC$  длины  $b$  и нарисовал окружность радиуса  $a$  с центром  $C$  – получилось подходящих треугольника  $ACB_1$  и  $ACB_2$  (рис. 9).

– И треугольник, думаете, построен? – недоверчиво спросил подошедший ослик Иа-Иа. – Вдруг радиус  $a$  слишком маленький (рис. 10)? Тогда окружность не дотянется!

– Да, в таком случае треугольник не существует, – подтвердил Кристофер. – Если же окружность касается стороны угла, то треугольник единственен (рис. 11).

– А что делать, если радиус слишком велик? – не унимался ослик (рис. 12). Кристофер ответил:

– В таком случае треугольник тоже единственен.

– Иногда, – сказал Пух, – таких треугольников два, как на рисунке 9. Помните, пару дней назад Кристофер нарисовал пример (рис. 13) – только там эти два треугольника были приставлены друг к другу.

– Именно потому, – согласился Кристофер, – что на этом рисунке треугольник строится двумя способами, нет признака равенства по углу, прилежащей стороне и противолежащей стороне.

### Упражнения

10. От квадрата отрезан прямоугольный треугольник, сумма катетов которого равна стороне квадрата. Докажите, что сумма трёх углов, под которыми видна из трёхоставшихся вершин его гипотенуза, равна  $90^\circ$ .

**Подсказка.** «Соберите» эти три угла в одной вершине квадрата. Тот же приём применим и в следующей задаче.

11. Прямая отсекает от правильного шестиугольника  $ABCDEF$  треугольник  $AKL$  так, что  $AK + AL = AB$ . Найдите сумму углов  $\widehat{KAL} + \widehat{KBL} + \widehat{KCL} + \widehat{KDL} + \widehat{KEL} + \widehat{KFL}$ , под которыми отрезок  $KL$  виден из вершин шестиугольника.

12. На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника вне его построены квадраты  $ACDE$  и  $BCFK$ . Из точек  $E$  и  $F$  на продолжение гипотенузы опущены перпендикуляры  $EM$  и  $FN$ . Докажите, что  $EM + FN = AB$ .



# На даче

ДЕТЕКТИВНЫЕ  
ИСТОРИИ

Борис Дружинин

Лиза появилась на даче только в конце июня и первым делом зашла к Воле на участок, чтобы вместе отправиться на пляж. Она застала друга около аккуратно сложенных дощечек с молотком в руке.

– Папа вчера заборчик ставил, – пояснил Вова. – Ровно половину дощечек успел приколотить. Утром он на работу уехал, а мне велел всё доделать.

– Хочешь, я тебе помогу, – предложила Лиза. – Быстро сделаем да купаться пойдём.

– Работа-то не трудная. Впрочем, с твоей помощью я дощечки смогу ровно прибить.

– Так давай начнём, в чём же дело? – продолжала настаивать Лиза.

– Гвоздей совсем не осталось, – развёл руками Вова. – Пойду покупать.

И друзья отправились на строительный рынок.

– Папа на половину заборчика истратил ровно один килограмм гвоздей, – рассуждал по дороге Вова. – Значит, и мне надо один килограмм таких же гвоздей купить.

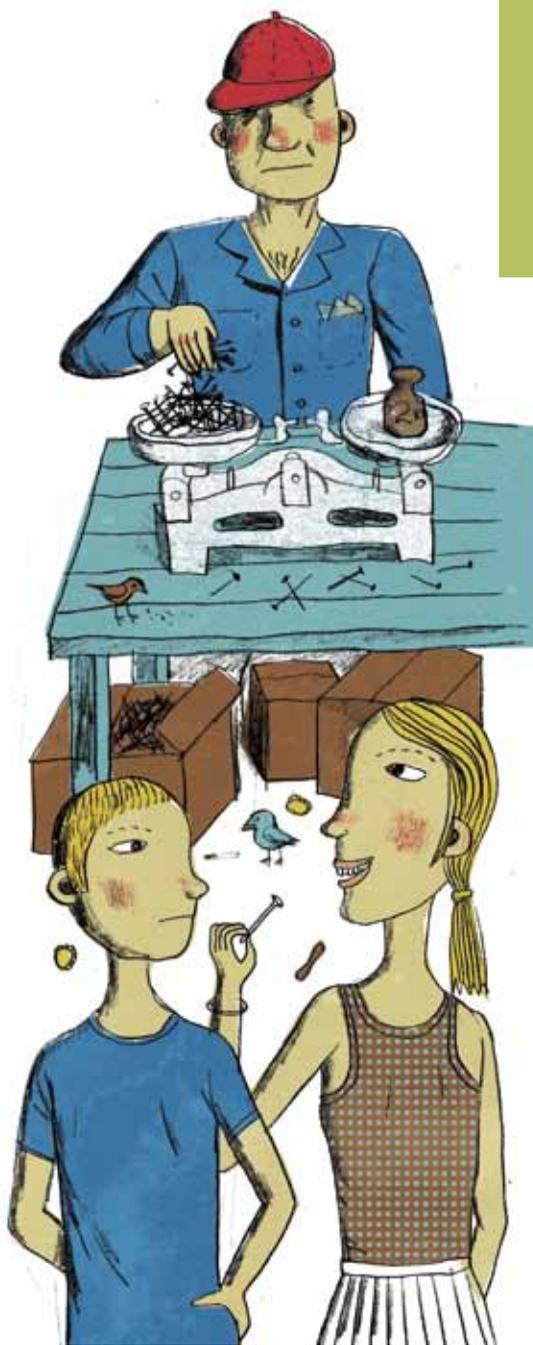
– А ты уверен, что молотком так же хорошо как папа работаешь? – поинтересовалась Лиза. – Я книжку читала про учёных. Там вот про что рассказывает. Допустим, для опыта нужно сто кроликов. Простой учёный закажет себе ровно сто кроликов. Хороший учёный закажет на всякий случай сто двадцать, умный – сто пятьдесят, а мудрый – все двести.

– Понял, – согласился Вова. – Куплю полтора килограмма.

Гвозди нужного размера продавались только у одного мужичка, перед которым стояли обыкновенные весы с двумя чашечками.

– Я бы с удовольствием отвесил вам полтора килограмма, – сказал мужичок. – Но все покупают гвозди в гораздо больших количествах, поэтому самая маленькая гирия у меня весит два килограмма.

– Что ж, купим два, – вздохнул Вова и достал из кармана деньги. – Нет, на два килограмма не хватит. Придётся всё-таки полтора покупать.





– Не смогу я взвесить полтора килограмма, – пожал плечами мужичок. – Я же вам говорил, что есть только двухкилограммовая гиря.

– Да сможете вы, сможете, – заверила его Лиза и объяснила, как это сделать.

Мужичок почесал в затылке и согласился.

## ★ Что предложила Лиза?

Вдвоём друзья быстро и, главное, аккуратно достроили забор. Молотком размахивал, конечно, Вова, а Лиза стояла у него за спиной и следила, чтобы все дощечки стояли ровно. А потом вдоволь накупались.

А вечером, когда уже порядком стемнело, к Лизе прибежал Вова, успевший изрядно соскучиться по подруге.

– Идём скорее, – заторопил он. – Там следственный эксперимент проводят.

– Какой ещё эксперимент? – не поняла Лиза.

– Так ты ничего не знаешь! Пошли, по дороге расскажу, – не унимался Вова. – Там уже наверняка весь народ собрался.

– Понимаешь, – продолжал Вова, – у нас тут две недели назад происшествие случилось.

– А, может, случай произошел? – передразнила Лиза.

– А, всё равно, – отмахнулся мальчик. – Понимаешь, ровно две недели назад ограбили Семёна Семёновича. Он вечером шёл на станцию, так около леса на него напали, отобрали сумку со свёклой и побили как следует. Потом воров поймали и ждали, когда Семёна Семёновича из больницы выпишут.

Скоро друзья прибежали к большому дереву, где уже собрались почти все жители дачного посёлка. Рядом с деревом стояли несколько полицейских, Семён Семёнович с перевязанной головой и два молодых человека весьма неприятного вида.

– Я выращиваю очень вкусную свёклу, – рассказывал Семён Семёнович, – это все в дачном посёлке знают. В тот вечер я собрал свёклу, целую сумку, и отправился на станцию. Хотел на следующий день на рынке в городе продать. Прямо здесь эти двое напали на меня, избили, отняли свёклу и скрылись.

– Уточните, когда это было? – попросил высокий полицейский.

– Ровно две недели назад, – ответил потерпевший. – Эти две недели я провёл в больнице, поправляясь от побоев.

– А вы уверены, что нападали эти двое? – толстый полицейский показал на молодых людей.

– Конечно, они, – заголосила бабушка Аня. – Вот этот, Васька, ещё мальчонкой был, а всё норовил ко мне в сад за яблоками залезть. А другой, видать дружок его, тоже, небось, такой.

– А ко мне Васька за клубничкой по ночам ходил, – поддержал бабу Аню дед Матвей.

– Но это когда было, – остановил их толстый полицейский. – Я спрашиваю у товарища потерпевшего про то, что две недели назад было. Вы их точно узнали?

– Да! Да! – подтвердил Семён Семёнович. – Я их очень хорошо рассмотрел. Луна светила так же ярко, как и сейчас.

– Ну что ж, голубчики, придётся вам отвечать по закону, – обратился высокий милиционер к задержанным.

– Подождите, – вмешалась Лиза. – Семён Семёнович что-то не то говорит. Он всё это выдумал.

– Это ещё что за умник нашелся? – усмехнулся один из полицейских.

– Да, да, – затараторил Семён Семёнович. – Ты только сегодня на дачу приехала, а уже рассуждаешь о том, что две недели назад было.

– Да, я только сегодня приехала, – подтвердила Лиза. – Но от этого законы природы не изменились.

Полицейские внимательно выслушали Лизу, после чего отпустили подозреваемых. А завтра Василий с дружкой принесли Лизе огромный торт.

– Если тебя кто обидит или косо посмотрит, ты только скажи. Уж мы его научим вежливо с девочками себя вести, – заверил Василий.

★ На какое явление Лиза предложила обратить внимание полицейским?



Художник: Артём Костюкевич

## Ба, у баобаба баба бабариха!



Помнишь, недавно (а точнее, в 7 номере «Квантика») мы говорили про «попугайские» слова (или даже фразы)? Если их повторять вслух, они превращаются в другие слова (например, КАЧАЙ качай качай ка ЧАЙКА). Интересная игра, но повторять слоги, оказывается, не менее увлекательно!

Вот послушай: Львы ли, вы ли выли в иле? Слышится то ли сплошные львы, то ли непрерывное вытьё в иле :-).

А вот ещё я придумал: Повар-варвар вар Варвар воровал. Так и кажется, что эта «варварская» фраза про вар<sup>1</sup> как будто спотыкается после первого слога и начинает «заикаться», повторяя этот самый «вар» много раз. И только после седьмого «вара» она приходит в себя и наконец-то «вспоминает» про своё окончание.

Неудивительно, что такие забавные «заикающиеся» фразы так и называются – заикалочки. В утробе каждой уважающей себя заикалочки обязательно спрятано несколько подряд идущих одинаковых кусочков – слогов или сочетаний букв. Их может быть сколько угодно, хоть двадцать (есть и такие примеры), но в лучших примерах их не больше десяти, а чаще всего 4–7. Одна такая четверная заикалочка встречается в «Сказке о царе Салтане». Помнишь: сватья баба Бабариха? Так что, возможно, Пушкин – автор первой русской заикалочки:-).

А вот на китайском языке есть – ты не поверишь! – стихотворение-заикалочка, в котором 92 (!) раза повторяется слог «ши» (но по-разному записанный иероглифами и произносимый в разных тонах), оно называется «Ши Ши ши ши ши», что в переводе означает «История про то, как человек по фамилии Ши поедал львов». Я слышал, как его исполняет китайка – сплошное шипенье, то есть ШИ-пенье. Да, великая и могучая китайский языка!:-)

Но наши родные заикалочки мне как-то ближе. Вот полюбуйся, например, на заикашечки Николая Байтова:

<sup>1</sup> Вар получается из смолы (им смолят лодки), а раньше так называли кипяток.



*Кто-то тахту тут у турка украл.  
Дождь ли лил или лили ливни?  
Цитата та татарская.  
Пальто-то тот от отца получил.  
Нагнала скуку кукушка.*

*Обитатели трущоб об обобществлении мечтают.*

Просто образцовое заикачество!

Или вот семикратная самолётная заикалочка Романа Андрианова:

*Подмету тут у «Ту» ту турбину.*

Прямо «ту-ту-ту» какое-то, как у паровоза!

А мне удалось придумать двухполовинную заикалочку-стишок:

### ТРИ ИВАНА

*Мечта **Ивана** –  
диван и ванна.*

Двухполовинную – потому что она «больше», чем двойная (всё-таки в ней и впрямь три Ивана), но «меньше», чем тройная (между первым Иваном и двумя другими вклинились две буквы, нарушая непрерывность повторения). А вот трёхполовинная:

*Эстет ест естественно.*

Зато эта, «буратинистая» – четверная, безо всяких там половинок:

*Найду дуду Дуремару.*

Ещё несколько заикалочек напоследок (первые три придумал Евгений Харитонов, а последние две – Дмитрий Широков и Ольга Федина соответственно), а то что-то мне нехорошо стало – устал, наверно. Верно? :-)

*Во рву вру вору.*

*Вору вру во рву.*

\*\*\*

*Не дам вам дам, Ван Дамм!<sup>2</sup>*

\*\*\*

### В КНИЖНОЙ ЛАВКЕ

*Брэд, бери Брэдбери!*

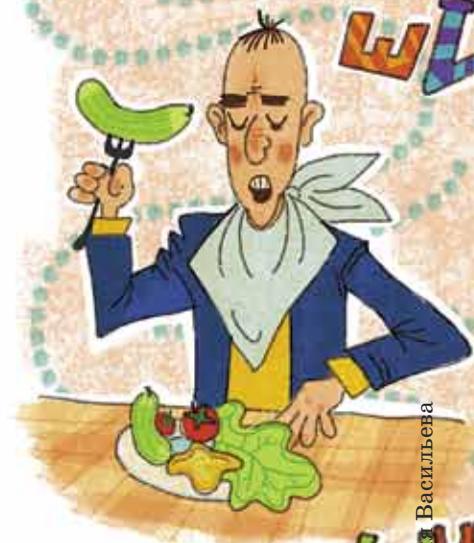
*Не бред, Брэд, Брэдбери – бери!<sup>3</sup>*

\*\*\*

*Труба – раба барабана.*

\*\*\*

*Полон дум ум у Муму.*



<sup>2</sup> Жан Клод Ван Дамм – известный голливудский актёр-каратист.

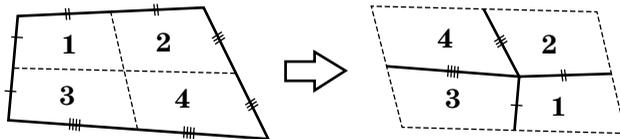
<sup>3</sup> Рэй Брэдбери – знаменитый американский писатель-фантаст.

### НАШ КОНКУРС («Квантик» №9)

41. Раз каждый день количество цветков удваивалось, а на 20-й день всё озеро покрылось цветами, то за день до этого, то есть на 19-й день, лилии должны были покрывать половину озера.

42. Разложим 1000 на простые множители:  $1000 = 2^3 \times 5^3$ . Эти три двойки и три пятёрки должны входить в разложение на простые множители наших двух чисел. Притом, если бы хотя бы в одно входила и двойка, и пятёрка, то это число уже бы делилось на  $2 \times 5 = 10$ , а значит, заканчивалось бы на 0. Значит, все двойки идут в одно число, а все пятёрки – в другое. Итак, эти числа  $2^3 = 8$  и  $5^3 = 125$ .

43.



44. При суммировании двух четырёхзначных чисел получилось пятизначное число, которое не может быть больше чем  $9999 + 9999 = 19998$ . Значит, его первая цифра  $M = 1$ . Дальше, цифра 0 как последняя цифра числа МНОГО – это последняя цифра суммы двух одинаковых чисел, значит, она чётна: 0, 2, 4, 6 или 8. Притом ОДИН + ОДИН – число пятизначное, поэтому  $\text{ОДИН} > 5000$ . Значит, О может равняться только 6 или 8.

Если  $O = 8$ , то  $8\text{ДИН} + 8\text{ДИН} = 1\text{Н}8\text{Г}8$ .  $\text{Н} + \text{Н}$  заканчивается на 8. Нетрудно проверить, что таких цифр  $\text{Н}$  только две: это 4 и 9. Но  $18000 = 9000 + 9000 > 8\text{ДИН} + 8\text{ДИН} > 8000 + 8000 = 16000$ , поэтому вторая цифра числа МНОГО – это 6 или 7, но никак не 4 или 9.

Значит,  $O$  – не 8, а 6. Тогда у нас есть равенство:  $6\text{ДИН} + 6\text{ДИН} = 1\text{Н}6\text{Г}6$ . Опять, перебирая последнюю цифру, получаем, что  $\text{Н}$  может равняться только 3 или 8.  $6\text{ДИН} + 6\text{ДИН} < 7000 + 7000 = 14000$ , поэтому  $\text{Н} = 8$  быть не может. Значит,  $\text{Н} = 3$ :  $6\text{ДИ}3 + 6\text{ДИ}3 = 136\text{Г}6$ , откуда  $6\text{ДИ} + 6\text{ДИ} = 136\text{Г}$ . Значит,  $\text{Г}$  – чётна и может равняться только 0, 2, 4 или 8 (6 уже занята буквой  $O$ ).

$\text{Г} = 0$ :  $6\text{ДИ} = 1360/2 = 680$  не подходит (И не может равняться  $\text{Г}$ , то есть нулю).

$\text{Г} = 2$ :  $6\text{ДИ} = 1362/2 = 681$  не подходит (И не может равняться  $\text{М}$ , то есть единице).

$\text{Г} = 4$ :  $6\text{ДИ} = 1364/2 = 682$  – подходит!

$\text{Г} = 8$ :  $6\text{ДИ} = 1368/2 = 684$  не подходит (И не может равняться  $\text{Г}$ , то есть восьми).

Итак, остался только один подходящий нам вариант:  $6823 + 6823 = 13646$ .

45. Заметим, что когда исполняется одна песня, то поют её трое, то есть одна песня идёт «в общую копилку» сразу трижды. Значит, если было исполнено всего  $N$  песен, то «в общей копилке»  $3N$  исполнений. Раз исполнительница семи песен спела больше всех, а исполнившая 4 – меньше всех, то каждая из оставшихся двух девочек исполнила по 5 или 6 песен. Причём из чисел  $7 + 6 + 6 + 4 = 23$ ,  $7 + 6 + 5 + 4 = 22$ ,  $7 + 5 + 5 + 4 = 21$  только одно делится на 3 – это 21. Значит, оставшиеся две девочки исполнили по 5 песен, а всего песен было  $21/3 = 7$ .

### О РЫБАКЕ И РЫБКЕ («Квантик» №10)

Из рис. 1 видно, что периметр треугольника больше, чем периметр равновеликого ему прямоугольника той же высоты, так как наклонные отрезки длиннее соответствующих вертикальных. Из рис. 2 видно, что периметр прямоугольника больше периметра равновеликого ему квадрата. Ведь чёрный отрезок длиннее желтого, а закрашенные площади равны, значит, синие отрезки длиннее красных. Значит, периметр треугольника всегда больше периметра равновеликого ему квадрата.

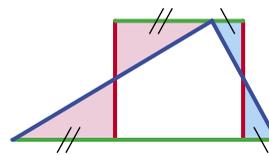


Рис. 1



Рис. 2

Если сложить периметры всех (неважно, какой формы) ячеек данного невода, то в этой сумме все внутренние отрезки будут участвовать по 2 раза, а все крайние – по одному. Если к этой сумме ещё раз прибавить все крайние отрезки (внешний периметр невода), то эта сумма станет равна удвоенной длине пошедшей на весь невод верёвки. Поэтому если два невода имеют равные периметры и равное количество равновеликих ячеек, то на невод с треугольными ячейками верёвки пойдёт больше, так как в посчитанной

сумме при замене ячеек на квадратные все слагаемые (кроме длины периметра) уменьшатся.

### ■ КОВЁР-САМОЛЁТ («Квантик» №10)

После ухода Змея Горыныча ковёр выглядел так:

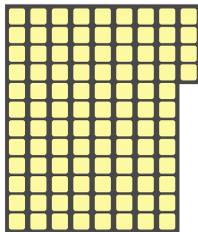


Рис. 1

Василиса Премудрая отрезала от него кусок  $8 \times 2$  так:

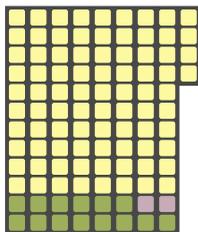


Рис. 2

От полученного куска она отрезала кусок  $1 \times 2$  и пришила получившиеся куски так:

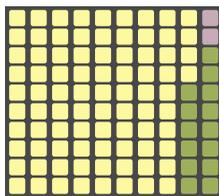


Рис. 3

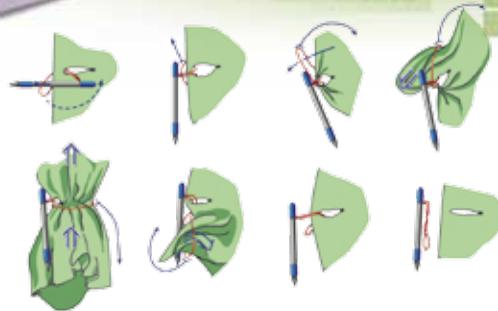
### ■ ОЧЕНЬ ХОЛОДНО («Квантик» №10)

На морозе мокрое бельё замерзает, и его не получается аккуратно сложить и тем более засунуть в дамскую сумочку. Так что Маша не виновата.

Очки запотевают, когда с морозаходишь в тёплое помещение. Кассир же выскочил из тёплого помещения на мороз, и его очки запотеть не могли. Вова предложил поискать деньги у кассира.

### ■ КАРАНДАШ В ПЛЕНУ («Квантик» №10)

Решение показано на рисунках.



### ■ ТРИДЦАТЬ ЧЕТВЁРТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ («Квантик» №10)

1. Сумма возрастов Алёши, Бори, Васи, Гриши и Димы равна сумме возрастов Алексева, Борисова, Васильева, Григорьева и Дмитриева. Значит, Дмитриев старше Димы на  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  лет.

2. Бесконечно. Например, подходят все пары вида  $(2^n, 2^{n+1})$ . Здесь  $C(a) = 1$ ,  $C(b) = 1$ ,  $C(a + b) = C(3 \cdot 2^n) = 2$ .

3. Сумма всех чисел таблицы равна числу пар, состоящих из соседних заминированной и не заминированной клеток. При указанной операции эти пары сохраняются, поэтому сумма не меняется.

4. Пусть  $CH$  – указанная высота. Отложим на луче  $LB$  отрезок  $LN = LC$ . Ясно, что  $CHKM$  – прямоугольник. Поскольку  $BK = BL$  и  $HK = CM = CL = NL$ , то и  $BH = BN$ . В равнобедренных треугольниках  $BLK$  и  $BNH$  углы равны, поэтому прямая  $HN$  параллельна  $KL$ . Следовательно, прямая  $KL$  содержит среднюю линию треугольника  $HCS$  и делит сторону  $CH$  пополам.

5. Пусть число экскурсий равно  $n$ . Назовём школьника бедным, если он побывал меньше чем на  $n/20$  экскурсиях. Для каждого бедного школьника отметим экскурсии, на которых он бывал. Всего отмечено меньше  $n/20 \cdot 20 = n$  экскурсий, поэтому есть не отмеченная экскурсия. В ней бедные школьники не участвовали, что и требовалось доказать.

### ■ СЛУЧАЙ НА СОРЕВНОВАНИЯХ («Квантик» №10)

Поднятый вес состоит не только из весов блинов, но из веса  $x$  грифа, на который надеты блины. Раз поднятый вес удвоился, то  $2(x + 15 + 15) = x + 15 + 15 + 25 + 25$ , откуда масса грифа равна 20 кг. Первый атлет поднял 50 кг, а второй – 100 кг.

## ПЕРВЫЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТУРНИР РАЗНОВОЗРАСТНЫХ КОМАНД «ДВАЖДЫ ДВА»

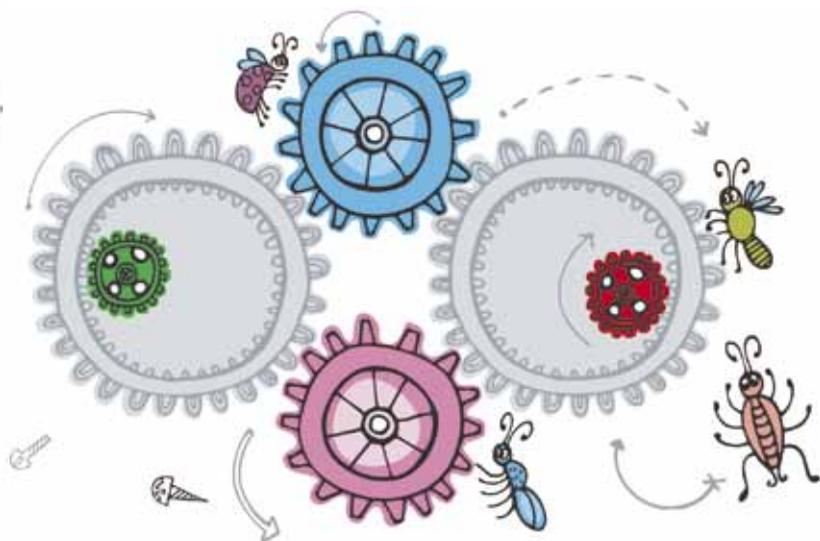
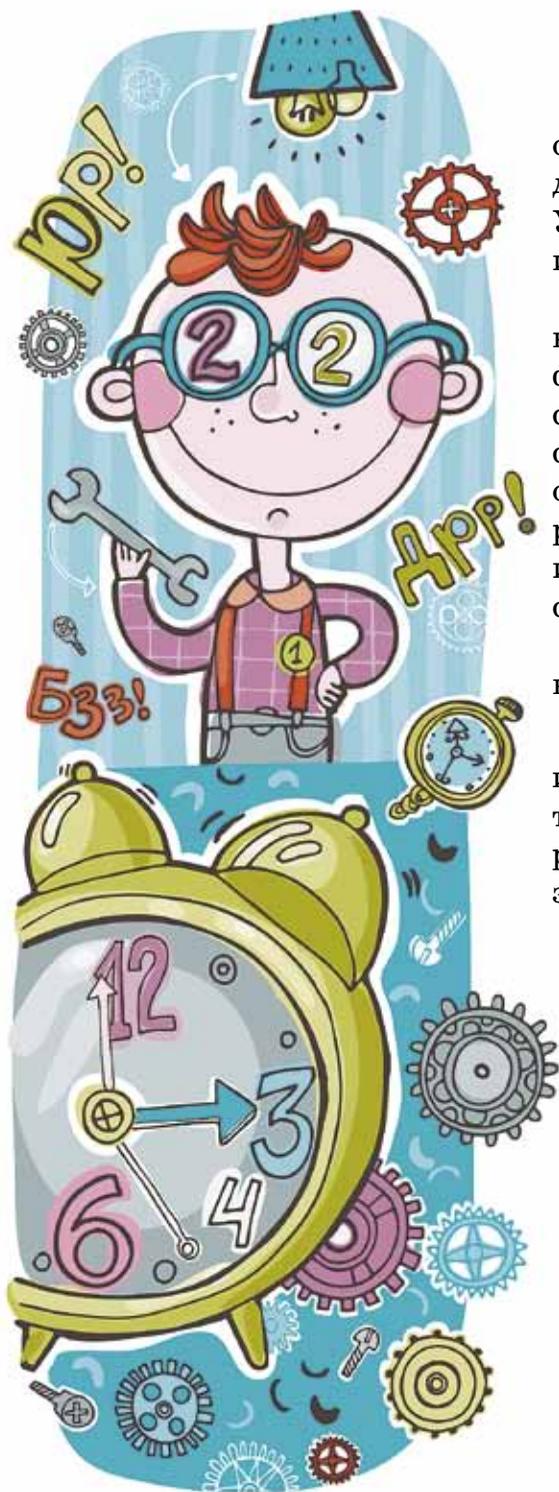
Творческая лаборатория «2×2» провела Первый открытый турнир разновозрастных команд «Дважды Два». Турнир проходил со 2 по 6 ноября в Москве. Участвовали команды из Москвы, Якутии, Чувашии и других регионов, а также из Сербии и Болгарии.

Каждая команда состояла из одного юниора (4-5 класс), одного-двух стажёров (6-7 класс), одного профи (8-9 класс). Турнир включал в себя как командные соревнования (математическая лесенка, математическое домино, регата, устная командная олимпиада, олимпиада по головоломкам), так и личный зачёт по результатам олимпиад по комбинаторике, геометрии, играм. Правила состязаний и полный список задач доступен на сайте <http://mathbaby.ru/olympiads/2012>.

Мы предлагаем подборку из нескольких задач турнира.

■ Три пары одинаковых шестерёнок – красная и зелёная, голубая и розовая, две серые – зацеплены так, как показано на рисунке ниже. Красная шестерёнка сделала один оборот. Сколько оборотов сделает зелёная шестерёнка?

*(Устная олимпиада по геометрии, стажеры)*





$2 \times 2$



ОЛИМПИАДЫ



■ Есть много одинаковых монет, односторонняя линейка и карандаш. Постройте какой-нибудь квадрат. Разрешаются только следующие операции: плотно прикладывать монеты и линейку друг к другу, прикладывать линейку к двум отмеченным точкам плоскости и проводить прямые по приложенной линейке. Отмечать точки касания линейки и монеты, двух монет нельзя.

*(Устная олимпиада по геометрии, стажеры)*

■ У Васи есть по одной коробке всевозможных размеров  $a \times b \times c$ , где  $1 \leq a \leq b \leq c \leq 4$  и  $a, b, c$  – натуральные. Можно вставлять коробки друг в друга. В каком минимальном числе коробок можно унести все коробки?

*(Математическое домино)*

■ В многоэтажном доме в каждом подъезде на каждом этаже по две квартиры. Лена, живущая в квартире № 38, перестукивается через стенку со Светой из квартиры № 51. На каком этаже они живут?

*(Олимпиада по комбинаторике и теории чисел, юниоры)*

■ Сколько времени с 12:00 до 15:00 угол между часовой и минутной стрелкой тупой?

*(Математическое домино)*

■ Вася Фаберже нашёл в отцовском сундуке 16 обрывков старинной золотой цепочки. У восьми из них осталось всего по 4 звена, а у остальных по 5 звеньев. Он хочет соединить все имеющиеся звенья в новую цепочку, при этом некоторые звенья ему придётся распилить, а потом снова спаять. Каким наименьшим количеством распиленных звеньев ему удастся обойтись?

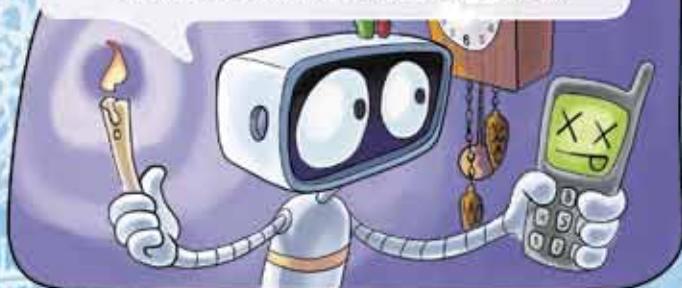
*(Олимпиада по комбинаторике и теории чисел, юниоры)*



Художник: Татьяна Ахметгалиева

# КОТОРЫЙ ЧАС?

ВОТ НЕЗАДАЧА: ВО ВСЁМ ПОСЁЛКЕ  
НЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА, МОБИЛЬНИК  
РАЗРЯЖЕН,  
А «КУКУШКУ» Я ЗАВЕСТИ ЗАБЫЛ!



НУ, ЛАДНО, ЧАСЫ ЗАВЕЛ КАК ЕСТЬ,  
А ПОКА СБЕГАЮ К СОСЕДУ,  
ПОКАЛЯКАЕМ,  
ЗАОДНО И КОТОРЫЙ ЧАС УЗНАЮ.



ПРИВЕТ, СОСЕД!  
ТОЖЕ БЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА?  
НИ ЧАЙКУ ПОПИТЬ,  
НИ ВРЕМЯ УЗНАТЬ?



ЗАТО У МЕНЯ САМОВАР  
НА ДРОВАХ, ДА И ЧАСЫ ТИКАЮТ.  
ДАВАЙ ЧАЙКОМ ПОБАЛУЕМСЯ.



НУ, СПАСИБО, СОСЕД: ПРИУТИЛ,  
ОБОГРЕЛ. ПОРА И ЧЕСТЬ ЗНАТЬ.



ВОТ БАЛДА, СХОДИЛ В ГОСТИ!  
А ВРЕМЯ-ТО КАК ПРАВИЛЬНО ВЫСТАВИТЬ?



Помогите Квантику  
выставить  
правильное время.